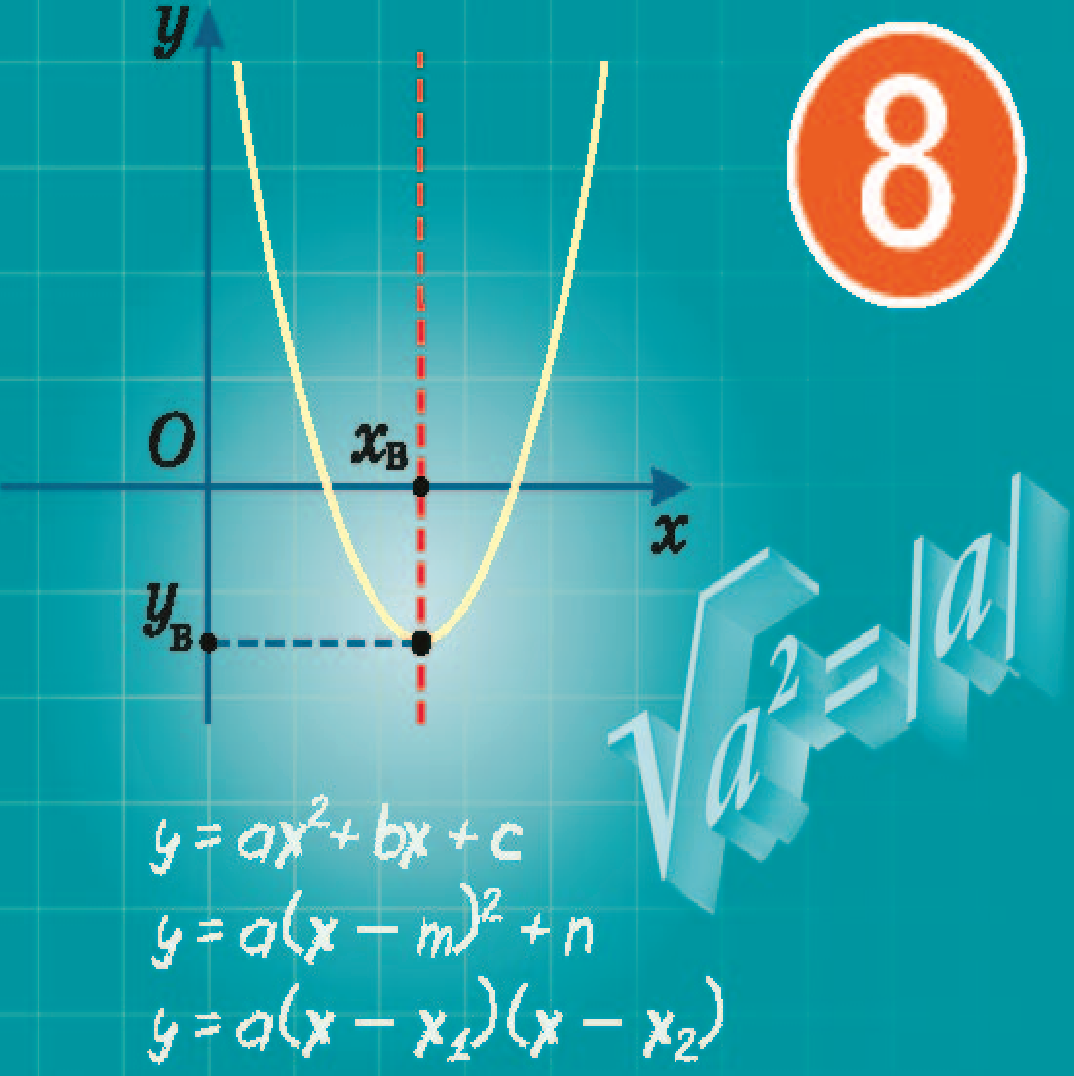
І. Г. Арэф'ева В. М. Пірутка

АЛГЕБРА

8



Арыфметычны квадратны корань

$\sqrt{a} = b$, **калі** $b \geqslant 0,\ b^2 = a$

a — **падкарэнны выраз,** $a \geqslant 0$.

$(\sqrt{a})^2 = a$, **дзе** $a \geqslant 0$	$(\sqrt{7})^2 = 7$
$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$	$\sqrt{\frac{c^2}{25}} = \left\lvert \frac{c}{5} \right\rvert = \frac{\lvert c \rvert}{5}$

Квадратны корань са здабытку

$\sqrt{64 \cdot 0{,}25} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0{,}25} =$ $= 8 \cdot 0{,}5 = 4$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, **дзе** $a \geqslant 0, b \geqslant 0$	$\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} =$ $= \sqrt{64} = 8$

Квадратны корань з дзелі

$\sqrt{2\frac{23}{49}} = \sqrt{\frac{121}{49}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{49}} =$ $= \frac{11}{7} = 1\frac{4}{7}$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, **дзе** $a \geqslant 0, b > 0$	$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$

Табліца квадратаў натуральных лікаў ад 10 да 99

Адзінкі / *Дзясяткі*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Квадратныя ўраўненні

$ax^2 + bx + c = 0$,
дзе x — **зменная,** a, b, c — **некаторыя лікі, прычым** $a \neq 0$

Няпоўныя квадратныя ўраўненні

$ax^2 + bx = 0;\ a \neq 0,\ b \neq 0$	$3x^2 + x = 0;\ x(3x+1) = 0;$ $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 3x + 1 = 0; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -\frac{1}{3}. \end{array}\right.$
$ax^2 + c = 0;\ a \neq 0,\ c \neq 0$	$4x^2 - 9 = 0;\ (2x-3)(2x+3) = 0;$ $\left[\begin{array}{l} 2x - 3 = 0, \\ 2x + 3 = 0; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 2x = 3, \\ 2x = -3; \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 1{,}5, \\ x = -1{,}5. \end{array}\right.$
$ax^2 = 0;\ a \neq 0$	$-12x^2 = 0;\ x^2 = 0;\ x = 0.$

$ax^2 + bx + c = 0$,

$D = b^2 - 4ac$

Калі $D > 0$, **то ўраўненне мае два карані** $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Калі $D = 0$, **то ўраўненне мае адзін корань** $x = -\frac{b}{2a}$.

Калі $D < 0$, **то ўраўненне не мае каранёў.**

Тэарэма Віета

$x^2 + px + q = 0,\ D \geqslant 0$

$x_1 + x_2 = -p$

$x_1 \cdot x_2 = q$

Раскладанне квадратнага трохчлена на множнікі

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

І. Г. Арэф’ева   В. М. Пірутка

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 8 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Дапушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь

Мінск «Народная асвета» 2018

УДК 512(075.3=161.3)
ББК 22.144я721
А80

Пераклад з рускай мовы *Н. М. Алганавай*

Рэцэнзенты:
кафедра методыкі выкладання фізіка-матэматычных дысцыплін установы адукацыі «Брэсцкі дзяржаўны ўніверсітэт імя А. С. Пушкіна» (канд. пед. навук, дацэнт *А. П. Грынько*); настаўнік матэматыкі вышэйшай кваліфікацыйнай катэгорыі дзяржаўнай установы адукацыі «Сярэдняя школа № 24 г. Мінска» *Г. С. Лаўрэнцьева*

ISBN 978-985-03-2938-7

Шаноўныя васьмікласнікі!

Па гэтай кнізе вы працягнеце вывучаць алгебру.

Кніга складаецца з чатырох раздзелаў, кожны з якіх падзелены на параграфы, дзе вы сустрэнеце наступныя ўмоўныя абазначэнні:

- 🔍 — заданні на паўтарэнне для падрыхтоўкі да вывучэння новага матэрыялу;
- 📖 — новы тэарэтычны матэрыял і метады яго прымянення;
- 🔀 — алгарытмы;
- 🔔 — важныя правілы і сцверджанні;
- ⚙ — асноўныя прыклады з рашэннямі і падрабязным апісаннем паслядоўнасці дзеянняў;
- ? — вусныя пытанні і заданні;
- 🏋 — заданні для работы ў класе;
- 🏠 — заданні для дамашняй работы;
- 📖 — заданні для паўтарэння.

Кожны раздзел вучэбнага дапаможніка заканчваецца рубрыкамі «Выніковая самаацэнка», «Практычная матэматыка», «Займальная матэматыка». У іх вы знойдзеце пералік патрабаванняў да засваення тэарэтычнага матэрыялу і практычныя заданні для самаправеркі, задачы на прымяненне матэматыкі ў разнастайных галінах жыцця, а таксама задачы для тых, хто захапляецца матэматыкай.

Для абагульнення раней вывучанага матэрыялу ў вучэбным дапаможніку дадзены раздзел «Паўтарэнне курса алгебры 7—8-га класаў».

Дадатковыя матэрыялы да дапаможніка (трэнажоры, тэсты, трэніровачныя кантрольныя работы, гістарычныя звесткі і задачы практычнага зместу) можна знайсці на сайце http://e-vedy.adu.by, курс «Матэматыка».

Жадаем поспехаў!

Раздзел 1

КВАДРАТНЫЯ КАРАНІ І ІХ УЛАСЦІВАСЦІ. РЭЧАІСНЫЯ ЛІКІ

§ 1. Квадратны корань з ліку. Арыфметычны квадратны корань

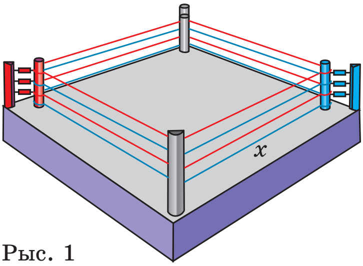
1.1. Знайдзіце плошчу квадрата, даўжыня стараны якога роўна: а) 0,7 см; б) 0,2 м.

1.2. Знайдзіце значэнне выразу: 7^2; $(-7)^2$, $1{,}2^2$; $(-1{,}2)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$.

1.3. Параўнайце значэнні выразаў a^2 і $(-a)^2$, калі: a — дадатны лік; a — адмоўны лік; $a = 0$.

Разгледзім задачу. Плошча баксёрскага рынга (рыс. 1) роўна 36 м^2. Якая даўжыня яго стараны, калі ён мае форму квадрата?

Рашэнне. Абазначым старану квадрата праз x м, тады плошча квадрата роўна x^2 м^2. Атрымаем ураўненне: $x^2 = 36$. Паколькі $6^2 = 36$ і $(-6)^2 = 36$, то гэта ўраўненне мае два карані: 6 і −6. Умове задачы адпавядае толькі лік 6.



Рыс. 1

Адказ: даўжыня стараны рынга роўна 6 м.

Пры рашэнні ўраўнення $x^2 = 36$ мы знайшлі лікі, квадраты якіх роўны 36. Кожны з гэтых лікаў называецца квадратным коранем з ліку 36.

> **Азначэнне. Квадратным коранем з ліку a** называецца лік, квадрат якога роўны a.

Напрыклад, квадратныя карані з ліку 0,25 — гэта лікі 0,5 і −0,5, паколькі $0{,}5^2 = 0{,}25$ і $(-0{,}5)^2 = 0{,}25$.

З ліку 0 існуе толькі адзін квадратны корань — гэта лік 0.

Квадратны корань з ліку −100 не існуе, паколькі квадрат любога ліку ёсць неадмоўны лік.

Паколькі квадраты процілеглых лікаў роўныя, то з дадатнага ліку існуюць два квадратныя карані. Адзін з іх — дадатны — называецца **арыфметычным квадратным коранем** з гэтага ліку.

Арыфметычны квадратны корань з нуля роўны нулю.

Азначэнне. Арыфметычным квадратным коранем з ліку *a* называецца неадмоўны лік, квадрат якога роўны *a*.

$$\sqrt{a} = b$$
$$b \geqslant 0,\ b^2 = a$$

Напрыклад, 6 — арыфметычны квадратны корань з ліку 36, паколькі $6 > 0$ і $6^2 = 36$.

Арыфметычны квадратны корань з ліку *a* абазначаецца $\sqrt{a}$ і чытаецца: «арыфметычны квадратны корань з ліку *a*».

Можна запісаць: $\sqrt{36} = 6$. Знак «$\sqrt{\ }$» называюць знакам квадратнага кораня або радыкалам (ад лац. *radix* — корань).

Пры чытанні выразаў, якія змяшчаюць знак «$\sqrt{\ }$», слова «арыфметычны» часта прапускаюць. Напрыклад, выраз $\sqrt{49}$ чытаюць: «корань з 49».

Дзеянне знаходжання арыфметычнага квадратнага кораня з ліку называюць яшчэ **здабываннем квадратнага кораня з ліку.**

Прыклад. Выканайце здабыванне квадратнага кораня з ліку:

а) 121; б) 0,49; в) $\frac{1}{4}$.

Рашэнне. а) $\sqrt{121} = 11$;

б) $\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$; в) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

$$\sqrt{25} = 5;\quad \sqrt{81} = 9$$
$$\sqrt{0} = 0;\quad \sqrt{1} = 1$$
$$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8;\quad \sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$$

Азначэнне квадратнага кораня з ліку	
Знайдзіце квадратныя карані з ліку: а) 256; б) 0,04.	а) Лікі 16 і –16 — квадратныя карані з ліку 256, паколькі $16^2 = 256$ і $(-16)^2 = 256$. б) Лікі 0,2 і –0,2 — квадратныя карані з ліку 0,04, паколькі $0{,}2^2 = 0{,}04$ і $(-0{,}2)^2 = 0{,}04$.

Знайдзіце квадратныя карані з ліку: а) $\frac{25}{36}$; б) 1600.	а) Лікі $\frac{5}{6}$ і $-\frac{5}{6}$ — квадратныя карані з ліку $\frac{25}{36}$, паколькі $\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$ і $\left(-\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$. б) Лікі 40 і –40 — квадратныя карані з ліку 1600, паколькі $40^2=1600$ і $(-40)^2=1600$.
Ці правільна, што ўраўненне: а) $x^2=100$; б) $x^2=-100$; в) $x^2=0$ — мае два карані?	а) Правільна, карані гэтага ўраўнення 10 і –10, паколькі $10^2=100$ і $(-10)^2=100$. б) Няправільна, паколькі квадрат любога ліку ёсць неадмоўны лік. Ураўненне $x^2=-100$ не мае каранёў. в) Няправільна, паколькі лік 0 з’яўляецца квадратам толькі аднаго ліку. Ураўненне мае адзіны корань — лік 0.
Азначэнне арыфметычнага квадратнага кораня з ліку	
Дакажыце, што: а) $\sqrt{81}=9$; б) $\sqrt{0,01}=0,1$; в) $\sqrt{10\,000}=100$.	а) $\sqrt{81}=9$, паколькі $9>0$ і $9^2=81$; б) $\sqrt{0,01}=0,1$, паколькі $0,1>0$ і $0,1^2=0,01$; в) $\sqrt{10\,000}=100$, паколькі $100>0$ і $100^2=10\,000$.
Знайдзіце значэнне кораня: а) $\sqrt{2,25}$; б) $\sqrt{\frac{9}{64}}$.	а) $\sqrt{2,25}=1,5$, паколькі $1,5>0$ і $1,5^2=2,25$; б) $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$, паколькі $\frac{3}{8}>0$ і $\left(\frac{3}{8}\right)^2=\frac{9}{64}$.

Выканайце здабыванне квадратнага кораня, калі гэта магчыма: а) $\sqrt{0,36}$; б) $\sqrt{-25}$; в) $\sqrt{160\,000}$.	а) $\sqrt{0,36} = 0,6$. б) Выканаць дзеянне немагчыма, паколькі не існуе лік, квадрат якога роўны адмоўнаму ліку. в) $\sqrt{160\,000} = 400$.

? Злучыце часткі сказаў так, каб атрымаліся правільныя сцверджанні:
а) квадратным коранем з ліку *a* называецца;
б) арыфметычным квадратным коранем з ліку *a* называецца;
1) неадмоўны лік, квадрат якога роўны *a*;
2) лік, квадрат якога роўны *a*.

1.4. Выберыце правільныя сцверджанні:

а) лікі 9 і –9 з'яўляюцца квадратнымі каранямі з ліку 81;

б) лік –10 з'яўляецца арыфметычным квадратным коранем з ліку 100;

в) лік 8 з'яўляецца арыфметычным квадратным коранем з ліку 64;

г) лік 0,5 з'яўляецца арыфметычным квадратным коранем з ліку 2,5.

1.5. Сярод лікаў 16; 1; –36; 0,01; –4; 0; 0,0025 выберыце тыя, з якіх немагчыма здабыць квадратны корань. Растлумачце свой выбар.

1.6. Выберыце ўраўненні, якія маюць два карані:

а) $x^2 = 49$; б) $x^2 = 0$; в) $x^2 = 0,25$;

г) $x^2 = -81$; д) $x^2 = \frac{9}{49}$; е) $x^2 = 2\frac{1}{4}$.

Знайдзіце карані гэтых ураўненняў.

1.7. Прачытайце выраз:

а) $\sqrt{25}$; б) $\sqrt{n}$; в) $\sqrt{x-y}$.

1.8. Пры дапамозе азначэння арыфметычнага квадратнага кораня дакажыце, што:

а) $\sqrt{121} = 11$; б) $\sqrt{1} = 1$; в) $\sqrt{1,96} = 1,4$;

г) $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$; д) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = 1\frac{3}{4}$.

1.9. Выберыце ўсе правільныя роўнасці:

а) $\sqrt{9}=-3$; б) $\sqrt{0}=0$; в) $\sqrt{1,44}=0,12$;

г) $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$; д) $\sqrt{\frac{1}{64}}=0,125$; е) $\sqrt{0,01}=0,1$.

Прыдумайце па два прыклады здабывання квадратнага кораня з трохзначнага ліку; звычайнага дробу; дзесятковага дробу.

1.10. Знайдзіце значэнне кораня:

а) $\sqrt{4}$; б) $\sqrt{36}$; в) $\sqrt{900}$;

г) $\sqrt{100}$; д) $\sqrt{250\,000}$; е) $\sqrt{10\,000}$;

ж) $\sqrt{0,04}$; з) $\sqrt{0,49}$; і) $\sqrt{1,21}$;

к) $\sqrt{1,69}$; л) $\sqrt{0,0001}$; м) $\sqrt{0,0081}$.

1.11. Выканайце здабыванне квадратнага кораня:

а) $\sqrt{\frac{1}{4}}$; б) $\sqrt{\frac{9}{49}}$; в) $\sqrt{\frac{16}{9}}$; г) $\sqrt{\frac{225}{49}}$;

д) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$; е) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; ж) $\sqrt{1\frac{19}{81}}$; з) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$.

1.12. Знайдзіце значэнне выразу $a-\sqrt{a}$, калі:

а) $a=25$; б) $a=0$; в) $a=1600$; г) $a=1$;

д) $a=0,49$; е) $a=1,21$; ж) $a=\frac{4}{9}$; з) $a=1\frac{11}{25}$.

1.13. Выкарыстаўшы табліцу квадратаў натуральных лікаў (форзац 1), знайдзіце значэнне кораня:

а) $\sqrt{289}$; б) $\sqrt{961}$; в) $\sqrt{2401}$; г) $\sqrt{9409}$;

д) $\sqrt{2025}$; е) $\sqrt{3249}$; ж) $\sqrt{32\,400}$; з) $\sqrt{168\,100}$;

і) $\sqrt{6,25}$; к) $\sqrt{39,69}$; л) $\sqrt{73,96}$; м) $\sqrt{0,3364}$.

1.14. Параўнайце лікі:

а) $\sqrt{121}$ і $\sqrt{100}$; б) $\sqrt{625}$ і $\sqrt{676}$; в) $\sqrt{16}$ і 8;

г) $\frac{1}{6}$ і $\sqrt{0,36}$; д) 1 і $\sqrt{1\frac{7}{9}}$; е) $\frac{1}{2}$ і $\sqrt{\frac{25}{81}}$;

ж) $\sqrt{0,16}$ і $\sqrt{\frac{4}{25}}$; з) $\sqrt{2,25}$ і $\sqrt{1\frac{15}{49}}$; і) $\sqrt{\frac{1}{36}}$ і $\frac{1}{36}$.

1.15. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{36}+\sqrt{49}$; б) $\sqrt{100}-\sqrt{64}$; в) $\sqrt{0,09}+\sqrt{0,01}$;

г) $\sqrt{2,25}-\sqrt{2,56}$; д) $\sqrt{25}+\sqrt{\frac{1}{9}}$; е) $-\sqrt{64}-\sqrt{\frac{1}{16}}$;

ж) $\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{\frac{25}{81}}$; з) $\sqrt{\frac{25}{36}}-\sqrt{\frac{9}{16}}$; і) $18:\sqrt{81}$;

к) $\sqrt{225}\cdot\sqrt{\frac{4}{25}}$; л) $-\sqrt{2{,}56}:\sqrt{256}$; м) $\sqrt{2\frac{46}{49}}\cdot\sqrt{196}$.

1.16. Выкарыстаўшы табліцу квадратаў натуральных лікаў, знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{a}$; $\sqrt{100a}$; $\sqrt{0{,}0001a}$, калі:

а) $a=1369$; б) $a=2704$.

1.17. Знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{x}-\sqrt{y}$; $\sqrt{x}-y$; $x-\sqrt{y}$; $\sqrt{x-y}$ пры $x=1{,}69$, $y=1{,}44$.

1.18. Вылічыце:

а) $2\sqrt{64}+\sqrt{25}$; б) $\sqrt{81}-\frac{1}{3}\sqrt{144}$; в) $-\frac{1}{\sqrt{0{,}0025}}$;

г) $\frac{1}{\sqrt{0{,}04}}+5\sqrt{0{,}16}$; д) $-\sqrt{\frac{16}{25}}-\frac{3}{7}\cdot\sqrt{1\frac{24}{25}}$; е) $\frac{0{,}1\sqrt{81}}{\sqrt{100}}$;

ж) $15\cdot\sqrt{\frac{49}{81}}\cdot\sqrt{\frac{9}{25}}$; з) $\frac{\sqrt{0{,}01}}{\sqrt{0{,}0001}+\sqrt{0{,}0009}}$; і) $-\frac{\sqrt{2{,}25}}{3\sqrt{0{,}04}}$.

1.19. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{2a-1}$ пры:

а) $a=5$; б) $a=0{,}5$;

в) $a=0{,}58$; г) $a=2\frac{11}{49}$.

Ці можна знайсці значэнне дадзенага выразу пры $a=-4$?

1.20. Параўнайце значэнні выразаў $\sqrt{m^2-n^2}$ і $m-n$ пры:

а) $m=5$, $n=4$; б) $m=1{,}3$, $n=1{,}2$; в) $m=1$, $n=\frac{8}{17}$.

1.21. Знайдзіце значэнне выразу $-\sqrt{p}-\sqrt{k^3}$ пры:

а) $p=9$, $k=4$; б) $p=0$, $k=1$; в) $p=0{,}0324$, $k=0{,}01$.

Падбярыце такія значэнні зменных p і k, пры якіх значэнне дадзенага выразу роўна 0; –5.

1.22. Пры $x=24$, $y=25$ знайдзіце значэнні выразаў:

а) $\sqrt{y-x}$; б) $x\cdot\sqrt{y}$; в) $\sqrt{y^2-x^2}$;

г) $\sqrt{(x-y)^2}$; д) $\sqrt{(y-x):y}$; е) $-\sqrt{(x+1)\cdot y}$.

1.23. Вылічыце:

а) $0{,}7-\frac{1}{3}\sqrt{1{,}44}$; б) $\frac{1}{26}\sqrt{1{,}69}-0{,}1$;

в) $-\frac{1}{7}\sqrt{196}-1{,}5\sqrt{36}$;　　г) $1000\sqrt{0{,}0324}-\frac{5}{34}\sqrt{289}$;

д) $\frac{3}{8}\cdot\sqrt{2{,}56}+\sqrt{225}:\sqrt{\frac{1}{9}}$;　　е) $\frac{1}{6}\sqrt{5{,}76}-\sqrt{196}:0{,}2$;

ж) $31\cdot\sqrt{0{,}01}-15:\sqrt{6{,}25}$;　　з) $95:\sqrt{3{,}61}+12\cdot\sqrt{0{,}25}$.

1.24. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{2-\sqrt{0{,}0016}}$;　　б) $\sqrt{3+\sqrt{0{,}0576}}$;

в) $\sqrt{\sqrt{1{,}69}-\sqrt{0{,}0081}}$;　　г) $\sqrt{\sqrt{4{,}84}+\sqrt{0{,}0025}}$.

1.25. Выкарыстайце формулу рознасці квадратаў двух выразаў і вылічыце:

а) $\sqrt{145^2-144^2}$;　　б) $\sqrt{3{,}13^2-3{,}12^2}$;

в) $\sqrt{\left(\frac{25}{49}\right)^2-\left(\frac{24}{49}\right)^2}$;　　г) $\sqrt{\left(6\frac{3}{8}\right)^2-\left(5\frac{5}{8}\right)^2}$.

1.26. Выкарыстайце формулу квадрата сумы або квадрата рознасці двух выразаў і вылічыце:

а) $\sqrt{2{,}3^2+2\cdot2{,}3\cdot6{,}7+6{,}7^2}$;

б) $\sqrt{\left(7\frac{1}{5}\right)^2-2\cdot7\frac{1}{5}\cdot3{,}2+3{,}2^2}$;

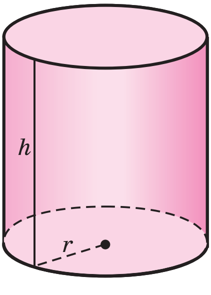
в) $\sqrt{2{,}26^2-2{,}26\cdot2{,}02+1{,}01^2}$;

г) $\sqrt{\left(3\frac{3}{4}\right)^2+4{,}2\cdot3{,}75+2{,}1^2}$.

1.27. З двух роўных квадратаў склалі прамавугольнік. Плошча аднаго квадрата роўна 225 см^2. Знайдзіце перыметр прамавугольніка.

1.28. Аб’ём цыліндра (рыс. 2) вылічваецца па формуле $V=\pi r^2h$. Выразіце з гэтай формулы r — радыус асновы цыліндра.

1.29. Заслона ў тэатры мае форму прамавугольніка плошчай 189 м^2, шырыня якога складае $\frac{7}{12}$ даўжыні. Знайдзіце, колькі метраў аксамітнай тасьмы спатрэбіцца для аздаблення заслоны па перыметры.



Рыс. 2

1.30. Плошча Дзяржаўнага сцяга ў Мінску ўяўляе сабой круг плошчай каля 7850 м^2, у цэнтры якога размешчана 70-мятровая стэла-флагшток з беларускім сцягам на вяршыні. Па перыметры плошчы ўздоўж пешаходнай дарожкі размешчаны гранітныя стэлы з гербамі Мінска і абласцей (рыс. 3). Знайдзіце прыблізную даўжыню гэтай дарожкі (лік π акругліце да сотых).

Рыс. 3

1.31. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $-0{,}17\cdot\sqrt{10\,000}+\frac{4}{\sqrt{2{,}56}}-5{,}5\cdot\sqrt{324}$;

б) $\sqrt{1{,}44}\cdot\sqrt{6{,}25}-\sqrt{2^3+17}$;

в) $\sqrt{26^2-24^2}+\sqrt{1\frac{11}{25}}-0{,}8\cdot\sqrt{30{,}25}$;

г) $\sqrt{5\frac{44}{49}}-\frac{2}{\sqrt{1{,}96}}+\sqrt{8^2+80}$.

1.32*. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{\sqrt{7\frac{58}{81}}}$;   б) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{6561}}}$;   в) $\sqrt{46+\sqrt{13-\sqrt{16}}}$;

г) $\sqrt{3\sqrt{729}}$;   д) $\sqrt{6\frac{2}{3}\sqrt{9\sqrt{625}}}$;   е) $\sqrt{1+\sqrt{118-3\sqrt{324}}}$.

1.33*. Знайдзіце, пры якіх значэннях ліку a ўраўненне $x^2=a-2$:

а) мае два карані;

б) мае толькі адзін корань;

в) не мае каранёў.

1.34*. Ці правільна, што пры любых значэннях ліку b ураўненне $x^2=4b^2+4b+1$ мае два карані?

1.35. Выкарыстаўшы азначэнне арыфметычнага квадратнага кораня, выберыце ўсе правільныя роўнасці:

а) $\sqrt{25} = 5$; б) $\sqrt{1} = -1$; в) $\sqrt{1{,}69} = 1{,}3$;

г) $\sqrt{0{,}16} = 0{,}04$; д) $\sqrt{\frac{16}{81}} = \frac{4}{9}$; е) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = 3{,}5$.

1.36. Знайдзіце значэнне кораня:

а) $\sqrt{9}$; б) $\sqrt{36}$; в) $\sqrt{400}$; г) $\sqrt{4900}$;

д) $\sqrt{0{,}25}$; е) $\sqrt{0{,}0004}$; ж) $\sqrt{1{,}96}$; з) $\sqrt{2{,}25}$;

і) $\sqrt{\frac{1}{16}}$; к) $\sqrt{\frac{4}{25}}$; л) $\sqrt{\frac{64}{9}}$; м) $\sqrt{\frac{100}{81}}$;

н) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; о) $\sqrt{3\frac{22}{49}}$; п) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$; р) $\sqrt{5\frac{20}{121}}$.

1.37. Знайдзіце значэнне выразу $x + \sqrt{x}$, калі:

а) $x = 0$; б) $x = 1$; в) $x = 25$;

г) $x = 0{,}49$; д) $x = 6400$; е) $x = \frac{9}{121}$;

ж) $x = 1\frac{7}{9}$; з) $x = 1\frac{24}{25}$; і) $x = 3\frac{1}{16}$.

1.38. Вылічыце:

а) $\sqrt{16} + \sqrt{9}$; б) $\sqrt{121} - \sqrt{81}$; в) $\sqrt{0{,}16} + \sqrt{0{,}04}$;

г) $\sqrt{1{,}21} - \sqrt{1{,}44}$; д) $-\sqrt{25} - \sqrt{\frac{1}{4}}$; е) $\sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{\frac{49}{100}}$;

ж) $\sqrt{\frac{9}{49}} - \sqrt{\frac{25}{64}}$; з) $7 : \sqrt{196}$; і) $-\sqrt{625} \cdot \sqrt{6\frac{19}{25}}$;

к) $\sqrt{0{,}01} : \sqrt{100}$; л) $\sqrt{324} : \sqrt{0{,}36}$; м) $\sqrt{0{,}25} : \sqrt{2{,}25}$.

1.39. Выкарыстаўшы табліцу квадратаў натуральных лікаў, знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{x}$; $\sqrt{10\,000x}$; $\sqrt{0{,}01x}$, калі:

а) $x = 4225$; б) $x = 1444$.

1.40. Знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{m} + \sqrt{n}$; $\sqrt{m} + n$; $m + \sqrt{n}$; $\sqrt{m + n}$ пры $m = 5{,}76$, $n = 0{,}49$.

1.41. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $3\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{36}$; б) $-\frac{2}{\sqrt{0{,}09}}$;

в) $\sqrt{1\frac{9}{16}} + \frac{2}{7}\sqrt{0{,}49}$; г) $\frac{\sqrt{2{,}25} + 2\sqrt{1{,}21}}{\sqrt{400}}$.

1.42. Знайдзіце, калі гэта магчыма, значэнне выразу $\sqrt{4m+3}$ пры:

а) $m = 11{,}5$; б) $m = \frac{1}{4}$; в) $m = 0{,}06$;

г) $m = -1$; д) $m = -0{,}75$; е) $m = -0{,}5$.

1.43. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{b^2 + c^2}$ пры:

а) $b = 8,\ c = 6$; б) $b = 0,\ c = -3$;

в) $b = 0{,}3,\ c = 0{,}4$; г) $b = \frac{15}{17},\ c = \frac{8}{17}$.

1.44. Вылічыце:

а) $1{,}8 + \frac{1}{7}\sqrt{0{,}49}$; б) $-\frac{1}{19}\sqrt{361} - 100\sqrt{2{,}25}$;

в) $25 \cdot \sqrt{0{,}04} - 12 : \sqrt{3{,}24}$; г) $\frac{3}{13} \cdot \sqrt{6{,}76} + \sqrt{256} : 0{,}4$.

1.45. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{3 - \sqrt{0{,}0121}}$; б) $\sqrt{\sqrt{0{,}36} + \sqrt{0{,}0016}}$;

в) $\sqrt{\sqrt{0{,}04} - \sqrt{0{,}0016}}$; г) $\sqrt{\sqrt{0{,}49} + \sqrt{0{,}0121}}$.

1.46. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і вылічыце:

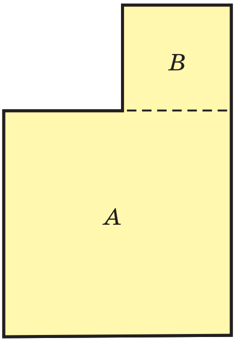
а) $\sqrt{61^2 - 60^2}$; б) $\sqrt{8{,}5^2 - 8{,}4^2}$;

в) $\sqrt{\left(15\frac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot 15\frac{1}{4} \cdot 6{,}25 + 6{,}25^2}$;

г) $\sqrt{\left(8\frac{1}{7}\right)^2 + 2 \cdot 8\frac{1}{7} \cdot 3\frac{6}{7} + \left(3\frac{6}{7}\right)^2}$.

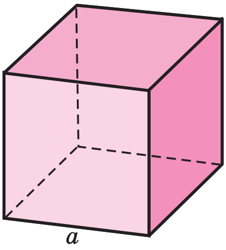
1.47. Шырыня прамавугольніка складае 65 % яго даўжыні. Знайдзіце перыметр прамавугольніка, калі яго плошча роўна 41,6 м^2.

1.48. Два квадратныя зямельныя ўчасткі A і B плошчай 1,21 а і 0,25 а злучаны так, як паказана на рысунку 4. Знайдзіце, колькі метраў агароджы спатрэбіцца, каб абгарадзіць па перыметры атрыманы ўчастак.



Рыс. 4

1.49. Для правядзення матэматычнага фестывалю вырабілі куб, на афарбоўку якога пайшло 2,7 кг фарбы. Плошча паверхні куба вылічваецца па формуле $S = 6a^2$, дзе a — даўжыня канта куба (рыс. 5). Знайдзіце a, ведаючы, што расход фарбы складае 200 г на адзін квадратны метр.



Рыс. 5

1.50. Знайдзіце значэнне выразу

$$\frac{38}{\sqrt{3{,}61}} - 2\frac{11}{14} \cdot \sqrt{1\frac{27}{169}} - 2 \cdot \sqrt{8^2 + 15^2}.$$

1.51. Знайдзіце значэнне выразу $a - 63a^{-2}$, калі $a = 3$.

1.52. Рашыце ўраўненне $(2x - 1)^2 - 2(x - 3) = (x + 5)(4x - 3)$.

1.53. Сярод лікаў 5; –1,3; $\frac{4}{9}$; 0; –1; 12,98; 37; $-\frac{6}{7}$ выберыце: а) натуральныя лікі; б) цэлыя лікі; в) рацыянальныя недадатныя лікі. Прывядзіце прыклады лікаў, якія з'яўляюцца цэлымі, але не з'яўляюцца натуральнымі; з'яўляюцца рацыянальнымі, але не з'яўляюцца цэлымі.

1.54. Пабудуйце графік функцыі $y = -x + 6$. Пры дапамозе графіка знайдзіце: а) нуль функцыі; б) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні; в) каардынаты пункта перасячэння графіка функцыі з воссю ардынат. Для функцыі $y = 2x + 5$ выканайце заданні а)—в) без пабудовы графіка.

1.55. Крама закупае садавіну па аптовай цане 2 р. 20 к. за кілаграм, а прадае з нацэнкай 15 %. Ці хопіць пакупніку 7 р. 50 к., каб купіць 3 кг садавіны ў гэтай краме?

1.56. Сярод супрацоўнікаў фірмы 23 чалавекі атрымалі вышэйшую эканамічную адукацыю ў БДЭУ, 15 чалавек скончылі БДУ, 5 чалавек скончылі абедзве гэтыя ВНУ, атрымаўшы дзве вышэйшыя адукацыі. Не маюць вышэйшай адукацыі 3 супрацоўнікі фірмы. Колькі чалавек працуе ў фірме? Колькі працэнтаў супрацоўнікаў фірмы скончылі толькі БДЭУ?

§ 2. Мноства ірацыянальных лікаў. Мноства рэчаісных лікаў

1.57. Запішыце лікі 5,2; 6; –2; $3\frac{2}{3}$ у выглядзе $\frac{m}{n}$, дзе m — цэлы, а n — натуральны лік.

1.58 Выберыце правільныя сцверджанні:

а) $2 \in \boldsymbol{N}$; б) $-1{,}2 \notin \boldsymbol{Z}$; в) $\frac{2}{3} \notin \boldsymbol{Q}$.

1.59. Запішыце звычайныя дробы $\frac{2}{25}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{3}{4}$; $\frac{5}{12}$ у выглядзе дзесятковых.

Усякі рацыянальны лік (цэлы або дробавы) можна запісаць у выглядзе $\frac{m}{n}$, дзе m — цэлы, а n — натуральны лік, а любы звычайны дроб можна запісаць у выглядзе дзесятковага дробу — канечнага або бесканечнага перыядычнага дробу.

Для таго каб знайсці даўжыню стараны квадрата, плошча якога роўна, напрыклад, 2 см^2, 3 м^2 або 15 см^2, неабходна вылічыць квадратны корань з гэтых лікаў. Паўстае пытанне: якому лікаваму мноству належаць лікі выгляду $\sqrt{x}$, дзе лік x не з'яўляецца квадратам некаторага рацыянальнага ліку (такія, як $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{15}$ і да т. п.)?

Разгледзім, напрыклад, лік $\sqrt{2}$.

Будзем меркаваць, што гэта рацыянальны лік, г. зн. $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$, дзе $\frac{m}{n}$ — нескарачальны дроб і $m \in \boldsymbol{N}$, $n \in \boldsymbol{N}$.

Па азначэнні арыфметычнага квадратнага кораня атрымаем: $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$, $\frac{m^2}{n^2} = 2$, тады $2n^2 = m^2$. Лік $2n^2$ з'яўляецца цотным, значыць, лікі m^2 і m таксама цотныя.

Запішам лік m у выглядзе $m = 2k$, дзе $k \in \boldsymbol{N}$. Роўнасць $2n^2 = m^2$ атрымае выгляд $2n^2 = (2k)^2$, або $2n^2 = 4k^2$, а значыць, $n^2 = 2k^2$, г. зн. лік n — цотны.

Такім чынам, лічнік і назоўнік дробу $\frac{m}{n}$ — цотныя лікі, значыць, дроб $\frac{m}{n}$ скарачальны. Атрымалі супярэчнасць з меркаваннем. Значыць, лік $\sqrt{2}$ не з'яўляецца рацыянальным.

Не існуе рацыянальнага ліку, квадрат якога роўны 2.

Такія лікі, як $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{15}$, называюць *ірацыянальнымі*. Іх немагчыма запісаць у выглядзе канечнага або бесканечнага перыядычнага дзесятковага дробу.

Для вылічэння значэнняў каранёў такога выгляду, напрыклад $\sqrt{3}$, можна рабіць наступнае:

$1 < \sqrt{3} < 2$, паколькі $1^2 < 3 < 2^2$,

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$, паколькі $1,7^2 < 3 < 1,8^2$,

$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$, паколькі $1,73^2 < 3 < 1,74^2$. Далей маем:

$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$,

$1,7320 < \sqrt{3} < 1,7321$,

$1,73205 < \sqrt{3} < 1,73206$ і г. д.

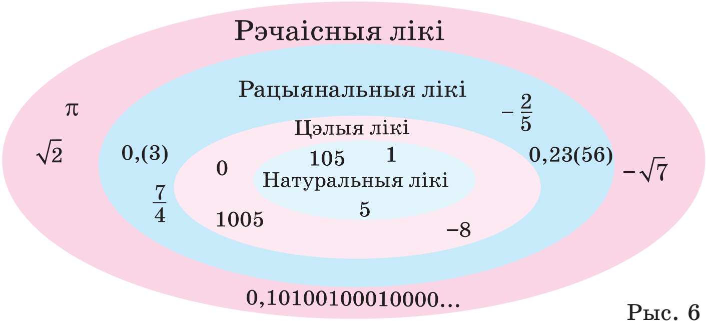
Атрымалі бесканечны неперыядычны дзесятковы дроб $\sqrt{3} = 1,73205...$.

Ірацыянальныя лікі — бесканечныя неперыядычныя дзесятковыя дробы. Мноства ірацыянальных лікаў абазначаюць літарай *I*.

Да ірацыянальных лікаў адносіцца, напрыклад, лік $\pi = 3,1415...$. Бесканечны неперыядычны дзесятковы дроб 2,1211211121111... (колькасць лічбаў 1 пасля кожнай лічбы 2 павялічваецца на адну) таксама з’яўляецца ірацыянальным лікам.

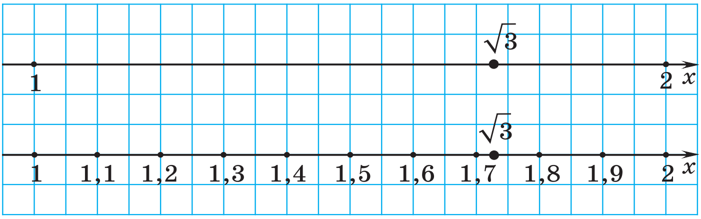
Аб’яднанне мностваў рацыянальных і ірацыянальных лікаў называюць мноствам рэчаісных лікаў і абазначаюць літарай *R*.

Пры дапамозе кругоў Эйлера (рыс. 6) можна паказаць суадносіны паміж лікавымі мноствамі.



Рыс. 6

Гэтаксама як і рацыянальныя лікі, рэчаісныя лікі паказваюць на каардынатнай прамой. Звычайна на каардынатнай прамой адзначаюць прыбліжанае значэнне ірацыянальнага ліку (рыс. 7).



Рыс. 7

Пры параўнанні ірацыянальных лікаў разглядаюць іх дзесятковыя прыбліжэнні, пакуль не з'явіцца адрозненне ў лічбах якога-небудзь разраду.

Напрыклад, параўнаем $\sqrt{10} = 3{,}1622776...$ і $\pi = 3{,}1415...$. Паколькі лічба сотых у першым ліку большая, чым у другім ліку, то $\sqrt{10} > \pi$.

⚙ Ірацыянальныя лікі	
Якія з дадзеных лікаў з'яўляюцца ірацыянальнымі: а) $\sqrt{3}$; б) $-\frac{3}{7}$; в) 3,525225222... (дзесятковыя знакі запісваюцца па правіле: колькасць лічбаў 2, што ідуць за кожнай лічбай 5, павялічваецца на адну)?	а) $\sqrt{3}$ — ірацыянальны лік. б) $-\frac{3}{7} = \frac{-3}{7}$ — рацыянальны лік, паколькі можа быць запісаны ў выглядзе $\frac{m}{n}$, дзе m — цэлы, а n — натуральны лік. в) 3,525225222... — ірацыянальны лік, паколькі ўяўляе сабой бесканечны неперыядычны дзесятковы дроб.
Рэчаісныя лікі	
Ці з'яўляецца правільным сцверджанне: а) $-3 \in \boldsymbol{Q}$;	а) Сцверджанне правільнае, паколькі лік −3 з'яўляецца рацыянальным.

б) $7{,}2 \in \boldsymbol{R}$; в) $\sqrt{9} \in \boldsymbol{I}$?	б) Сцверджанне правільнае, паколькі 7,2 — рацыянальны лік, а мноства рацыянальных лікаў з’яўляецца падмноствам мноства рэчаісных лікаў, $\boldsymbol{Q} \subset \boldsymbol{R}$. в) Сцверджанне няправільнае, паколькі $\sqrt{9} = 3 \in \boldsymbol{N}$.
Ці можна лікі $\frac{2}{13}$; $\sqrt{5}$ запісаць у выглядзе бесканечных перыядычных дзесятковых дробаў? Запішыце, калі гэта магчыма.	Запішам дроб $\frac{2}{13}$ у выглядзе дзелі: $\frac{2}{13} = 2:13$ — і выканаем дзяленне. Пасля лічбы 6 у дзелі лічбы пачнуць паўтарацца: $\frac{2}{13} = 0{,}(153846)$, г. зн. лік $\frac{2}{13}$ можна запісаць у выглядзе бесканечнага перыядычнага дзесятковага дробу. $\sqrt{5}$ — ірацыянальны лік, таму яго немагчыма запісаць у выглядзе бесканечнага перыядычнага дзесятковага дробу.
Параўнайце лікі π і $\frac{22}{7}$ (лік Архімеда).	$\pi = 3{,}1415...$. $\frac{22}{7} = 3\frac{1}{7} = 3{,}1428571...$. Паколькі ў другім ліку лічба тысячных большая, то $\pi < \frac{22}{7}$.

1. Якія з наступных сцверджанняў правільныя: а) $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{Z}$; б) $\boldsymbol{Z} \subset \boldsymbol{Q}$; в) $\boldsymbol{R} \subset \boldsymbol{Z}$; г) $\boldsymbol{N} \subset \boldsymbol{R}$; д) $\boldsymbol{I} \subset \boldsymbol{R}$?

2. Ці правільна, што не існуе рацыянальнага ліку, квадрат якога роўны: а) 3; б) 0,09; в) 1,6?

1.60. Сярод лікаў –1,8; 12; $\frac{4}{7}$; $\sqrt{5}$; 0; 2,13; –13; $-\frac{3}{11}$; 78; π; –6,7 выберыце: а) натуральныя; б) цэлыя; в) рацыянальныя; г) ірацыянальныя. Якому лікаваму мноству належаць усе гэтыя лікі?

1.61. Выберыце правільныя сцверджанні:

а) $-6 \in \boldsymbol{Z}$; б) $0 \in \boldsymbol{N}$; в) $\sqrt{13} \in \boldsymbol{I}$;

г) $-\frac{2}{13} \in \boldsymbol{R}$; д) $5{,}6 \in \boldsymbol{Q}$; е) $-\sqrt{11} \in \boldsymbol{R}$.

1.62. Ці правільна, што:

а) $-75 \notin \boldsymbol{Z}$; б) $\sqrt{51} \notin \boldsymbol{Q}$; в) $-\sqrt{7} \notin \boldsymbol{N}$;

г) $0 \notin \boldsymbol{Z}$; д) $\frac{3}{7} \notin \boldsymbol{I}$; е) $8{,}9 \notin \boldsymbol{R}$?

1.63. Якія з лікаў $\sqrt{16}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{0{,}49}$; $\sqrt{3{,}6}$ з’яўляюцца ірацыянальнымі?

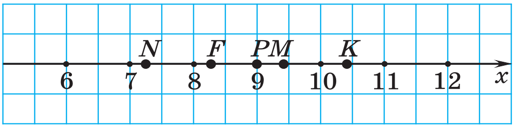
1.64. Прывядзіце па два прыклады ліку a, для якога вядома, што:

а) $a \in \boldsymbol{Z}$, але $a \notin \boldsymbol{N}$; б) $a \in \boldsymbol{R}$, але $a \notin \boldsymbol{Z}$;

в) $a \in \boldsymbol{R}$, але $a \notin \boldsymbol{I}$; г) $a \in \boldsymbol{R}$, але $a \notin \boldsymbol{Q}$.

1.65. Сярод лікаў $\frac{5}{9}$; $\sqrt{15}$; $\frac{23}{41}$; $\sqrt{0{,}2}$ выберыце тыя, якія можна запісаць у выглядзе бесканечнага перыядычнага дзесятковага дробу. Якому лікаваму мноству належаць выбраныя лікі?

1.66. Адзін з пунктаў на каардынатнай прамой (рыс. 8) адпавядае ліку $\sqrt{90}$. Назавіце гэты пункт.



Рыс. 8

1.67. На каардынатнай прамой адзначце прыбліжаныя значэнні лікаў $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$ $\sqrt{7}$ (у якасці адзінкавага адрэзка вазьміце 10 клетак сшытка).

1.68. На каардынатнай прамой пабудуйце пункты $A(3)$; $B\left(-\frac{1}{2}\right)$; $C\left(\sqrt{2}\right)$; $D(-2{,}5)$; $E\left(-\sqrt{3}\right)$.

1.69. Назавіце два паслядоўныя цэлыя лікі, паміж якімі змяшчаецца лік: $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{15}$.

1.70. Якія з лікаў $\sqrt{18}$; $\sqrt{26}$; $\sqrt{30}$ на каардынатнай прамой знаходзяцца паміж лікамі 5 і 6?

1.71. Знайдзіце цэлы лік, які знаходзіцца на каардынатнай прамой паміж лікамі $\sqrt{73}$ і $\sqrt{92}$.

1.72. Знайдзіце ўсе цэлыя лікі, якія знаходзяцца на каардынатнай прамой паміж лікамі:

а) $\sqrt{31}$ і $\sqrt{89}$; б) $-\sqrt{17}$ і $\sqrt{26}$; в) $-\sqrt{120}$ і $-\sqrt{8}$.

1.73. Ці правільна, што:

а) $\sqrt{29}+\sqrt{41}>11$; б) $\sqrt{79}+\sqrt{13}<13$?

1.74. Параўнайце лікі:

а) $\sqrt{26}$ і 5; б) $\sqrt{3}$ і 1,7;

в) π і 3,141; г) $\frac{\pi}{2}$ і $\sqrt{2}$.

1.75. Размясціце ў парадку спадання лікі 4, $\sqrt{6}$ і $\sqrt{17}$.

1.76. Знайдзіце ўсе цэлыя: а) дадатныя рашэнні няроўнасці $3x \leqslant \sqrt{37}$; б) адмоўныя рашэнні няроўнасці $-2x \leqslant \sqrt{63}$.

1.77. Ведаючы, што $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$ і $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$, ацаніце значэнне выразу:

а) $2\sqrt{5}+\sqrt{3}$; б) $3\sqrt{5}-2\sqrt{3}$.

1.78*. Дакажыце, што лік $\sqrt{7}$ з'яўляецца ірацыянальным.

1.79. Ці правільна, што: а) лік 8 з'яўляецца рацыянальным; б) лік $\sqrt{15}$ з'яўляецца ірацыянальным; в) лік 0 з'яўляецца натуральным; г) лік $\frac{2}{7}$ з'яўляецца рэчаісным; д) лік $\sqrt{81}$ з'яўляецца ірацыянальным? Прывядзіце прыклады лікаў, якія з'яўляюцца рацыянальнымі, але не з'яўляюцца цэлымі; з'яўляюцца рэчаіснымі, але не з'яўляюцца рацыянальнымі.

1.80. Сярод лікаў $\frac{7}{11}$; $\sqrt{5}$; $\frac{3}{19}$; $\sqrt{4{,}9}$ выберыце тыя, якія нельга запісаць у выглядзе бесканечнага перыядычнага дзесятковага дробу. Якому лікаваму мноству належаць выбраныя лікі?

1.81. На каардынатнай прамой адзначце прыбліжаныя значэнні лікаў $\sqrt{3}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{15}$; $-\sqrt{3}$; $-\sqrt{10}$; $-\sqrt{15}$ (у якасці адзінкавага адрэзка вазьміце 2 клеткі сшытка).

1.82. На каардынатнай прамой пабудуйце пункты $A(2)$; $B(-0{,}8)$; $C\left(-\sqrt{2}\right)$; $D(3{,}5)$; $E\left(\sqrt{5}\right)$.

1.83. Назавіце два паслядоўныя цэлыя лікі, паміж якімі знаходзіцца лік: $\sqrt{3}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{17}$.

1.84. Знайдзіце ўсе цэлыя лікі, якія знаходзяцца на каардынатнай прамой паміж лікамі $\sqrt{45}$ і $\sqrt{102}$.

1.85. Параўнайце лікі:

а) $\sqrt{35}$ і 6; б) $\sqrt{2}$ і 1,4; в) π і 3,1415.

1.86. Размясціце ў парадку нарастання лікі $\sqrt{13}$, $\sqrt{7}$ і 3.

1.87. Ведаючы, што $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ і $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$, ацаніце значэнне выразу $2\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

1.88*. Дакажыце, што лік $\sqrt{5}$ з'яўляецца ірацыянальным.

1.89. Ці правільна, што калі $a < b$, то:

а) $a + 3 < b + 3$; б) $-5a < -5b$;

в) $a - 4 < b - 4$; г) $\frac{a}{9} < \frac{b}{9}$?

1.90. Вылічыце:

а) $(7^{-2})^{-4} : (7^{-3})^{-3}$; б) $(2{,}5^{8})^{0} \cdot 2{,}5^{-1}$; в) $\frac{9^{-4} \cdot 9^{-15}}{27^{-12}}$.

1.91. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне здабытку $(3x - 1)(3x + 1)$ не перавышае значэнне сумы $9x^2 + 5x$.

1.92. У Мінску ўсталяваны кантэйнеры для збору макулатуры (рыс. 9). На іх ёсць інфармацыя аб тым, што 60 кг сабранай макулатуры ўратоўваюць ад вырубкі адно дрэва. Калі кожны васьмікласнік вашай школы здасць па 3 кг макулатуры, то колькі дрэў будзе выратавана? Колькі дрэў змогуць выратаваць усе вучні вашай школы, калі кожны з іх здасць па 5 кг макулатуры?

Рыс. 9

§ 3. Уласцівасці квадратных каранёў

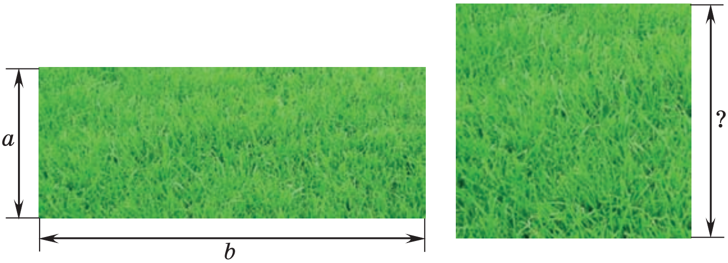
1.93. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $0{,}5^6 \cdot 2^6$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-7} \cdot 3^{-7}$; в) $\frac{6^5}{12^5}$.

1.94. Вылічыце: $|-12|+|5{,}5|-|-0{,}7|$.

1.95. Ці правільна, што $|a| = a$; $|-a| = a$?

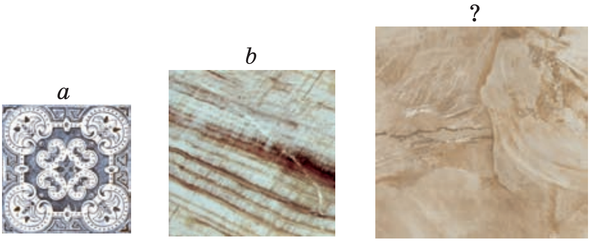
Разгледзім задачы. 1) Чаму роўна даўжыня стараны квадратнага ўчастка газона, калі яго плошча роўна плошчы прамавугольнага ўчастка са старанамі a і b (рыс. 10)?



Рыс. 10

Паколькі па ўмове задачы плошча квадрата роўна плошчы прамавугольніка, г. зн. роўна здабытку a і b, то старана квадрата роўна $\sqrt{ab}$.

2) У продажы ёсць квадратная плітка трох відаў: са стараной a, са стараной b, а таксама плітка большага памеру, плошча якой роўна суме плошчаў плітак першых двух відаў (рыс. 11). Якая старана вялікай квадратнай пліткі?



Рыс. 11

Плошча вялікай пліткі роўна $a^2 + b^2$, а старана вялікай пліткі роўна $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Рашэнне многіх задач прыводзіць да выразаў, якія змяшчаюць пад знакам кораня сумы, здабыткі і іншыя выразы. Выразы, што стаяць пад знакам кораня, называюцца **падкарэннымі**.

Напрыклад, для каранёў $\sqrt{2{,}25}$, $\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2+b^2}$, $\sqrt{4a^2+4ab+b^2}$ падкарэннымі выразамі адпаведна з’яўляюцца 2,25, ab, a^2+b^2, $4a^2+4ab+b^2$.

$\sqrt{a}$,
a — падкарэнны выраз,
$a \geqslant 0$

Падкарэнныя выразы прымаюць толькі неадмоўныя значэнні.

Напрыклад, выразы $\sqrt{-25}$ і $\sqrt{-a^2-1}$ не маюць сэнсу, паколькі корань з адмоўнага ліку не існуе.

$(\sqrt{a})^2 = a$, дзе $a \geqslant 0$

Па азначэнні арыфметычнага квадратнага кораня, калі $\sqrt{a} = x$, то $x^2 = a$, значыць, $(\sqrt{a})^2 = x^2 = a$, г. зн. $(\sqrt{a})^2 = a$.

Напрыклад, $(\sqrt{25})^2 = 25$;

$$(\sqrt{3{,}59})^2 = 3{,}59;$$

$$\left(\sqrt{2\frac{6}{19}}\right)^2 = 2\frac{6}{19}.$$

$$(\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(\sqrt{0{,}7})^2 = 0{,}7$$

$$(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \cdot (\sqrt{5})^2 =$$
$$= 9 \cdot 5 = 45$$

Для вылічэння значэнняў каранёў і выканання дзеянняў з каранямі карыстаюцца ўласцівасцямі.

Уласцівасць 1. Квадратны корань са здабытку неадмоўных множнікаў роўны здабытку каранёў з гэтых множнікаў.

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$,
дзе $a \geqslant 0$,
$b \geqslant 0$

Дакажам гэту ўласцівасць для кораня са здабытку двух множнікаў.

Доказ. Няхай $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = t$. Пакажам, што $\sqrt{ab} = t$, г. зн. 1) $t \geqslant 0$ і 2) $t^2 = ab$.

1) Па азначэнні арыфметычны квадратны корань з ліку ёсць неадмоўны лік, значыць, $\sqrt{a} \geqslant 0$ і $\sqrt{b} \geqslant 0$, а паколькі здабытак двух неадмоўных множнікаў ёсць неадмоўны лік, то $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geqslant 0$, значыць, $t \geqslant 0$.

2) Па ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам атрымаем: $t^2 = (\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$.

Такім чынам, $t \geqslant 0$ і $t^2 = ab$, значыць, $\sqrt{ab} = t$. Паколькі $t = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Прыклад 1. Вылічыце $\sqrt{144 \cdot 625}$.

Рашэнне. $\sqrt{144 \cdot 625} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{625} =$ $= 12 \cdot 25 = 300.$

$$\sqrt{36 \cdot 25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = 6 \cdot 5 = 30$$

$$\sqrt{0{,}04 \cdot 81} = \sqrt{0{,}04} \cdot \sqrt{81} = 0{,}2 \cdot 9 = 1{,}8$$

Уласцівасць 2. Квадратны корань з дзелі роўны дзелі каранёў з дзялімага і дзельніка, калі дзялімае — неадмоўны лік, а дзельнік — дадатны лік.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$$

дзе $a \geqslant 0$, $b > 0$

Доказ гэтай уласцівасці аналагічны папярэдняму. Праўдзіце яго самастойна.

Прыклад 2. Вылічыце $\sqrt{\dfrac{1225}{0{,}25}}$.

Рашэнне. $\sqrt{\dfrac{1225}{0{,}25}} = \dfrac{\sqrt{1225}}{\sqrt{0{,}25}} = \dfrac{35}{0{,}5} = 70.$

$$\sqrt{\frac{169}{25}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{25}} = \frac{13}{5} = 2{,}6$$

$$\sqrt{\frac{0{,}04}{36}} = \frac{\sqrt{0{,}04}}{\sqrt{36}} = \frac{0{,}2}{6} = \frac{1}{30}$$

Уласцівасці квадратных каранёў прымяняюцца як злева направа, так і справа налева:

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, дзе $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$; $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$, дзе $a \geqslant 0$, $b > 0$.

Прыклад 3. Вылічыце:

а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$; б) $\dfrac{\sqrt{0{,}5}}{\sqrt{2}}$.

Рашэнне.

а) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12 \cdot 3} = \sqrt{36} = 6;$

б) $\dfrac{\sqrt{0{,}5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{0{,}5}{2}} = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5.$

$$\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

Уласцівасць 3. Квадратны корань з квадрата ліку роўны модулю гэтага ліку.

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

Доказ. Па азначэнні модуля

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ калі } a \geqslant 0; \\ -a, \text{ калі } a < 0. \end{cases}$$

Калі $a \geqslant 0$, то па азначэнні квадратнага кораня з ліку: $\sqrt{a^2} = a$, паколькі $a \geqslant 0$ і $a^2 = a^2$.

Калі $a < 0$, то па азначэнні квадратнага кораня з ліку:
$\sqrt{a^2} = -a$, паколькі $-a > 0$ і $(-a)^2 = a^2$.

Атрымалі $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, \text{ калі } a \geqslant 0; \\ -a, \text{ калі } a < 0. \end{cases}$

Такім чынам, $\sqrt{a^2} = |a|$.

Напрыклад, $\sqrt{6^2} = |6| = 6$;

$\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25m^2} = |5m| = 5|m|$; $\sqrt{\dfrac{c^2}{9}} = \dfrac{|c|}{3}$.

$$\sqrt{11^2} = |11| = 11$$

$$\sqrt{(-13)^2} = |-13| = 13$$

$$\sqrt{36a^2} = |6a| = 6|a|$$

$$\sqrt{\frac{x^2}{49}} = \left|\frac{x}{7}\right| = \frac{|x|}{7}$$

Квадратны корань са здабытку	
Знайдзіце значэнне выразу: а) $\sqrt{0{,}0625 \cdot 1{,}44}$; б) $\sqrt{104^2 - 40^2}$; в) $\sqrt{27 \cdot 75}$.	а) $\sqrt{0{,}0625 \cdot 1{,}44} =$ $= \sqrt{0{,}0625} \cdot \sqrt{1{,}44} =$ $= 0{,}25 \cdot 1{,}2 = 0{,}3$; б) $\sqrt{104^2 - 40^2} =$ $= \sqrt{(104 + 40)(104 - 40)} =$ $= \sqrt{144 \cdot 64} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{64} =$ $= 12 \cdot 8 = 96$; в) $\sqrt{27 \cdot 75} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 3} =$ $= \sqrt{9^2 \cdot 25} = 9 \cdot 5 = 45$.
Вылічыце: а) $\sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{6}$; б) $\sqrt{0{,}1} \cdot \sqrt{1{,}6} \cdot \sqrt{100}$.	а) $\sqrt{1{,}5} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{1{,}5 \cdot 6} = \sqrt{9} = 3$; б) $\sqrt{0{,}1} \cdot \sqrt{1{,}6} \cdot \sqrt{100} =$ $= \sqrt{0{,}1 \cdot 1{,}6 \cdot 100} = \sqrt{16} = 4$.

<table>
<tr><th colspan="2">Квадратны корань з дзелі</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце значэнне выразу:
а) $\sqrt{\frac{5625}{0,09}}$; б) $\sqrt{\frac{0,0036}{0,25}}$.</td><td>а) $\sqrt{\frac{5625}{0,09}}=\frac{\sqrt{5625}}{\sqrt{0,09}}=\frac{75}{0,3}=250$;
б) $\sqrt{\frac{0,0036}{0,25}}=\frac{\sqrt{0,0036}}{\sqrt{0,25}}=\frac{0,06}{0,5}=$
$=\frac{6}{50}=\frac{3}{25}$.</td></tr>
<tr><td>Вылічыце:
а) $\frac{\sqrt{0,63}}{\sqrt{0,07}}$; б) $\frac{\sqrt{0,1}}{\sqrt{0,729}}$.</td><td>а) $\frac{\sqrt{0,63}}{\sqrt{0,07}}=\sqrt{\frac{0,63}{0,07}}=\sqrt{9}=3$;
б) $\frac{\sqrt{0,1}}{\sqrt{0,729}}=\sqrt{\frac{0,1}{0,729}}=\sqrt{\frac{100}{729}}=$
$=\frac{10}{27}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Квадратны корань з квадрата ліку</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце значэнне выразу:
а) $\sqrt{(-3,47)^2}$;
б) $-2\cdot\sqrt{2,5^2}$;
в) $15:\sqrt{(-3)^2}$.</td><td>а) $\sqrt{(-3,47)^2}=|-3,47|=3,47$;
б) $-2\cdot\sqrt{2,5^2}=-2\cdot|2,5|=$
$=-2\cdot2,5=-5$;
в) $15:\sqrt{(-3)^2}=15:|-3|=$
$=15:3=5$.</td></tr>
<tr><td>Спрасціце выраз:
а) $\sqrt{y^2}$, калі $y>0$;
б) $\sqrt{p^2}$, калі $p<0$;
в) $\sqrt{m^8}$;
г) $\sqrt{4a^2-4a+1}$, калі $a<\frac{1}{2}$.</td><td>а) $\sqrt{y^2}=|y|$; калі $y>0$, то $|y|=y$, значыць, $\sqrt{y^2}=y$;
б) $\sqrt{p^2}=|p|$; калі $p<0$, то $|p|=-p$, значыць, $\sqrt{p^2}=-p$;
в) $\sqrt{m^8}=\sqrt{(m^4)^2}=|m^4|=m^4$;
г) $\sqrt{4a^2-4a+1}=\sqrt{(2a-1)^2}=$
$=|2a-1|$.
Калі $a<\frac{1}{2}$, то
$|2a-1|=-(2a-1)=1-2a$,
значыць,
$\sqrt{4a^2-4a+1}=1-2a$.</td></tr>
</table>

1. Пры якіх значэннях a і b правільная роўнасць $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$?

2. Ці правільна, што $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ пры любых значэннях a?

3. Ці правільна, што $\sqrt{\frac{p}{k}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{k}}$?

4. Растлумачце, чаму $\sqrt{(-2)^2} \neq -2$.

5. Пры якіх значэннях m правільная роўнасць $\sqrt{m^2} = -m$?

1.96. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\sqrt{49}\right)^2$; б) $\left(\sqrt{4{,}5}\right)^2$; в) $\left(\sqrt{2}\right)^2$;

г) $\left(-\sqrt{\frac{7}{9}}\right)^2$; д) $\left(2\sqrt{3}\right)^2$; е) $\left(0{,}1\sqrt{5}\right)^2$.

1.97. Знайдзіце квадрат ліку:

а) $\sqrt{53}$; б) $8\sqrt{2}$; в) $-\sqrt{3{,}4}$; г) $-3\sqrt{\frac{5}{6}}$.

1.98. Знайдзіце значэнне выразу:

а) x^2 пры $x = \sqrt{5};\ -\sqrt{2};\ 5\sqrt{7}$;

б) $\frac{x^2}{3}$ пры $x = \sqrt{3};\ -2\sqrt{6};\ 4\sqrt{15}$;

в) $-\frac{1}{7}x^2$ пры $x = \sqrt{14};\ -3\sqrt{7};\ 0{,}1\sqrt{21}$.

1.99. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2$; б) $\left(6\sqrt{3}\right)^2 - \left(3\sqrt{2}\right)^2$.

1.100. Вылічыце, выкарыстаўшы ўласцівасць квадратнага кораня са здабытку:

а) $\sqrt{49 \cdot 81}$; б) $\sqrt{16 \cdot 121}$; в) $\sqrt{0{,}36 \cdot 25}$;

г) $\sqrt{2{,}25 \cdot 64}$; д) $\sqrt{144 \cdot 1{,}21}$; е) $\sqrt{9 \cdot 0{,}25 \cdot 64}$.

1.101. Вылічыце рацыянальным спосабам:

а) $\sqrt{1{,}69 \cdot 0{,}09 \cdot 0{,}16}$; б) $\sqrt{0{,}04 \cdot 1{,}96 \cdot 225}$;

в) $\sqrt{0{,}0001 \cdot 16 \cdot 6{,}25}$; г) $\sqrt{0{,}0025 \cdot 3{,}24 \cdot 36}$.

1.102. Знайдзіце значэнне выразу, выкарыстаўшы ўласцівасць квадратнага кораня з дзелі:

а) $\sqrt{\frac{36}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{9}{625}}$; в) $\sqrt{\frac{169}{64}}$;

г) $\sqrt{\frac{10\,000}{121}}$; д) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; е) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$.

1.103. Вылічыце:

а) $\sqrt{64 \cdot 9} - \sqrt{25 \cdot 81}$; б) $\sqrt{\frac{64}{9}} + \sqrt{\frac{25}{81}}$.

1.104. Параўнайце значэнні выразаў $\sqrt{x \cdot y}$ і $\sqrt{\frac{x}{y}}$, калі:

а) $x = 64$, $y = 121$; б) $x = -36$, $y = -0{,}01$;

в) $x = \frac{4}{9}$, $y = 1\frac{7}{9}$; г) $x = -0{,}04$, $y = -2{,}56$.

Ці можна знайсці значэнні дадзеных выразаў, калі лікі x і y розных знакаў?

1.105. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{\frac{0{,}36 \cdot 25}{49}}$; б) $\sqrt{\frac{1{,}21}{400 \cdot 0{,}81}}$;

в) $\sqrt{2\frac{7}{9} \cdot \frac{1}{4}}$; г) $\sqrt{12\frac{1}{4} \cdot 10{,}24}$.

1.106. Знайдзіце значэнне здабытку, выкарыстаўшы ўласцівасць кораня:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; б) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$; в) $\sqrt{14{,}4} \cdot \sqrt{10}$;

г) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{0{,}2}$; д) $\sqrt{0{,}1} \cdot \sqrt{2{,}5}$; е) $\sqrt{0{,}3} \cdot \sqrt{10{,}8}$.

1.107. Знайдзіце значэнне дзелі, выкарыстаўшы ўласцівасць кораня:

а) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{45}}$; б) $\frac{\sqrt{47}}{\sqrt{4700}}$; в) $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}$;

г) $\frac{\sqrt{14{,}7}}{\sqrt{0{,}3}}$; д) $\frac{\sqrt{25{,}6}}{\sqrt{10}}$; е) $\frac{\sqrt{72{,}2}}{\sqrt{0{,}2}}$.

1.108. Выканайце здабыванне квадратнага кораня:

а) $\sqrt{10 \cdot 250}$; б) $\sqrt{11 \cdot 1100}$; в) $\sqrt{360 \cdot 90}$;

г) $\sqrt{48 \cdot 75}$; д) $\sqrt{63 \cdot 28}$; е) $\sqrt{0{,}4 \cdot 4{,}9}$;

ж) $\sqrt{0{,}8 \cdot 9{,}8}$; з) $\sqrt{32{,}4 \cdot 36{,}1}$; і) $\sqrt{25{,}6 \cdot 57{,}6}$.

1.109. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{\frac{8}{27} \cdot \frac{50}{81} \cdot 16\frac{1}{3}}$; б) $\sqrt{\frac{75}{7} \cdot \frac{8}{11} \cdot 1\frac{1}{21}}$.

1.110. Вылічыце:

а) $\sqrt{\frac{2}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}}$; б) $\sqrt{2{,}4} \cdot \sqrt{3\frac{3}{4}}$;

в) $\sqrt{\frac{1}{17}} \cdot \sqrt{2\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{7}$; г) $\sqrt{0{,}375} \cdot \sqrt{10\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{4}{9}}$.

Прывядзіце свой прыклад, аналагічны выкананым.

1.111. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{18} : \sqrt{50}$; б) $\sqrt{125} : \sqrt{80}$;

в) $\sqrt{7,5} : \sqrt{2,7}$; г) $\sqrt{6,3} : \sqrt{17,5}$.

Прывядзіце свой прыклад, аналагічны выкананым.

1.112. Знайдзіце, у колькі разоў лік:

а) $\sqrt{75}$ большы за лік $\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{11}$ меншы за лік $\sqrt{99}$.

1.113. Вылічыце:

а) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$; б) $-8\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$;

в) $3\sqrt{11} \cdot \left(-\sqrt{11}\right)$; г) $6\sqrt{10} \cdot 0,1\sqrt{10}$.

1.114. Вызначыце, ці з'яўляюцца ўзаемна адваротнымі лікі:

а) $\sqrt{5}$ і $\frac{\sqrt{5}}{5}$; б) $2\sqrt{3}$ і $\frac{1}{\sqrt{12}}$; в) $3\sqrt{2}$ і $-3\sqrt{2}$.

1.115. Знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ і $\sqrt{a} : \sqrt{b}$, калі:

а) $a = 32,\ b = 50$; б) $a = 1,8,\ b = 9,8$; в) $a = 1,7,\ b = \frac{5}{34}$.

Падбярыце такія значэнні зменных a і b, пры якіх значэнні дадзеных выразаў роўныя.

1.116. Знайдзіце значэнне выразу, выкарыстаўшы ўласцівасць кораня:

а) $\sqrt{25^2 - 24^2}$; б) $\sqrt{148^2 - 48^2}$; в) $\sqrt{5^2 - 1,4^2}$;

г) $\sqrt{5,5^2 - 4,4^2}$; д) $\sqrt{0,68^2 - 0,32^2}$; е) $\sqrt{3,73^2 - 2,52^2}$.

1.117. Вылічыце:

а) $5\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; б) $3\sqrt{8} : \left(\frac{1}{6}\sqrt{2}\right)$;

в) $5\sqrt{3} \cdot 0,1\sqrt{12}$; г) $2\sqrt{7} : \left(\frac{3}{14}\sqrt{63}\right)$.

1.118. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{-242 \cdot (-32)}$; б) $\sqrt{2 \cdot (-10) \cdot (-405)}$;

в) $\sqrt{\frac{-27}{-147}}$; г) $\sqrt{\frac{4 \cdot (-8)}{-50}}$.

1.119. Размясціце ў парадку спадання значэнні выразаў $\left(0,01\sqrt{1000}\right)^2$, $\sqrt{1000} : \sqrt{0,1}$ і $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1000}$.

1.120. Вызначыце, рацыянальнымі або ірацыянальнымі лікамі з’яўляюцца значэнні выразаў a^2, a^3 і $2a\sqrt{3}$ пры $a = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

1.121. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$; б) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{\frac{5}{9}} \cdot \sqrt{5}$;

в) $\sqrt{20 \cdot 45} - \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}}$; г) $\sqrt{54} : \sqrt{24} + \sqrt{(-48) \cdot (-75)}$.

1.122. Вылічыце:

а) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$; б) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{21}}$; в) $\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$;

г) $\frac{25\sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{5}}$; д) $\frac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{128}}$; е) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{24}} \cdot \sqrt{\frac{3}{26}}$.

1.123. Параўнайце значэнні выразаў $\sqrt{m^2 - n^2}$ і $m - n$, калі:

а) $m = 45{,}8$, $n = 44{,}2$; б) $m = 1\frac{1}{16}$, $n = \frac{1}{2}$.

Ці правільна, што выразы $\sqrt{m^2 - n^2}$ і $m - n$ тоесна роўныя?

1.124. Вылічыце:

а) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{14}}{21}$; б) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{10}$; в) $\frac{5\sqrt{51} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{17}}$;

г) $\frac{15\sqrt{19}}{2\sqrt{95} \cdot \sqrt{5}}$; д) $\left(\sqrt{2}\right)^3 \cdot \sqrt{32}$; е) $\left(5\sqrt{3}\right)^3 \cdot \sqrt{3}$.

1.125. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{43^2}$; б) $3 \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{11}\right)^2}$; в) $\sqrt{(-29)^2}$;

г) $10 \cdot \sqrt{(-5{,}71)^2}$; д) $12 : \sqrt{(-0{,}2)^2}$; е) $\sqrt{(-6)^2} - \sqrt{15^2}$.

Прывядзіце свае прыклады, аналагічныя выкананым.

1.126. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{x^2}$; б) $\sqrt{(3a)^2}$; в) $\sqrt{16m^2}$; г) $\sqrt{\frac{4c^2}{9}}$.

1.127. Вылічыце, калі магчыма:

а) $\sqrt{(-5)^2}$; б) $\sqrt{-5^2}$; в) $\left(\sqrt{-5}\right)^2$.

1.128. Праверце, ці правільныя роўнасці:

а) $\sqrt{0{,}3^2} = 0{,}3$; б) $\sqrt{b^2} = b$; в) $\sqrt{(-7)^2} = -7$;

г) $\sqrt{(-11)^2} = 11$; д) $\sqrt{m^4} = m^2$; е) $\sqrt{16x^2} = -8x$.

1.129. Падбярыце некалькі значэнняў зменнай a, для якіх выконваецца роўнасць:

а) $\sqrt{a^2} = a$; б) $\sqrt{a^2} = -a$.

1.130. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{x^2}$, калі $x > 0$; б) $\sqrt{b^2}$, калі $b < 0$;

в) $\sqrt{9n^2}$, калі $n < 0$; г) $\sqrt{\frac{a^2}{36}}$, калі $a \geqslant 0$;

д) $-5\sqrt{n^2}$, калі $n > 0$; е) $-2\sqrt{25y^2}$, калі $y \leqslant 0$;

ж) $-\sqrt{\frac{p^2}{100}}$, калі $p < 0$; з) $-\sqrt{1\frac{9}{16}k^2}$, калі $k \geqslant 0$.

1.131. Запішыце ў выглядзе адначлена выраз:

а) $5a\sqrt{9a^2}$ пры $a < 0$; б) $3a^2\sqrt{4a^2}$ пры $a \geqslant 0$;

в) $-a\sqrt{0{,}25a^2}$ пры $a \leqslant 0$; г) $-a^3\sqrt{81a^2}$ пры $a > 0$.

1.132. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{m^6}$, калі $m \geqslant 0$; б) $\sqrt{4y^{10}}$, калі $y < 0$;

в) $\sqrt{n^4}$; г) $\sqrt{\frac{b^8}{25}}$;

д) $-3\sqrt{0{,}49n^6}$, калі $n > 0$; е) $-7\sqrt{9k^{14}}$, калі $k \leqslant 0$;

ж) $-\sqrt{\frac{c^{12}}{36}}$; з) $-\sqrt{\frac{16x^{16}}{81}}$.

1.133. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай правільная роўнасць:

а) $\sqrt{a^6} = a^3$; б) $\sqrt{b^{16}} = b^8$;

в) $\sqrt{c^{10}} = -c^5$; г) $\sqrt{x^{12}} = -x^6$.

1.134. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{5^6}$; б) $\sqrt{15^2 \cdot 2^8}$; в) $\sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$;

г) $\sqrt{\frac{3^2 \cdot 2^{10}}{5^4}}$; д) $\sqrt{\frac{7^4}{2^8 \cdot 5^6}}$; е) $\sqrt{\frac{13^2 \cdot 5^4}{2^{10}}}$.

1.135. Вылічыце:

а) $\sqrt{(-3)^8}$; б) $\sqrt{(-7)^6}$; в) $\sqrt{2^6\cdot(-10)^2}$;

г) $\sqrt{\dfrac{16^4\cdot(-3)^6}{(-12)^4}}$; д) $\sqrt{\dfrac{3^2\cdot(-2)^8}{(-5)^4}}$; е) $\sqrt{\dfrac{7^4}{(-2)^6\cdot 5^6}}$.

1.136. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{6,4\cdot 10^7}$; б) $\sqrt{16,9\cdot 10^5}$;

в) $\sqrt{0,9\cdot 10^{-3}}$; г) $\sqrt{0,025\cdot 10^{-5}}$.

1.137. Спрасціце выраз $\sqrt{\frac{1}{9}a^2b^6}$, калі a і b — лікі:

а) аднаго знака; б) розных знакаў.

1.138. Пераўтварыце выраз:

а) $\sqrt{25a^6b^{10}}$, калі $a > 0$, $b < 0$;

б) $-\sqrt{0,36a^8b^{14}}$, калі $b \geqslant 0$; в) $\sqrt{\dfrac{9a^{10}}{49b^{12}}}$, калі $a < 0$.

1.139. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{(a-7)^2}$ пры $a \geqslant 7$;

б) $\sqrt{(a+8)^2}$ пры $a < -8$;

в) $\sqrt{(y-3)^2} + \sqrt{(y-5)^2}$ пры $3 \leqslant y \leqslant 5$;

г) $\sqrt{(x+4)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ пры $x < -4$.

1.140. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $\sqrt{(2m-5,4)^2} + 5,4$ пры $-1 \leqslant m \leqslant 1$;

б) $\sqrt{(3n-12,1)^2} - 12,1$ пры $-5 < n < 4$;

в) $\sqrt{(2a-1,8)^2} - \sqrt{(3,2a+1,6)^2} - 2a - 1,6$ пры $-0,4 \leqslant a \leqslant 0,5$;

г) $\sqrt{(9b-1)^2} + \sqrt{(2b+3,4)^2} - b + 3,4$ пры $-2,8 \leqslant b \leqslant -1,8$.

1.141*. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\sqrt{\sqrt{11}}\right)^4$; б) $\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^4$; в) $\left(\sqrt{2\sqrt{5}}\right)^4$.

1.142*. Вылічыце:

а) $\sqrt{70-\sqrt{\dfrac{44^2-26^2}{35}}}$; б) $\sqrt{1\frac{7}{9}\cdot\sqrt{\dfrac{29}{33^2-25^2}}}$.

1.143*. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{33^2 + 44^2}$; б) $\sqrt{666^2 + 888^2}$.

1.144*. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2}$ пры $a < b$;

б) $\sqrt{4m^2 - 4mn + n^2}$ пры $n \geqslant 2m$;

в) $\sqrt{36b^2 + 12b + 1} + \sqrt{b^2 - 10b + 25} - \sqrt{b^2}$ пры $-6 \leqslant b \leqslant -1$;

г) $\sqrt{49a^2 - 14a + 1} - \sqrt{a^2 - 6a + 9} + \sqrt{25a^2}$ пры $1 \leqslant a \leqslant 2$.

1.145*. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = \sqrt{(x - 3)^2}$ пры $x \geqslant 3$;

б) $y = \sqrt{(x + 1)^2}$ пры $x \leqslant -1$;

в) $y = \sqrt{(x - 5)^2} - \sqrt{(x - 1)^2}$ пры $1 \leqslant x \leqslant 5$.

* * *

1.146. Вылічыце:

а) $\left(\sqrt{36}\right)^2$; б) $\left(\sqrt{8,3}\right)^2$; в) $\left(\sqrt{3}\right)^2$;

г) $\left(\sqrt{\frac{11}{16}}\right)^2$; д) $\left(3\sqrt{2}\right)^2$; е) $\left(0,1\sqrt{7}\right)^2$.

1.147. Знайдзіце значэнне выразу:

а) a^2 пры $a = \sqrt{7};\ -\sqrt{11};\ 5\sqrt{2}$;

б) $-\frac{a^2}{5}$ пры $a = \sqrt{5};\ -\sqrt{15};\ -2\sqrt{10}$.

1.148. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(6\sqrt{6}\right)^2$; б) $\left(2\sqrt{2}\right)^2 - \left(7\sqrt{3}\right)^2$.

1.149. Знайдзіце значэнне выразу, выкарыстаўшы ўласцівасць квадратнага кораня:

а) $\sqrt{36 \cdot 16}$; б) $\sqrt{25 \cdot 0,09}$;

в) $\sqrt{144 \cdot 0,49}$; г) $\sqrt{0,01 \cdot 0,64 \cdot 121}$;

д) $\sqrt{\frac{25}{64}}$; е) $\sqrt{\frac{49}{324}}$;

ж) $\sqrt{\frac{289}{100}}$; з) $\sqrt{3\frac{13}{81}}$.

1.150. Вылічыце:

а) $\sqrt{81 \cdot 16} - \sqrt{225 \cdot 4}$; б) $\sqrt{\frac{81}{16}} + \sqrt{\frac{225}{4}}$.

1.151. Параўнайце значэнні выразаў $\sqrt{m \cdot n}$ і $\sqrt{\frac{n}{m}}$, калі:

а) $m = 49$, $n = 25$;

б) $m = 0{,}04$, $n = 121$;

в) $m = -\frac{1}{4}$, $n = -\frac{1}{9}$.

1.152. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{\frac{64 \cdot 0{,}49}{81}}$; б) $\sqrt{\frac{1{,}69}{900 \cdot 0{,}25}}$;

в) $\sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 9}$; г) $\sqrt{2{,}25 \cdot \frac{25}{49}}$.

1.153. Вылічыце, выкарыстаўшы ўласцівасці каранёў:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$; б) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$; в) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{0{,}5}$;

г) $\sqrt{0{,}1} \cdot \sqrt{0{,}4}$; д) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{80}}$; е) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$;

ж) $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}}$; з) $\frac{\sqrt{700}}{\sqrt{7}}$; і) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{972}}$.

1.154. Выканайце здабыванне квадратнага кораня:

а) $\sqrt{250 \cdot 640}$; б) $\sqrt{18 \cdot 50}$;

в) $\sqrt{0{,}9 \cdot 2{,}5}$; г) $\sqrt{12{,}1 \cdot 28{,}9}$.

1.155. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{\frac{5}{19}} \cdot \sqrt{\frac{19}{45}}$; б) $\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{17\frac{6}{7}} \cdot \sqrt{4{,}2}$.

1.156. Вылічыце:

а) $\sqrt{48} : \sqrt{75}$; б) $\sqrt{6{,}8} : \sqrt{15{,}3}$.

1.157. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$; б) $-6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}$;

в) $-\sqrt{13} \cdot 4\sqrt{13}$; г) $5\sqrt{7} \cdot \left(-0{,}2\sqrt{7}\right)$.

1.158. Знайдзіце значэнне выразу, выкарыстаўшы рацыянальны спосаб рашэння:

а) $\sqrt{41^2 - 40^2}$; б) $\sqrt{178^2 - 78^2}$;

в) $\sqrt{8{,}2^2 - 1{,}8^2}$; г) $\sqrt{6{,}5^2 - 5{,}2^2}$.

1.159. Вылічыце:

а) $7\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}$; б) $5\sqrt{7}:\left(\frac{1}{7}\sqrt{28}\right)$; в) $4\sqrt{8}\cdot 0{,}01\sqrt{18}$.

1.160. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{-32\cdot(-162)}$; б) $\sqrt{\frac{-2\cdot 40}{-245}}$.

1.161. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{24}}+\sqrt{32\cdot 50}$; б) $\sqrt{-27\cdot(-108)}-\sqrt{45}:\sqrt{125}$.

1.162. Вылічыце:

а) $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{32}}$; б) $\frac{6\sqrt{7}\cdot\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$; в) $\frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{48}\cdot\sqrt{5}}$.

1.163. Параўнайце значэнні выразаў $\sqrt{a^2-b^2}$ і $a-b$, калі:

а) $a=117,\ b=108$; б) $a=24{,}5,\ b=19{,}6$.

1.164. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{31^2}$; б) $6\cdot\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2}$;

в) $\sqrt{(-13)^2}$; г) $5\cdot\sqrt{(-3{,}62)^2}$.

1.165. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{y^2}$; б) $\sqrt{(7a)^2}$; в) $\sqrt{25n^2}$; г) $\sqrt{\frac{16x^2}{81}}$.

1.166. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{c^2}$, калі $c>0$; б) $\sqrt{y^2}$, калі $y<0$;

в) $\sqrt{25a^2}$, калі $a\geqslant 0$; г) $\sqrt{\frac{x^2}{9}}$, калі $x<0$;

д) $-2\sqrt{m^2}$, калі $m>0$; е) $-5\sqrt{4c^2}$, калі $c\leqslant 0$;

ж) $-\sqrt{\frac{n^2}{25}}$, калі $n>0$; з) $-\sqrt{2\frac{1}{4}b^2}$, калі $b>0$.

1.167. Запішыце ў выглядзе адначлена выраз:

а) $\sqrt{a^{18}}$, калі $a>0$; б) $\sqrt{9b^6}$, калі $b\leqslant 0$;

в) $-2\sqrt{4n^{18}}$, калі $n\leqslant 0$; г) $-6\sqrt{0{,}01m^{10}}$, калі $m\geqslant 0$;

д) $\sqrt{k^8}$; е) $-\sqrt{\frac{x^{16}}{25}}$;

ж) $\sqrt{\frac{c^4}{49}}$; з) $-\sqrt{\frac{36y^{20}}{121}}$.

1.168. Вылічыце, выкарыстаўшы ўласцівасць кораня:

а) $\sqrt{5^6}$; б) $\sqrt{(-2)^8}$; в) $\sqrt{3^4\cdot(-15)^2}$; г) $\sqrt{\dfrac{7^2\cdot(-2)^8}{14^4}}$.

1.169. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{3{,}6\cdot10^{-5}}$; б) $\sqrt{0{,}049\cdot10^7}$.

1.170. Спрасціце выраз $\sqrt{\dfrac{4}{25}m^4n^{10}}$, калі:

а) $n \geqslant 0$; б) $n < 0$.

Растлумачце, чаму знак значэння дадзенага выразу не залежыць ад знака зменнай *m*.

1.171. Запішыце ў выглядзе мнагачлена выраз:

а) $\sqrt{(a-4)^2}$ пры $a > 4$;

б) $\sqrt{(b+2)^2}$ пры $b < -2$;

в) $\sqrt{(3b+10{,}2)^2} + 10{,}2$ пры $-3 \leqslant b \leqslant 3$;

г) $\sqrt{(2a-6{,}4)^2} - 2a + 3{,}2$ пры $1 \leqslant a \leqslant 3$.

1.172*. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{x^2-6xy+9y^2}$ пры $x < 3y$;

б) $\sqrt{b^2-10b+25} + \sqrt{b^2+14b+49}$ пры $-5{,}8 < b < 4{,}4$.

1.173*. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = \sqrt{(x-2)^2}$ пры $x \geqslant 2$;

б) $y = \sqrt{x^2+6x+9}$ пры $x \leqslant -3$.

* * *

1.174. Выкарыстаўшы даныя рысунка 12, выберыце правільнае сцверджанне: а) $a > 0$; б) $a < 0$; в) $a = 0$.

Рыс. 12

1.175. Выканайце дзеянні: $-2\cdot3^{-2}+5^0$.

1.176. Рашыце няроўнасць $(x+7)(x-7) \geqslant x^2+5x-49$.

1.177. Пабудуйце графік ураўнення $3x + y = 2$.

1.178. Раскладзіце на множнікі $3a(b-4c)-b+4c$.

1.179. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:
а) $a^2 - 10a + 25$; б) $9x^4 + 6x^2 + 1$;
в) $4m^2 - 20mn + 25n^2$; г) $0{,}01a^6 + 0{,}4a^3 + 4$.

1.180. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} x + 4y = 9, \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$ спосабам падстаноўкі.

1.181. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 3x + 8y = -18, \\ 5x - 18y = 64 \end{cases}$ спосабам складання.

1.182. Турысты адправіліся ў паход на Браслаўскія азёры. Частку шляху яны праехалі на цягніку, частку — на аўтобусе і яшчэ частку — прайшлі пешшу, пераадолеўшы ўвогуле 195 км. Шлях, які турысты праехалі на аўтобусе, апынуўся на 15 км даўжэйшым за шлях, пройдзены пешшу, і склаў 20 % шляху, пераадоленага на цягніку. Колькі кіламетраў турысты прайшлі пешшу?

1.183. Што больш выгадна: 40 %-ная зніжка на тавар або акцыя «Купі два тавары і атрымай трэці ў падарунак?

§ 4. Прымяненне ўласцівасцей квадратных каранёў

1.184. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{3}{7} \cdot 0{,}179 + \frac{3}{7} \cdot 0{,}821$.

1.185. Спрасціце выраз $-0{,}5ab + 1{,}2a^2 + 4{,}5ab - 1{,}2a^2$.

1.186. Раскладзіце на множнікі $4a^2 + 4a + 1 - (3a + 5)^2$.

Вынясенне множніка за знак кораня

Пераўтворым выраз $\sqrt{49 \cdot 2}$, выкарыстаўшы ўласцівасць кораня са здабытку: $\sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$. У выніку пераўтварэнняў атрымалі здабытак двух множнікаў: 7 і $\sqrt{2}$. У такім выпадку гавораць, што множнік 7 вынеслі за знак кораня.

Вынесем множнік за знак кораня ў выразе $\sqrt{45}$. Для гэтага лік 45 запішам у выглядзе здабытку двух множнікаў, адзін з якіх з'яўляецца квадратам некаторага выразу: $\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$. Гавораць, што множнік 3 вынеслі за знак кораня.

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \\ = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \\ = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5a^2} = \sqrt{5 \cdot a^2} = \\ = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2} = \sqrt{5} \cdot |a|$$

Каб вынесці множнік за знак кораня, трэба:

① Запісаць падкарэнны выраз у выглядзе здабытку, які змяшчае квадрат выразу. ② Выкарыстаць уласцівасць кораня са здабытку. ③ Знайсці корань з квадрата выразу. ④ Запісаць здабытак атрыманага множніка і кораня.	Вынесіце множнік за знак кораня ў выразе $\sqrt{72}$. ① $\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2}$; ② $\sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2}$; ③ $\sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2}$; ④ $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$.

Унясенне множніка пад знак кораня

Пры вылічэннях і пераўтварэннях часам трэба выконваць унясенне множніка пад знак кораня.

Унясём у выразе $5\sqrt{3}$ множнік 5 пад знак кораня:

$$5\sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} =$$
$$= \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}.$$

У выразе $a\sqrt{7}$ унясём множнік a пад знак кораня.

Пры $a \geqslant 0$ атрымаем:

$$a\sqrt{7} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{a^2 \cdot 7} = \sqrt{7a^2}.$$

Пры $a < 0$ маем:

$$a\sqrt{7} = -(-a) \cdot \sqrt{7} = -\sqrt{(-a)^2} \cdot \sqrt{7} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{7} = -\sqrt{7a^2}.$$

$$2\sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} =$$
$$= \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$$

$$-7\sqrt{2} = -\sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} =$$
$$= -\sqrt{49 \cdot 2} = -\sqrt{98}$$

$$-0{,}5\sqrt{3} = -\sqrt{0{,}25 \cdot 3} =$$
$$= -\sqrt{0{,}75}$$

Каб унесці множнік пад знак кораня, трэба:

① Запісаць неадмоўны множнік у выглядзе квадратнага кораня з квадрата гэтага множніка. ② Выкарыстаць уласцівасць кораня са здабытку «справа налева». ③ Запісаць корань са здабытку.	Унясіце множнік пад знак кораня ў выразе $5\sqrt{7}$. ① $5\sqrt{7} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{7}$; ② $\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{5^2 \cdot 7}$; ③ $\sqrt{5^2 \cdot 7} = \sqrt{25 \cdot 7} = \sqrt{175}$; $5\sqrt{7} = \sqrt{175}$.

Напрыклад: а) калі m — неадмоўны лік, то $m\sqrt{n} = \sqrt{m^2} \cdot \sqrt{n} = \sqrt{m^2 n}$;

б) калі $k < 0$, то $k\sqrt{l} = -\sqrt{(-k)^2 l} = -\sqrt{k^2 l}$.

Пераўтварэнне выразаў, якія змяшчаюць карані

Выразы, якія змяшчаюць карані, называюцца **ірацыянальнымі.**

Разгледзім прыклады пераўтварэнняў ірацыянальных выразаў.

Прыклад 1. Вылічыце: $\dfrac{\sqrt{(-7)(-14)}}{\sqrt{18 \cdot 25}}$.

Рашэнне. 1) Запішам падкарэнныя выразы ў выглядзе здабытку неадмоўных множнікаў:

$$\frac{\sqrt{(-7)(-14)}}{\sqrt{18 \cdot 25}} = \frac{\sqrt{7 \cdot 2 \cdot 7}}{\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 25}}.$$

2) Вынесем множнікі за знак кораня: $\dfrac{\sqrt{7 \cdot 2 \cdot 7}}{\sqrt{2 \cdot 9 \cdot 25}} = \dfrac{7 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}}$.

3) Скароцім атрыманы дроб: $\dfrac{7 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{7}{15}$.

Прыклад 2. Спрасціце выраз $\sqrt{18} - \sqrt{50} + 2\sqrt{0,5}$.

Рашэнне. 1) Вынесем множнікі за знак кораня ў першых двух складаемых, а ў трэцім — унясём множнік пад знак кораня:

$$\sqrt{18} - \sqrt{50} + 2\sqrt{0,5} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}.$$

2) Выкарыстаем размеркавальны закон множання:

$$3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (3 - 5 + 1) = \sqrt{2} \cdot (-1) = -\sqrt{2}.$$

Прыклад 3. Спрасціце выраз

$$\left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right).$$

Рашэнне. Выкарыстаем формулы скарочанага множання і атрымаем:

$$\left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right) =$$

$$= \left(\sqrt{7}\right)^2 - 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 + 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} + \left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 =$$

$$= 7 + 5 + 7 + 5 - 7 + 5 = 22.$$

Прыклад 4. Раскладзіце на множнікі:

а) $2\sqrt{11}+11$; б) $\sqrt{14}-\sqrt{21}$.

Рашэнне. а) Запішам лік 11 у выглядзе $\left(\sqrt{11}\right)^2$ і атрымаем: $2\sqrt{11}+11=2\sqrt{11}+\left(\sqrt{11}\right)^2=\sqrt{11}\left(2+\sqrt{11}\right)$;

б) $\sqrt{14}-\sqrt{21}=\sqrt{7\cdot2}-\sqrt{7\cdot3}=\sqrt7\cdot\sqrt2-\sqrt7\cdot\sqrt3=\sqrt7\left(\sqrt2-\sqrt3\right)$.

Прыклад 5. Скараціце дроб $\frac{5\sqrt6-6}{\sqrt6}$.

Рашэнне. У лічніку дробу вынесем агульны множнік за дужкі і скароцім дроб:

$$\frac{5\sqrt6-6}{\sqrt6}=\frac{5\sqrt6-\left(\sqrt6\right)^2}{\sqrt6}=\frac{\sqrt6\left(5-\sqrt6\right)}{\sqrt6}=5-\sqrt6.$$

*Прыклад 6**. Знайдзіце суму $\sqrt{7+4\sqrt3}+\sqrt{7-4\sqrt3}$.

Рашэнне. 1) Запішам выраз $7+4\sqrt3$ у выглядзе квадрата двухчлена:

$$7+4\sqrt3=3+2\cdot2\cdot\sqrt3+4=\left(\sqrt3\right)^2+2\cdot2\cdot\sqrt3+2^2=\left(\sqrt3+2\right)^2.$$

Тады атрымаем: $\sqrt{7+4\sqrt3}=\sqrt{\left(\sqrt3+2\right)^2}=\sqrt3+2$.

2) Выканаем пераўтварэнні другога складаемага сумы:

$$7-4\sqrt3=3-2\cdot2\cdot\sqrt3+4=\left(\sqrt3\right)^2-2\cdot2\cdot\sqrt3+2^2=\left(\sqrt3-2\right)^2.$$

Тады $\sqrt{7-4\sqrt3}=\sqrt{\left(\sqrt3-2\right)^2}=\left|\sqrt3-2\right|=2-\sqrt3$.

3) Знойдзем суму:

$$\sqrt{7+4\sqrt3}+\sqrt{7-4\sqrt3}=\sqrt3+2+2-\sqrt3=4.$$

Пазбаўленне ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу

Калі назоўнік дробу ўяўляе сабой корань, то лічнік і назоўнік дробу можна памножыць на назоўнік дробу, тады атрымаецца дроб, у назоўніку якога няма ірацыянальнасці. Напрыклад,

$$\frac{1}{\sqrt2}=\frac{1\cdot\sqrt2}{\sqrt2\cdot\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}.$$

$$\frac{3}{\sqrt6}=\frac{3\cdot\sqrt6}{\sqrt6\cdot\sqrt6}=\frac{3\sqrt6}{6}=\frac{\sqrt6}{2}$$

$$\frac{3}{\sqrt7+1}=\frac{3\left(\sqrt7-1\right)}{\left(\sqrt7+1\right)\left(\sqrt7-1\right)}=\frac{3\left(\sqrt7-1\right)}{6}=\frac{\sqrt7-1}{2}$$

Калі назоўнік дробу роўны суме (рознасці) выразаў, якія змяшчаюць корань, то лічнік і назоўнік дробу памнажаюць на рознасць (суму) гэтых выразаў (гавораць — на спалучаны выраз). Тады ў назоўніку дробу атрымліваецца рацыянальны лік. Напрыклад, $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$

$$= \frac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)} = \frac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{3\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)}{3} = \sqrt{5}+\sqrt{2}.$$

<table>
<tr><th colspan="2">Вынясенне множніка за знак кораня</th></tr>
<tr><td>Вынесіце множнік за знак кораня:
а) $\sqrt{150}$;
б) $\sqrt{2a^2b^4}$ пры $a < 0$.</td><td>а) $\sqrt{150} = \sqrt{25\cdot 6} =$
$= \sqrt{25}\cdot\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$;
б) $\sqrt{2a^2b^4} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{(b^2)^2} =$
$= \sqrt{2}\,|a|\,b^2$;
пры $a < 0$ атрымаем $|a| = -a$,
г. зн. $\sqrt{2a^2b^4} = -ab^2\sqrt{2}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Унясенне множніка пад знак кораня</th></tr>
<tr><td>Унясіце множнік пад знак кораня:
а) $4\sqrt{0,5}$;
б) $-5b\sqrt{2}$, калі $b > 0$;
в) $m\sqrt{7}$, калі $m < 0$.</td><td>а) $4\sqrt{0,5} = \sqrt{4^2}\cdot\sqrt{0,5} =$
$= \sqrt{16\cdot 0,5} = \sqrt{8}$;
б) $-5b\sqrt{2} = -\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{b^2}\cdot\sqrt{2} =$
$= -\sqrt{5^2\cdot b^2\cdot 2} = -\sqrt{50b^2}$;
в) $m\sqrt{7} = -(-m)\sqrt{7} =$
$= -\sqrt{(-m)^2}\cdot\sqrt{7} =$
$= -\sqrt{m^2}\cdot\sqrt{7} = -\sqrt{7m^2}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Пераўтварэнне выразаў, якія змяшчаюць карані</th></tr>
<tr><td>Спрасціце выраз
$3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$.</td><td>$3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{18} =$
$= 3\sqrt{2}+\sqrt{25\cdot 2}-\sqrt{9\cdot 2} =$
$= 3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.</td></tr>
</table>

Спрасціце выраз: а) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{15}$; б) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{24}$.	а) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{15}=$ $=\left(2\sqrt{5}-3\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{15}=$ $=2\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}-3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{15}=$ $=2\sqrt{15}-9-2\sqrt{15}=-9$; б) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{24}=$ $=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2+$ $+\sqrt{4\cdot 6}=5-2\sqrt{6}+2\sqrt{6}=5$.
Скараціце дроб $\frac{(3-\sqrt{5})^2}{7-3\sqrt{5}}$.	$\frac{(3-\sqrt{5})^2}{7-3\sqrt{5}}=\frac{9-2\cdot 3\cdot\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2}{7-3\sqrt{5}}=$ $=\frac{14-6\sqrt{5}}{7-3\sqrt{5}}=\frac{2\left(7-3\sqrt{5}\right)}{7-3\sqrt{5}}=2$.
Пазбаўленне ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу	
Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу: а) $\frac{2}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{6}{\sqrt{15}-3}$.	а) $\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{2\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{7}}{\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{2\sqrt{7}}{7}$; б) $\frac{6}{\sqrt{15}-3}=\frac{6\cdot\left(\sqrt{15}+3\right)}{\left(\sqrt{15}-3\right)\left(\sqrt{15}+3\right)}=$ $=\frac{6\left(\sqrt{15}+3\right)}{\left(\sqrt{15}\right)^2-3^2}=\frac{6\left(\sqrt{15}+3\right)}{6}=$ $=\sqrt{15}+3$.
Спрасціце выраз $\frac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}$.	Пазбавімся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу: $\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$. Атрымаем: $\frac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}=$ $=2\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}$.

Знайдзіце значэнне выразу $\frac{7}{\sqrt{11}-2}+\frac{5}{4+\sqrt{11}}$.	Пазбавімся ад ірацыянальнасці ў назоўніку кожнага дробу: $\frac{7}{\sqrt{11}-2}=\frac{7\left(\sqrt{11}+2\right)}{\left(\sqrt{11}-2\right)\left(\sqrt{11}+2\right)}=$ $=\frac{7\left(\sqrt{11}+2\right)}{11-4}=\frac{7\left(\sqrt{11}+2\right)}{7}=$ $=\sqrt{11}+2;$ $\frac{5}{4+\sqrt{11}}=\frac{5\left(4-\sqrt{11}\right)}{\left(4+\sqrt{11}\right)\left(4-\sqrt{11}\right)}=$ $=\frac{5\left(4-\sqrt{11}\right)}{16-11}=4-\sqrt{11}.$ Тады $\frac{7}{\sqrt{11}-2}+\frac{5}{4+\sqrt{11}}=$ $=\sqrt{11}+2+4-\sqrt{11}=6.$

1. Ці правільна, што $a\sqrt{a}=\sqrt{a^3}$, калі:
а) $a=5$; б) $a=-2$; в) $a=0$; г) $a=-1$?

2. Якія з наступных выразаў прымаюць неадмоўныя значэнні:
а) $\sqrt{(-3)^2}$; б) $\sqrt{(-a)^2}$; в) $\left(\sqrt{a}\right)^2$; г) $a\sqrt{a^3}$?

1.187. Выкарыстаўшы алгарытм, вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{18}$; б) $\sqrt{27}$; в) $\sqrt{72}$; г) $\sqrt{45}$;
д) $\sqrt{200}$; е) $\sqrt{108}$; ж) $\sqrt{175}$; з) $\sqrt{245}$.

1.188. Спрасціце выраз:

а) $4\sqrt{50}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{99}$; в) $0{,}4\sqrt{75}$; г) $\frac{\sqrt{125}}{15}$;
д) $-0{,}5\sqrt{8}$; е) $-\frac{3}{4}\sqrt{160}$; ж) $-\frac{\sqrt{96}}{8}$; з) $-3{,}5\sqrt{32}$.

1.189. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{7a^2}$; б) $\sqrt{12b^4}$; в) $\sqrt{28m^2n^6}$; г) $\sqrt{0{,}09ck^4d^8}$.

1.190. Прыдумайце некалькі значэнняў зменнай, пры якіх правільная роўнасць:

а) $\sqrt{5k^2}=k\sqrt{5}$; б) $\sqrt{3p^2}=-p\sqrt{3}$; в) $\sqrt{2m^4}=m^2\sqrt{2}$.

1.191. Ведаючы, што $a \geqslant 0$, $b \leqslant 0$, вынесіце множнік за знак кораня ў выразе:

а) $\sqrt{2a^2}$; б) $\sqrt{6b^2}$; в) $\sqrt{32a^6b^4}$;

г) $\sqrt{\frac{9}{16}a^5b^2}$; д) $\sqrt{2{,}88a^8b^{12}}$; е) $\sqrt{3{,}6a^{10}b^{14}}$.

1.192. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{25m^2n}$, калі $m < 0$;

б) $\sqrt{18x^6y^3}$, калі $x \leqslant 0$;

в) $\sqrt{200a^8b^2}$, калі $a > 0$, $b < 0$;

г) $\sqrt{2{,}56c^3d^5}$, калі $c < 0$, $d < 0$.

1.193. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{a^3}$; б) $\sqrt{-b^5}$; в) $\sqrt{x^7y^8}$; г) $\sqrt{-3k^7}$.

1.194. Выкарыстаўшы алгарытм, унясіце множнік пад знак кораня:

а) $2\sqrt{7}$; б) $3\sqrt{2}$; в) $5\sqrt{11}$; г) $\frac{1}{3}\sqrt{27}$;

д) $-2\sqrt{5}$; е) $-3\sqrt{6}$; ж) $-10\sqrt{3}$; з) $-\frac{2}{7}\sqrt{147}$.

1.195. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $3\sqrt{a}$; б) $5\sqrt{3b}$; в) $\frac{1}{3}\sqrt{18x}$;

г) $-7\sqrt{m}$; д) $-6\sqrt{n^3}$; е) $-0{,}1\sqrt{200c}$.

1.196. Ці правільна, што значэнні выразаў $\frac{1}{3}\sqrt{63}$ і $2\sqrt{1{,}75}$ роўныя?

1.197. У выразе $m\sqrt{3}$ унясіце множнік пад знак кораня, калі:

а) $m \geqslant 0$; б) $m < 0$.

1.198. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $(a+1)\cdot\sqrt{7}$, калі $a > -1$; б) $(b-3)\cdot\sqrt{6}$, калі $b \leqslant 3$;

в) $m\sqrt{m}$; г) $n\sqrt{-n}$;

д) $(x-1)\cdot\sqrt{x-1}$; е) $(y-2)\cdot\sqrt{2-y}$.

1.199. Спрасціце выраз:

а) $2\sqrt{3}+7\sqrt{3}$; б) $4\sqrt{2}-9\sqrt{2}$;

в) $6\sqrt{5}+\sqrt{5}$; г) $3\sqrt{7}-\sqrt{7}$;

д) $4{,}5\sqrt{2}-0{,}5\sqrt{2}$; е) $0{,}2\sqrt{3}+0{,}8\sqrt{3}$.

1.200. Вылічыце:

а) $3\sqrt{2}+7\sqrt{2}-5\sqrt{2}$; б) $7\sqrt{3}-\sqrt{3}+2\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{7}+6\sqrt{7}-0{,}5\sqrt{7}$; г) $2{,}6\sqrt{5}+3{,}4\sqrt{5}-\sqrt{5}$;

д) $7\sqrt{6}-2\sqrt{6}-4\sqrt{6}$; е) $5\sqrt{10}+3\sqrt{10}-8\sqrt{10}$.

1.201. Знайдзіце суму, рознасць, здабытак і дзель лікаў:

а) $7\sqrt{2}$ і $3\sqrt{2}$; б) $-5\sqrt{3}$ і $\sqrt{3}$; в) $-\sqrt{5}$ і $\sqrt{5}$.

1.202. Спрасціце выраз:

а) $5\sqrt{7}+\sqrt{28}$; б) $2\sqrt{12}-\sqrt{75}$;

в) $4\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{32}$; г) $2\sqrt{50}-3\sqrt{8}-3\sqrt{2}$;

д) $\sqrt{75}+0{,}1\sqrt{30\,000}-\frac{1}{3}\sqrt{27}$; е) $0{,}2\sqrt{125}+\sqrt{45}-\sqrt{80}$;

ж) $\sqrt{48}+12-4\sqrt{3}$; з) $\sqrt{300}-15-5\sqrt{12}$.

1.203. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $(\sqrt{20}+\sqrt{5})^2$; б) $(\sqrt{18}-\sqrt{2})^2$;

в) $(\sqrt{27}-\sqrt{3})^2$; г) $(\sqrt{0{,}2}+\sqrt{0{,}8})^2$;

д) $(\sqrt{0{,}9}-\sqrt{0{,}4})^2$; е) $(\sqrt{0{,}18}+\sqrt{0{,}08})^2$.

1.204. Спрасціце выраз:

а) $(\sqrt{20}+\sqrt{5})\cdot\sqrt{5}$;

б) $3\sqrt{2}\cdot(5\sqrt{2}-\sqrt{18})$;

в) $(5\sqrt{7}+\sqrt{28}-\sqrt{63})\cdot(2\sqrt{7})$;

г) $(\sqrt{54}-\sqrt{6}):\sqrt{6}$;

д) $(\sqrt{27}+\sqrt{75}):(4\sqrt{3})$;

е) $(9\sqrt{2}-\sqrt{98}+\sqrt{32}):(3\sqrt{2})$.

1.205. Выканайце дзеянні:

а) $\sqrt{32}-2\sqrt{3}-(5\sqrt{2}+\sqrt{27})$;

б) $\sqrt{28}-\sqrt{45}-(\sqrt{7}-\sqrt{20})$;

в) $8\sqrt{7}-\sqrt{8}-\left(\frac{1}{4}\sqrt{112}+5\sqrt{32}\right)$;

г) $\sqrt{147}-5\sqrt{50}-\left(\frac{1}{32}\sqrt{192}-2\sqrt{200}\right)$.

1.206. Вызначыце, рацыянальным або ірацыянальным лікам з'яўляецца значэнне выразу:

а) $\left(5\sqrt{2}-\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}$; б) $\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{80}-\sqrt{8}\right)-20$;

в) $\left(4\sqrt{3}-\sqrt{18}\right)\cdot\sqrt{2}-4\sqrt{6}$; г) $\frac{2}{3}\sqrt{27}-\sqrt{2}\cdot\left(5\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$.

1.207. Перыметр прамавугольніка роўны 10 см, а даўжыня адной з яго старон роўна $\sqrt{7}$ см. Знайдзіце плошчу прамавугольніка.

1.208. Выканайце множанне:

а) $\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+3\right)$; б) $\left(3\sqrt{3}+4\right)\left(\sqrt{3}-2\right)$;

в) $\left(7\sqrt{2}-3\right)\left(5-2\sqrt{2}\right)$; г) $\left(5\sqrt{3}+1\right)\left(7-\sqrt{3}\right)$;

д) $\left(2\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)$; е) $\left(3\sqrt{6}-5\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{6}-3\sqrt{2}\right)$.

1.209. Выкарыстайце формулу рознасці квадратаў і вылічыце:

а) $\left(3+\sqrt{7}\right)\left(3-\sqrt{7}\right)$; б) $\left(1-3\sqrt{5}\right)\left(1+3\sqrt{5}\right)$;

в) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)$; г) $\left(\sqrt{29}-\sqrt{19}\right)\left(\sqrt{19}+\sqrt{29}\right)$;

д) $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{11}+3\sqrt{2}\right)$; е) $\left(2\sqrt{11}+3\sqrt{7}\right)\left(3\sqrt{7}-2\sqrt{11}\right)$.

1.210. Выкарыстайце формулу квадрата сумы або квадрата рознасці і спрасціце выраз:

а) $\left(\sqrt{3}+1\right)^2$; б) $\left(2\sqrt{2}-3\right)^2$; в) $\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2$;

г) $\left(3\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$; д) $\left(\sqrt{4{,}5}+\sqrt{2}\right)^2$; е) $\left(\sqrt{40{,}5}-\sqrt{2}\right)^2$.

1.211. Перыметр квадрата роўны:

а) $\left(4\sqrt{3}+8\right)$ см; б) $\left(20-4\sqrt{5}\right)$ см.

Знайдзіце плошчу квадрата.

1.212. Спрасціце выраз:

а) $\left(\sqrt{2}-3\right)^2-11$; б) $\left(5+2\sqrt{3}\right)^2-37$;

в) $9-\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2$; г) $21-\left(2\sqrt{5}+1\right)^2$.

1.213. Пры $a=\sqrt{7}-1$ знайдзіце значэнне выразу:

а) $(a+1)^2$; б) a^2+2a; в) $3a^2$.

1.214. Вылічыце:

а) $\left(\sqrt{2}-3\sqrt{7}\right)^2+6\sqrt{14}$; б) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2+\sqrt{72}$;

в) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{120}-\left(\sqrt{11}\right)^2$; г) $\left(2\sqrt{5}-5\right)^2+\left(10+\sqrt{5}\right)^2$;

д) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2\left(3-2\sqrt{2}\right)$; е) $\left(2-\sqrt{3}\right)^2\left(7+4\sqrt{3}\right)$.

1.215. Знайдзіце значэнне выразу $m^2-10m+9$ пры:

а) $m=\sqrt{3}+1$; б) $m=5-\sqrt{13}$; в) $m=2\sqrt{5}+9$.

1.216. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{8}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{3}{\sqrt{15}}$; в) $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{21}}$; г) $\frac{6}{7\sqrt{3}}$.

1.217. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{7}+\frac{21}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{18}{\sqrt{3}}-5\sqrt{3}$;

в) $\left(\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}$; г) $\left(\frac{2}{\sqrt{18}}-\sqrt{2}\right):\frac{\sqrt{2}}{3}$.

1.218. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$; б) $\frac{9}{5+\sqrt{7}}$; в) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; г) $\frac{13}{2\sqrt{6}+\sqrt{11}}$.

1.219. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{9}{\sqrt{13}-2}+\frac{3}{4+\sqrt{13}}$; б) $\frac{42}{2\sqrt{6}-\sqrt{3}}+\frac{24}{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}$;

в) $\frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{10}{5-2\sqrt{5}}$; г) $\frac{8}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}-\frac{9}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$.

1.220. Спрасціце выраз:

а) $\frac{2}{1-2\sqrt{3}}+\frac{2}{1+2\sqrt{3}}$; б) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$.

1.221. Дакажыце, што значэнне выразу

$\left(\frac{18}{\sqrt{7}+1}+\frac{6}{\sqrt{7}-2}-\frac{8}{3-\sqrt{7}}\right)\left(\sqrt{7}+11\right)$ з'яўляецца цэлым лікам.

1.222. Раскладзіце на множнікі:

а) $5+\sqrt{5}$; б) $\sqrt{3}-3$; в) $7\sqrt{6}+6$;

г) $\sqrt{3}-\sqrt{6}$; д) $\sqrt{10}+\sqrt{2}$; е) $\sqrt{15}-7\sqrt{3}$.

1.223. Скараціце дроб:

а) $\dfrac{\sqrt{11}-11}{\sqrt{11}}$; б) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$; в) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{15}+\sqrt{3}}$;

г) $\dfrac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$; д) $\dfrac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{14}-2\sqrt{2}}$; е) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$;

ж) $\dfrac{\sqrt{90}+\sqrt{30}}{\sqrt{45}+\sqrt{15}}$; з) $\dfrac{\sqrt{96}-\sqrt{40}}{\sqrt{24}-\sqrt{10}}$; і) $\dfrac{\sqrt{125}-\sqrt{50}}{\sqrt{180}-\sqrt{72}}$.

1.224. Скараціце дроб:

а) $\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{2+\sqrt{3}}$; б) $\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{10-4\sqrt{6}}$; в) $\dfrac{9-6\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})^2}$; г) $\dfrac{8+3\sqrt{7}}{(3+\sqrt{7})^2}$.

1.225. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$; б) $\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$;

в) $\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}+3$; г) $\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2}-3\sqrt{2}$.

1.226. Вылічыце:

а) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$;

б) $\sqrt{(8-\sqrt{7})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{7})^2}$;

в) $\sqrt{(1-\sqrt{6})^2}+\sqrt{(\sqrt{6}-5)^2}$;

г) $\sqrt{(13-\sqrt{19})^2}-\sqrt{(4-\sqrt{19})^2}$.

1.227. Дакажыце, што значэнне выразу з'яўляецца цэлым лікам:

а) $\sqrt{(9-4\sqrt{3})^2}+\sqrt{(5-4\sqrt{3})^2}$;

б) $\sqrt{(3-6\sqrt{5})^2}+\sqrt{(19-6\sqrt{5})^2}$.

1.228. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $(1+\sqrt{7})^2+\sqrt{(2\sqrt{7}-10)^2}$;

б) $(2-\sqrt{5})^2-\sqrt{(4\sqrt{5}-9)^2}$;

в) $(\sqrt{77}+7)\cdot\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{11})^2}$;

г) $(3+\sqrt{39})\cdot\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{13})^2}$.

1.229*. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$; б) $\sqrt{20-6\sqrt{11}}$;

в) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}$; г) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$;

д) $\sqrt{14+2\sqrt{33}}$; е) $\sqrt{9+2\sqrt{14}}$;

ж) $\sqrt{49-8\sqrt{3}}$; з) $\sqrt{21-4\sqrt{5}}$;

і) $\sqrt{7-\sqrt{24}}$; к) $\sqrt{5+\sqrt{24}}$.

1.230*. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{14+6\sqrt{5}}-\sqrt{14-6\sqrt{5}}$;

в) $\sqrt{49-8\sqrt{3}}-\sqrt{49+8\sqrt{3}}$; г) $\sqrt{46+6\sqrt{5}}+\sqrt{46-6\sqrt{5}}$.

1.231*. Дакажыце, што значэнне выразу

$\sqrt{9-4\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}$ з'яўляецца цэлым лікам.

1.232*. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{\sqrt{28+16\sqrt{3}}}$; б) $\sqrt{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$.

1.233*. Вылічыце:

а) $\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$; б) $\sqrt{22+6\sqrt{5+\sqrt{13-\sqrt{48}}}}$.

1.234*. Вылічыце: $\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

1.235*. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{6}+\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{11-2\sqrt{30}}}$.

1.236*. Знайдзіце значэнне выразу

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}.$$

1.237*. Скараціце дроб $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}$.

1.238*. Вылічыце:

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}+\frac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{16}}+\frac{1}{\sqrt{16}+\sqrt{20}}+\frac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{24}}+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{28}}+\frac{1}{\sqrt{28}+\sqrt{32}}+\frac{1}{\sqrt{32}+\sqrt{36}}.$$

1.239. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{28}$; в) $\sqrt{98}$; г) $\sqrt{300}$;

д) $\sqrt{180}$; е) $\sqrt{147}$; ж) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; з) $-0{,}1\sqrt{500}$.

1.240. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{3b^2}$; б) $\sqrt{18a^4}$; в) $\sqrt{72k^4p^2}$; г) $\sqrt{0{,}04xy^8z^6}$.

1.241. Ведаючы, што $m \leqslant 0$, $n \geqslant 0$, вынесіце множнік за знак кораня ў выразе:

а) $\sqrt{5n^2}$; б) $\sqrt{7m^2}$; в) $\sqrt{48m^4n^6}$;

г) $\sqrt{\frac{4}{9}m^2n^3}$; д) $\sqrt{24{,}1m^8n^4}$; е) $\sqrt{4{,}3m^{18}n^{10}}$.

1.242. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{36a^2b}$, калі $a > 0$;

б) $\sqrt{32m^6n^7}$, калі $m \leqslant 0$;

в) $\sqrt{1{,}21x^5y^7}$, калі $x < 0$, $y < 0$.

1.243. Вынесіце множнік за знак кораня:

а) $\sqrt{2x^3}$; б) $\sqrt{-y^3}$; в) $\sqrt{a^5b^4}$.

1.244. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $2\sqrt{3}$; б) $3\sqrt{5}$; в) $-5\sqrt{2}$;

г) $\frac{1}{3}\sqrt{45}$; д) $-2\sqrt{7}$; е) $-\frac{1}{6}\sqrt{72}$.

1.245. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $2\sqrt{x}$; б) $\frac{1}{5}\sqrt{50y}$; в) $-6\sqrt{a}$; г) $-\frac{1}{3}\sqrt{18b^5}$.

1.246. У выразе $k\sqrt{2}$ унясіце множнік пад знак кораня, калі:

а) $k > 0$; б) $k \leqslant 0$.

1.247. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $n\sqrt{5}$, калі $n \geqslant 0$; б) $m\sqrt{3}$, калі $m < 0$;

в) $x\sqrt{x}$; г) $(a - b) \cdot \sqrt{b - a}$.

1.248. Спрасціце выраз:

а) $5\sqrt{2}+4\sqrt{2}$; б) $6\sqrt{3}-9\sqrt{3}$;

в) $8\sqrt{7}-\sqrt{7}$; г) $9\sqrt{5}+4\sqrt{5}-14\sqrt{5}$.

1.249. Знайдзіце суму, рознасць, здабытак і дзель лікаў:

а) $6\sqrt{3}$ і $4\sqrt{3}$; б) $-3\sqrt{2}$ і $\sqrt{2}$; в) $-2\sqrt{7}$ і $2\sqrt{7}$.

1.250. Спрасціце выраз:

а) $8\sqrt{5}+\sqrt{125}$; б) $2\sqrt{24}-\sqrt{54}$;

в) $3\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{75}$; г) $5\sqrt{12}-2\sqrt{27}-3\sqrt{3}$;

д) $\sqrt{300}-4\sqrt{48}-\sqrt{75}$; е) $\sqrt{150}-\sqrt{6}-\sqrt{96}$.

1.251. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)^2$; б) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{2}\right)^2$; в) $\left(\sqrt{0,9}-\sqrt{2,5}\right)^2$.

1.252. Спрасціце выраз:

а) $\left(\sqrt{48}-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}$; б) $3\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{20}-\sqrt{180}\right)$;

в) $\left(\sqrt{50}+\sqrt{18}\right):\sqrt{2}$; г) $\left(\sqrt{63}+5\sqrt{7}-\sqrt{28}\right):\left(2\sqrt{7}\right)$.

1.253. Выканайце дзеянні:

а) $2\sqrt{12}-\sqrt{128}-\left(\sqrt{75}-5\sqrt{2}\right)$;

б) $\sqrt{80}+\sqrt{27}-\left(\frac{2}{7}\sqrt{245}-\sqrt{45}\right)$.

1.254. Вызначыце, рацыянальным або ірацыянальным лікам з'яўляецца значэнне выразу:

а) $\left(4\sqrt{3}+\sqrt{32}\right)\cdot\sqrt{2}$; б) $\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{6}-\sqrt{27}\right)+9$;

в) $\left(3\sqrt{7}+\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}-3\sqrt{21}$; г) $\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{10}-3\sqrt{5}\right)-2,5\sqrt{8}$.

1.255. Выканайце множанне:

а) $\left(\sqrt{6}+2\right)\left(\sqrt{6}-1\right)$; б) $\left(3\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+5\right)$;

в) $\left(2-5\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)$; г) $\left(6\sqrt{11}+5\right)\left(3-\sqrt{11}\right)$;

д) $\left(3\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$; е) $\left(7\sqrt{7}-2\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{7}-4\sqrt{5}\right)$.

1.256. Перыметр прамавугольніка роўны 12 см, а даўжыня адной з яго старон роўна $\left(\sqrt{3}+1\right)$ см. Знайдзіце плошчу прамавугольніка.

1.257. Выкарыстаўшы формулу рознасці квадратаў, вылічыце:

а) $\left(5+\sqrt{6}\right)\left(5-\sqrt{6}\right)$; б) $\left(1-2\sqrt{3}\right)\left(1+2\sqrt{3}\right)$;

в) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$; г) $\left(2\sqrt{7}-\sqrt{13}\right)\left(2\sqrt{7}+\sqrt{13}\right)$.

1.258. Выкарыстаўшы формулу квадрата сумы або квадрата рознасці, спрасціце выраз:

а) $\left(\sqrt{2}+3\right)^2$; б) $\left(3\sqrt{3}-1\right)^2$; в) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{11}\right)^2$;

г) $\left(5\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2$; д) $\left(\sqrt{12{,}5}+\sqrt{2}\right)^2$; е) $\left(\sqrt{24{,}5}-\sqrt{2}\right)^2$.

1.259. Вылічыце:

а) $\left(\sqrt{3}+2\sqrt{2}\right)^2-4\sqrt{6}$; б) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{15}\right)^2+\sqrt{300}$;

в) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2+\sqrt{60}-\left(2\sqrt{2}\right)^2$; г) $\left(3\sqrt{7}-2\right)^2+\left(6+\sqrt{7}\right)^2$;

д) $\left(\sqrt{3}+1\right)^2\left(4-2\sqrt{3}\right)$; е) $\left(2\sqrt{5}-3\right)^2\left(29+12\sqrt{5}\right)$.

1.260. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{12}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{7}{\sqrt{21}}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$; г) $-\frac{8}{5\sqrt{2}}$.

1.261. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{2}-\frac{10}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{15}{\sqrt{5}}+7\sqrt{5}$; в) $\left(\frac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}$.

1.262. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$; б) $\frac{11}{7-\sqrt{5}}$; в) $\frac{8}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$; г) $\frac{14}{3\sqrt{3}-\sqrt{13}}$.

1.263. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{8}{\sqrt{11}-3}+\frac{10}{3+\sqrt{11}}$; б) $\frac{3}{1-\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{7}+3}$;

в) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{6}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$; г) $\frac{10}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}-\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$.

1.264. Дакажыце, што значэнне выразу $\frac{5}{2\sqrt{3}-3}-\frac{5}{2\sqrt{3}+3}$ з'яўляецца рацыянальным лікам.

1.265. Раскладзіце на множнікі:

а) $\sqrt{7}+7$; б) $\sqrt{2}-2$; в) $7\sqrt{5}+5$; г) $\sqrt{14}-\sqrt{2}$.

1.266. Скараціце дроб:

а) $\frac{\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}$; б) $\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{14}-\sqrt{2}}$; в) $\frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{30}+\sqrt{5}}$; г) $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{15}-\sqrt{5}}$.

1.267. Скараціце дроб:

а) $\frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{3-\sqrt{5}}$; б) $\frac{12+6\sqrt{3}}{\left(1+\sqrt{3}\right)^2}$; в) $\frac{\left(1-2\sqrt{3}\right)^2}{26-8\sqrt{3}}$.

1.268. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$; б) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}$;

в) $\sqrt{\left(4-3\sqrt{2}\right)^2}-4$; г) $\sqrt{\left(5-\sqrt{7}\right)^2}-\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}$.

1.269*. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$;

в) $\sqrt{11+2\sqrt{10}}$; г) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$.

1.270*. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\sqrt{8+2\sqrt{7}}-\sqrt{8-2\sqrt{7}}$; б) $\sqrt{28-10\sqrt{3}}+\sqrt{28+10\sqrt{3}}$.

1.271*. Вылічыце: $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}$.

* * *

1.272. Вылічыце: $2-5\frac{5}{6}\cdot 6$.

1.273. На каардынатнай прамой адзначаны лікі m і n (рыс. 13). Размясціце ў парадку спадання лікі $\frac{1}{m}$; $\frac{1}{n}$ і 1.

Рыс. 13

1.274. Знайдзіце значэнне выразу $10^{-9}:10^{-7}:10^{-1}$.

1.275. Раскладзіце на множнікі $(5x-y)^2-9y^2$.

1.276. Рашыце ўраўненне $\frac{3x+8}{2}-\frac{4x+3}{6}=\frac{5x-1}{3}-1$.

1.277. Прамая, якая з’яўляецца графікам функцыі, зададзенай формулай $y=kx+b$, перасякае восі каардынат у пунктах $A(0;\ 6)$ і $B(-4;\ 0)$. Знайдзіце k і b.

1.278. Сярод рашэнняў ураўнення $x-6y=25$ знайдзіце такое, якое складаецца з двух роўных лікаў.

1.279. Рашыце няроўнасць $4x^2-2x\geqslant(2x-3)(2x+3)$.

1.280. Аўтаслесар і аўтамеханік у прыватнай майстэрні зараблялі аднолькава. У адпаведнасці з колькасцю заказаў у мінулым месяцы заробак аўтаслесара паменшыўся на 10 %, а ў бягучым месяцы павялічыўся на 20 %. У той жа час заробак аўтамеханіка ў мінулым месяцы павялічыўся на 20 %, а ў бягучым месяцы паменшыўся на 10 %. Хто цяпер зарабляе больш?

1.281. У канцы вучэбнага дня ў школьным буфеце засталіся толькі піражкі і пончыкі. Кожны наведвальнік буфета купляе або піражок, або пончык, або і тое і другое разам. Вядома, што 68 чалавек купілі піражок, 35 чалавек купілі пончык, а 18 чалавек купілі і піражок і пончык. Колькі пакупнікоў было ў буфеце ў канцы вучэбнага дня?

§ 5. Лікавыя прамежкі. Аб'яднанне і перасячэнне лікавых прамежкаў

1.282. Рашыце няроўнасць:

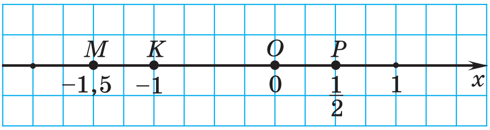
а) $-2x > 3$; б) $0{,}1x < 1$;

в) $-x \geqslant 4$; г) $3{,}2x \leqslant -9{,}6$.

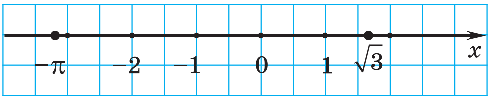
1.283. Знайдзіце перасячэнне і аб'яднанне мностваў A і B, калі $A = \{1;\ 3;\ 5;\ 6\}$, $B = \{1;\ 2;\ 4;\ 6\}$. Ці правільна, што $\{3;\ 5\} \subset A$? $\{1;\ 2;\ 6\} \subset B$?

1.284. Якія з лікаў $2\frac{1}{3}$; 2,3; 2,303 на каардынатнай прамой ляжаць злева ад ліку $2\frac{4}{13}$?

Кожнаму пункту, адзначанаму на каардынатнай прамой, адпавядае рэчаісны лік — каардыната гэтага пункта. Напрыклад, $M(-1{,}5)$, $K(-1)$, $O(0)$, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ і г. д. (рыс. 14). І наадварот, кожнаму рэчаіснаму ліку, напрыклад $-\pi$, $\sqrt{3}$, на каардынатнай прамой адпавядае пункт (рыс. 15).



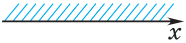
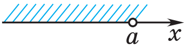
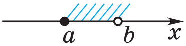
Рыс. 14



Рыс. 15

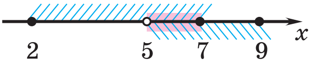
Гавораць, што паміж мноствам пунктаў каардынатнай прамой і мноствам рэчаісных лікаў вызначана ўзаемна адназначная адпаведнасць. Таму мноства рэчаісных лікаў называюць таксама **лікавай прамой**.

У наступнай табліцы пералічаны ўсе падмноствы мноства рэчаісных лікаў або часткі лікавай прамой, якія **называюць лікавымі прамежкамі**, а таксама дадзены іх характарыстыкі.

Назва лікавага прамежку	**Відарыс**	**Абазначэнне**	**Чытанне**
Лікавая прамая		$(-\infty; +\infty)$	Мноства ўсіх лікаў ад мінус бесканечнасці да плюс бесканечнасці
Лікавы прамень		$[a; +\infty)$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* ўключна да плюс бесканечнасці
		$(-\infty; a]$	Мноства ўсіх лікаў ад мінус бесканечнасці да *a* ўключна
Адкрыты прамень		$(a; +\infty)$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* (не ўключаючы *a*) да плюс бесканечнасці
		$(-\infty; a)$	Мноства ўсіх лікаў ад мінус бесканечнасці да *a* (не ўключаючы *a*)
Адрэзак		$[a; b]$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* ўключна да *b* уключна
Інтэрвал		$(a; b)$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* (не ўключаючы *a*) да *b* (не ўключаючы *b*)
Паўінтэрвал		$[a; b)$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* ўключна да *b* (не ўключаючы *b*)
		$(a; b]$	Мноства ўсіх лікаў ад *a* (не ўключаючы *a*) да *b* уключна

Перасячэнне лікавых прамежкаў

Разгледзім перасячэнне мностваў, якія з'яўляюцца лікавымі прамежкамі. Напрыклад, знойдзем перасячэнне адрэзка [2; 7] і паўінтэрвалу (5; 9]. Адрэзак адзначым штрыхоўкай вышэй каардынатнай прамой, а паўінтэрвал — ніжэй (рыс. 16). Іх перасячэнне, г. зн. агульная частка, — гэта частка прамой з двайной штрыхоўкай (і зверху, і знізу). Так адзначаны паўінтэрвал (5; 7].

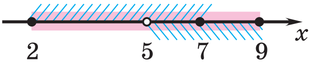


Рыс. 16

Запішам перасячэнне адрэзка [2; 7] і паўінтэрвалу (5; 9], выкарыстаўшы знак перасячэння мностваў: [2; 7] ∩ (5; 9] = (5; 7].

Аб'яднанне лікавых прамежкаў

Знойдзем аб'яднанне двух лікавых прамежкаў: адрэзка [2; 7] і паўінтэрвалу (5; 9], г. зн. частку прамой, закрытую двума гэтымі прамежкамі. Штрыхоўкай зверху або знізу адзначана частка прамой ад 2 да 9 (рыс. 17). Значыць, аб'яднанне гэтых прамежкаў ёсць адрэзак [2; 9].

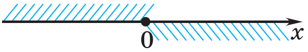


Рыс. 17

Выкарыстаўшы знак аб'яднання мностваў, аб'яднанне адрэзка [2; 7] і паўінтэрвалу (5; 9] можна запісаць так: [2; 7] ∪ (5; 9] = [2; 9].

Прыклад 1. Знайдзіце перасячэнне і аб'яднанне прамежкаў (–∞; 0] і [0; +∞).

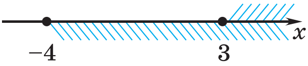
Рашэнне. Адзначым штрыхоўкай вышэй прамой лікавы прамень (–∞; 0], г. зн. усе пункты злева ад пункта 0 і пункт 0 (рыс. 18). Штрыхоўкай ніжэй прамой адзначым лікавы прамень [0; +∞), г. зн. усе пункты справа ад пункта 0 і пункт 0 (гл. рыс. 18). Агульная частка гэтых праменяў змяшчае толькі адзін пункт 0. Значыць, перасячэнне праменяў ёсць мноства, якое складаецца з аднаго пункта (–∞; 0] ∩ [0; +∞) = {0}. Абодва прамені разам закрываюць усю прамую, значыць, аб'яднанне гэтых праменяў ёсць уся лікавая прамая (–∞; 0] ∪ [0; +∞) = (–∞; +∞).



Рыс. 18

Прыклад 2. Знайдзіце перасячэнне і аб'яднанне прамежкаў [3; +∞) і [–4; +∞).

Рашэнне. Агульная частка двух праменяў адзначана на каардынатнай прамой двайной штрыхоўкай (рыс. 19),

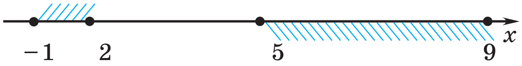


Рыс. 19

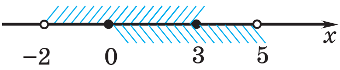
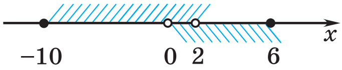
таму перасячэнне гэтых двух праменяў ёсць прамень $[3; +\infty)$, г. зн. $[-4; +\infty) \cap [3; +\infty) = [3; +\infty)$. Абодва прамені разам закрываюць частку каардынатнай прамой — прамень $[-4; +\infty)$. Значыць, аб'яднанне гэтых праменяў ёсць прамень $[-4; +\infty)$, г. зн. $[-4; +\infty) \cup [3; +\infty) = [-4; +\infty)$.

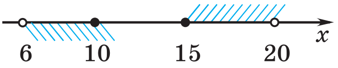
Прыклад 3. Знайдзіце перасячэнне і аб'яднанне адрэзкаў $[-1; 2]$ і $[5; 9]$.

Рашэнне. Гэтыя два адрэзкі не маюць агульных пунктаў (рыс. 20), іх перасячэнне ёсць пустое мноства: $[-1; 2] \cap [5; 9] = \varnothing$. Абодва адрэзкі разам закрываюць частку прамой, якая адпавядае двум адрэзкам, таму аб'яднанне гэтых адрэзкаў складаецца з усіх лікаў, што належаць хаця б аднаму з адрэзкаў $[-1; 2]$ або $[5; 9]$: $[-1; 2] \cup [5; 9] = [-1; 2] \cup [5; 9]$.

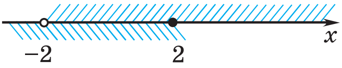


Рыс. 20

<table>
<tr><th colspan="2">Лікавыя прамежкі</th></tr>
<tr><td>Устанавіце адпаведнасць паміж прамежкамі $[5; 9]$; $(-3,4; 1)$; $[-1,2; +\infty)$; $(-\infty; 9)$; $(0; 10,5]$ і іх назвамі:
а) інтэрвал;
б) лікавы прамень;
в) адкрыты прамень;
г) адрэзак;
д) паўінтэрвал.</td><td>$[5; 9]$ — адрэзак;
$(-3,4; 1)$ — інтэрвал;
$[-1,2; +\infty)$ — лікавы прамень;
$(-\infty; 9)$ — адкрыты прамень;
$(0; 10,5]$ — паўінтэрвал.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Аб'яднанне і перасячэнне лікавых прамежкаў</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце перасячэнне прамежкаў:
а) $(-2; 3]$ і $[0; 5)$;
б) $[-10; 2)$ і $(0; 6]$;
в) $[15; 20)$ і $(6; 10]$;
г) $(-\infty; 2]$ і $(-2; +\infty)$.</td><td>а) 
$(-2; 3] \cap [0; 5) = [0; 3]$;
б) 
$[-10; 2) \cap (0; 6] = (0; 2)$;</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
в) 

$[15;\ 20) \cap (6;\ 10] = \varnothing;$

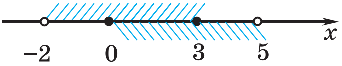
г) 

$(-\infty;\ 2] \cap (-2;\ +\infty) = (-2;\ 2].$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Знайдзіце аб’яднанне прамежкаў:

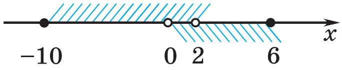
а) $(-2;\ 3]$ і $[0;\ 5)$;

б) $[-10;\ 2)$ і $(0;\ 6]$;

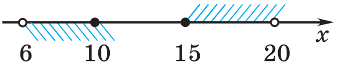
в) $(6;\ 10]$ і $[15;\ 20)$;

г) $(-\infty;\ 2]$ і $(-2;\ +\infty)$.
</td>
<td>
а) 

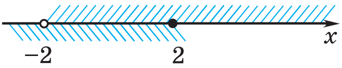
$(-2;\ 3] \cup [0;\ 5) = (-2;\ 5);$

б) 

$[-10;\ 2) \cup (0;\ 6] = [-10;\ 6];$

в) 

$(6;\ 10] \cup [15;\ 20) =$
$= (6;\ 10] \cup [15;\ 20);$

г) 

$(-\infty;\ 2] \cup (-2;\ +\infty) = (-\infty;\ +\infty).$
</td>
</tr>
</table>

1. Ці правільна, што лік 2 належыць: а) адрэзку $[-2;\ 2]$; б) інтэрвалу $(-2;\ 2)$; в) лікаваму праменю $[-2;\ +\infty)$; г) паўінтэрвалу $(-2;\ 2]$?

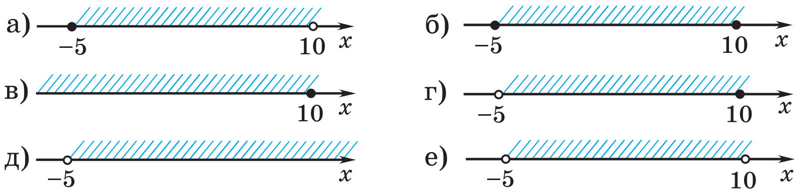
2. Ці правільна, што: а) $3 \in (2;\ 4) \cap (3;\ 5)$; б) $-4 \in [-4;\ 4] \cup [1;\ +\infty)$?

3. Устанавіце адпаведнасць паміж лікавымі прамежкамі: а) $(0{,}4;\ +\infty)$; б) $[-1;\ +\infty)$; в) $[-1;\ 8{,}9]$; г) $[6{,}5;\ 10)$ — і іх назвамі: 1) лікавы прамень; 2) адрэзак; 3) адкрыты прамень; 4) паўінтэрвал.

1.285. Пакажыце на каардынатнай прамой лікавы прамежак:

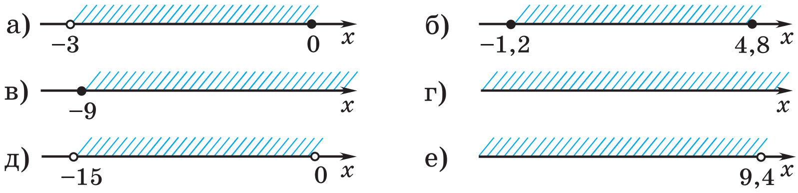
а) $[-1;\ 3]$; б) $[-5;\ +\infty)$; в) $(-\infty;\ 9)$;
г) $(4;\ 6)$; д) $(-5;\ 0]$; е) $[-3;\ 1)$;
ж) $\left[-\sqrt{3};\ 1\right)$; з) $\left(-\infty;\ \sqrt{2}\right]$; і) $\left(-\sqrt{5};\ 8\right]$.

1.286. Устанавіце адпаведнасць паміж прамежкамі $(-\infty;\ 10]$; $(-5;\ +\infty)$; $[-5;\ 10)$; $(-5;\ 10)$; $(-5;\ 10]$; $[-5;\ 10]$ і іх відарысамі (рыс. 21).



Рыс. 21

1.287. Запішыце прамежкі, паказаныя на рысунку 22.



Рыс. 22

1.288. Сярод лікаў $-1{,}2$; -1; $-0{,}8$; 0; $2\frac{1}{3}$; 3; $3{,}1$ выберыце тыя, што належаць прамежку $[-1;\ 3)$.

1.289. Знайдзіце найменшы цэлы лік, які належыць прамежку:

а) $[-5;\ 6]$; б) $[0;\ 7)$; в) $[6{,}2;\ +\infty)$;

г) $(-5;\ +\infty)$; д) $(8;\ 10]$; е) $[-7{,}1;\ 0)$.

1.290. Назавіце два якія-небудзь цэлыя лікі, што не належаць прамежку:

а) $(-\infty;\ 7]$; б) $(-3;\ 12)$; в) $[-8{,}3;\ +\infty)$; г) $(-\infty;\ 0)$.

1.291. Выберыце прамежкі, якім належыць лік 13:

а) $(-\infty;\ 13)$; б) $[5;\ +\infty)$;

в) $(12{,}9;\ +\infty)$; г) $(-\infty;\ 12{,}9]$.

1.292. Выберыце прамежкі, якім не належыць лік -6:

а) $[-5{,}9;\ +\infty)$; б) $(-\infty;\ -5{,}9)$;

в) $(-\infty;\ -6)$; г) $(-\infty;\ -6{,}1)$.

1.293. Прывядзіце па два прыклады прамежкаў, якім:

а) належаць толькі тры цэлыя лікі;

б) належаць роўна адзінаццаць цэлых лікаў;

в) належаць толькі адмоўныя лікі;

г) не належыць ні адзін цэлы лік.

1.294. Знайдзіце перасячэнне прамежкаў:

а) $[-2; 3]$ і $[1; 5]$; б) $[8; 11]$ і $(9; 13]$;

в) $[0; 5)$ і $[4; 9]$; г) $(-4; 7)$ і $(2; 13)$.

1.295. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце перасячэнне прамежкаў:

а) $(-\infty; 5)$ і $[-3; 7]$; б) $(-\infty; 0]$ і $[-3; 5)$;

в) $[8; +\infty)$ і $\left(-\sqrt{3}; 14\right)$; г) $(-2; +\infty)$ і $[3; +\infty)$.

1.296. Прыдумайце па два прыклады прамежкаў, перасячэннем якіх з'яўляецца прамежак:

а) $[-7; 9]$; б) $(-3; 7]$; в) $[-8; +\infty)$; г) $(-\infty; 0)$.

1.297. Знайдзіце:

а) $[-2; 3] \cap (-1; 5]$; б) $(-\infty; 4] \cap [4; +\infty)$;

в) $(-8; 9) \cap [9; 10)$; г) $(4; 7) \cap [4; 7]$;

д) $[-6; 0] \cap \left[\sqrt{5}; 11\right)$; е) $[-7; +\infty) \cap (0; 6)$.

1.298. Знайдзіце аб'яднанне прамежкаў:

а) $[-3; 2]$ і $[1; 7]$; б) $[7; 10]$ і $(8; 12]$;

в) $[-6; 1)$ і $[0; 8]$; г) $(-5; 10)$ і $(3; 12)$.

1.299. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце аб'яднанне прамежкаў:

а) $(-\infty; 4)$ і $[-2; 9]$; б) $\left(-\infty; \sqrt{2}\right]$ і $[-1; 6)$;

в) $[4; +\infty)$ і $(-1; +\infty)$; г) $(0; +\infty)$ і $(-7; 6]$.

1.300. Прыдумайце па два прыклады прамежкаў, аб'яднаннем якіх з'яўляецца прамежак:

а) $[-6; 12]$; б) $[-9; 8)$; в) $(-\infty; 0]$; г) $(-\infty; +\infty)$.

1.301. Знайдзіце:

а) $[-4; 8] \cup (-9; 3]$; б) $(-\infty; 5] \cup [5; +\infty)$;

в) $\left(-3; \sqrt{6}\right) \cup \left[\sqrt{6}; 8\right)$; г) $(2; 5) \cup [2; 5]$.

1.302. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце перасячэнне і аб’яднанне прамежкаў:

а) $(-\infty;\ 7)$ і $(5;\ +\infty)$; б) $(3;\ 7)$ і $[7;\ 9)$;

в) $[5;\ +\infty)$ і $(-1;\ 5)$; г) $(0;\ +\infty)$ і $\left(1;\sqrt{7}\right]$;

д) $(-3;\ 5]$ і $[-3;\ 5)$; е) $\left[-\sqrt{2};\sqrt{5}\right]$ і $\left(-\sqrt{2};\sqrt{5}\right)$.

1.303. Вядома, што перасячэннем двух прамежкаў з’яўляецца лік 5. Прывядзіце прыклады такіх прамежкаў. Знайдзіце іх аб’яднанне.

1.304. Для лікаў x_1, x_2, x_3 і x_4 вядома, што $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Знайдзіце:

а) $(x_1;\ x_3) \cap (x_2;\ x_4)$; б) $(x_1;\ x_3) \cup (x_2;\ x_4)$;

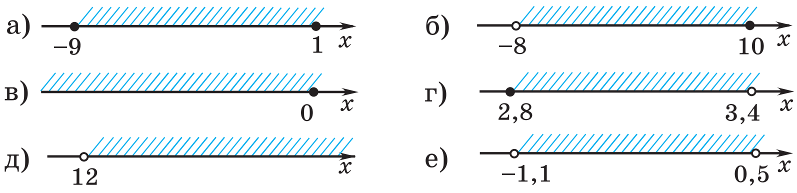
в) $(x_1;\ x_4) \cap (x_2;\ x_3)$; г) $(x_1;\ x_4) \cup (x_2;\ x_3)$.

1.305. Пакажыце на каардынатнай прамой лікавы прамежак:

а) $[3;\ 7]$; б) $(-\infty;\ 7]$; в) $(-2;\ +\infty)$;

г) $(-3;\ 0)$; д) $[2;\ 5)$; е) $\left(-\sqrt{7};6\right]$.

1.306. Запішыце прамежкі, паказаныя на рысунку 23.



Рыс. 23

1.307. Выберыце прамежкі, якім належыць лік –3,4:

а) $(-\infty;\ -2)$; б) $[-6;\ -3]$; в) $\left[-3\frac{1}{3};+\infty\right)$;

г) $(-3{,}4;\ 0]$; д) $(2;\ 5)$; е) $(-\infty;\ -3{,}5]$.

1.308. Знайдзіце найбольшы цэлы лік, які належыць прамежку:

а) $[-2;\ 9]$; б) $(-3;\ 0]$; в) $(-\infty;\ 6{,}3]$;

г) $(-\infty;\ 4)$; д) $(-9;\ -3]$; е) $(-15;\ -8{,}2]$.

1.309. Выберыце прамежкі, якім належыць лік –11:

а) $(-\infty; -11,5)$; б) $[-11,3; +\infty)$;
в) $(-11; +\infty)$; г) $(-\infty; -11]$.

1.310. Выберыце прамежкі, якія не змяшчаюць цэлых лікаў:

а) $(3; 4)$; б) $[-2,1; 1,3)$;
в) $(0; +\infty)$; г) $(-9,2; -8,3]$;
д) $[-4,3; -4,1]$; е) $(-1; 0]$.

1.311. Прыдумайце прыклад лікавага прамежку, якому:

а) належаць лікі 0 і 19;
б) належыць лік 0, але не належыць лік 19;
в) належаць усе недадатныя лікі.

1.312. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце перасячэнне прамежкаў:

а) $[-7; 9]$ і $[2; 7]$; б) $(0; 3]$ і $(1; 4]$;
в) $(-\infty; 6)$ і $[-5; 7]$; г) $[1; +\infty)$ і $\left(-\sqrt{5}; 3\right)$.

1.313. Знайдзіце:

а) $[-3; 6] \cap [6; 9)$; б) $[5; +\infty) \cap (6; +\infty)$;
в) $\left[\sqrt{2}; 8\right] \cap (8; 9)$; г) $[4; 9) \cap [4; 9]$.

1.314. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце аб’яднанне прамежкаў:

а) $[-3; 10]$ і $[1; 12]$; б) $(0; 2]$ і $(1; 5]$;
в) $\left(-\infty; \sqrt{3}\right)$ і $[-6; 11]$; г) $[0; +\infty)$ і $(-5; 8)$.

1.315. Знайдзіце:

а) $[-2; 5] \cup [5; 8)$; б) $[3; +\infty) \cup (8; 9)$;
в) $[2; 4] \cup (2; 4)$; г) $\left(-2; \sqrt{5}\right] \cup \left[-2; \sqrt{5}\right]$.

1.316. Выкарыстаўшы каардынатную прамую, знайдзіце перасячэнне і аб’яднанне прамежкаў:

а) $(-\infty; -3)$ і $(-8; +\infty)$; б) $(-2; 9)$ і $[9; 12)$;
в) $[6; +\infty)$ і $(0; 6)$; г) $(-\infty; 12)$ і $\left(0; \sqrt{5}\right)$;
д) $[-7; 12)$ і $(-7; 12]$; е) $\left[0; \sqrt{10}\right]$ і $\left(0; \sqrt{10}\right)$.

1.317. Запішыце выраз $\frac{(3^{-2})^3}{27^{-3}}$ у выглядзе ступені з асновай $\frac{1}{3}$.

1.318. Замяніце знакі $\ast$ адначленамі так, каб атрымаліся тоеснасці:

а) $\ast + \ast + b^2 = (4a + \ast)^2$;

б) $\ast - 10ab + \ast = (\ast - \ast)^2$.

1.319. Выдаткі трэнажорнай залы акупляюцца, калі трэніроўкі наведваюць у сярэднім 125 чалавек у дзень. Колькасць наведвальнікаў трэнажорнай залы за апошні тыдзень прыведзена ў табліцы.

Пн	Аўт	Ср	Чц	Пт	Сб	Нд
91	94	140	134	143	138	142

Ці акупіліся выдаткі трэнажорнай залы за гэты тыдзень?

1.320. Рашыце няроўнасць:

а) $8x^2 - 2x(4x + 1) \leqslant x$; б) $(x - 5)^2 > x^2 + 3x - 1$.

1.321. Знайдзіце ўсе значэнні зменнай a, пры якіх роўны нулю выраз:

а) $3a$; б) $-8a$; в) $5(a - 1)$; г) $(a - 3)(a - 5)$.

§ 6. Сістэмы і сукупнасці лінейных няроўнасцей з адной зменнай. Рашэнне двайных няроўнасцей

1.322. Назавіце найбольшы цэлы лік, які задавальняе няроўнасць:

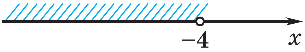
а) $-x > 3$; б) $x \leqslant -1,5$;

в) $-x \geqslant -4,1$; г) $0,2x \leqslant -0,6$.

1.323. Знайдзіце перасячэнне і аб'яднанне мностваў A і B, калі $A = [-2; 3]$, $B = (-4; 0]$.

1.324. Якія з лікаў $2\frac{1}{3}$; 2,03; 2,303003 з'яўляюцца рашэннямі няроўнасці $x \geqslant 2,3$?

Лінейная няроўнасць $0,5x < -2$ мае рашэнні $x < -4$. На каардынатнай прамой іх можна паказаць пунктамі, што ляжаць злева ад пункта -4 (рыс. 24). Гэтыя пункты адпавядаюць лікам, якія належаць адкрытаму праменю $(-\infty; -4)$, значыць, усе рашэнні гэтай няроўнасці належаць адкрытаму праменю: $x \in (-\infty; -4)$.

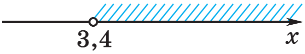


Рыс. 24

Для запісу рашэнняў няроўнасцей можна выкарыстоўваць лікавыя прамежкі.

Прыклад 1. Запішыце ў выглядзе лікавага прамежку рашэнне няроўнасці $x > 3,4$.

Рашэнне. 1) Няроўнасць $x > 3,4$ з'яўляецца строгай, значыць, лік 3,4 не з'яўляецца яе рашэннем, таму лік 3,4 вылучым на каардынатнай прамой пустым пунктам (рыс. 25).



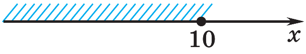
Рыс. 25

2) Знак няроўнасці «>» паказвае, што рашэннем няроўнасці з'яўляюцца ўсе лікі, большыя за лік 3,4. Гэтыя лікі размешчаны на каардынатнай прамой справа ад ліку 3,4. Адзначым штрыхоўкай гэту частку прамой (гл. рыс. 25).

3) Запішам атрыманы лікавы прамежак $(3,4; +\infty)$, які з'яўляецца рашэннем няроўнасці $x > 3,4$.

Прыклад 2. Запішыце ў выглядзе лікавага прамежку рашэнне няроўнасці $x \leqslant 10$.

Рашэнне. 1) Вылучым на каардынатнай прамой лік 10 зафарбаваным пунктам (рыс. 26), паколькі няроўнасць $x \leqslant 10$ нястрогая, а значыць, лік 10 з'яўляецца яе рашэннем.

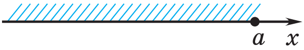
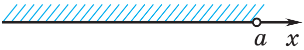


Рыс. 26

2) Знак няроўнасці «$\leqslant$» паказвае, што рашэннем няроўнасці з'яўляюцца ўсе лікі, размешчаныя на каардынатнай прамой злева ад ліку 10, і сам лік 10. Адзначым штрыхоўкай гэту частку прамой (гл. рыс. 26).

3) Атрыманы лікавы прамень $(-\infty; 10]$ з'яўляецца рашэннем няроўнасці $x \leqslant 10$.

У наступнай табліцы паказаны розныя спосабы (мадэлі) запісу рашэння няроўнасцей.

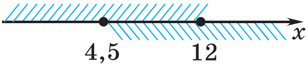
Няроўнасць	**Відарыс на каардынатнай прамой**	**Запіс рашэння няроўнасці ў выглядзе лікавага прамежку**
$x \geqslant a$		$[a; +\infty)$
$x \leqslant a$		$(-\infty; a]$
$x > a$		$(a; +\infty)$
$x < a$		$(-\infty; a)$

Сістэмы няроўнасцей

Разгледзім задачу. Для кансервавання бяруць агуркі даўжынёй не менш за 4,5 см і не больш за 12 см. Запішыце ўсе магчымыя значэнні памераў агуркоў, прыдатных для кансервавання.

Рашэнне. Абазначым даўжыню агурка праз x см, тады першую ўмову можна запісаць у выглядзе лінейнай няроўнасці $x \geqslant 4{,}5$, а другую ўмову — у выглядзе лінейнай няроўнасці $x \leqslant 12$. Паколькі абедзве ўмовы павінны выконвацца адначасова, то аб’яднаем іх у сістэму няроўнасцей $\begin{cases} x \geqslant 4{,}5, \\ x \leqslant 12. \end{cases}$ Рэшым яе.

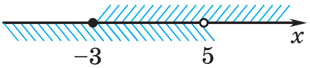
Рашэннем першай няроўнасці сістэмы з’яўляецца лікавы прамень $[4{,}5; +\infty)$, рашэннем другой няроўнасці — лікавы прамень $(-\infty; 12]$. Адзначым рашэнні першай і другой няроўнасцей сістэмы на каардынатнай прамой (рыс. 27). Паколькі трэба знайсці значэнні зменнай, якія задавальняюць і першую, і другую няроўнасць сістэмы, то знойдзем перасячэнне лікавых праменяў. Гэта адрэзак $[4{,}5; 12]$. Значыць, кожную няроўнасць сістэмы задавальняюць значэнні зменнай з адрэзка $[4{,}5; 12]$. Гэты адрэзак з’яўляецца рашэннем сістэмы $\begin{cases} x \geqslant 4{,}5, \\ x \leqslant 12, \end{cases}$ г. зн. $x \in [4{,}5; 12]$.



Рыс. 27

Рашэннем сістэмы няроўнасцей называецца значэнне зменнай, якое задавальняе кожную няроўнасць сістэмы. Рашыць сістэму няроўнасцей — значыць знайсці мноства ўсіх яе рашэнняў.

Каб рашыць сістэму лінейных няроўнасцей, трэба:

	Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases}2x+1\geqslant -5,\\ 3x<15.\end{cases}$
① Прывесці кожную з няроўнасцей сістэмы да выгляду $x > a$; $x < a$; $x \geqslant a$ або $x \leqslant a$.	① $\begin{cases}2x+1\geqslant -5,\\ 3x<15;\end{cases}$ $\begin{cases}2x\geqslant -6,\\ 3x<15;\end{cases}$ $\begin{cases}x\geqslant -3,\\ x<5.\end{cases}$
② На каардынатнай прамой штрыхоўкай паказаць рашэнні кожнай няроўнасці сістэмы.	② 
③ Знайсці **перасячэнне** лікавых прамежкаў.	③ $x \in [-3; 5)$.
④ Запісаць адказ.	④ *Адказ*: [–3; 5).

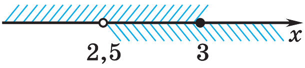
Прыклад 3. Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases}4x-10>0,\\ 2x-3(2-x)\leqslant 9.\end{cases}$

Рашэнне. ① Пераўтворым кожную няроўнасць сістэмы $\begin{cases}4x-10>0,\\ 2x-3(2-x)\leqslant 9\end{cases}$ і атрымаем:

$$\begin{cases}4x>10,\\ 2x-6+3x\leqslant 9;\end{cases}\qquad \begin{cases}x>2{,}5,\\ 5x\leqslant 15;\end{cases}\qquad \begin{cases}x>2{,}5,\\ x\leqslant 3.\end{cases}$$

② Пакажам на адной каардынатнай прамой рашэнне першай няроўнасці сістэмы ў выглядзе адкрытага праменя (2,5; +∞), а другой — у выглядзе лікавага праменя (–∞; 3].

③ Агульная частка праменяў, вылучаная двайной штрыхоўкай на каардынатнай прамой (рыс. 28), з'яўляецца рашэннем сістэмы няроўнасцей. Гэта лікавы прамежак (2,5; 3].

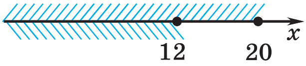


Рыс. 28

④ *Адказ*: (2,5; 3].

Сукупнасці няроўнасцей

Пры падрыхтоўцы да кантрольнай работы двое сяброў рашалі лінейныя няроўнасці, а трэці запісваў усе рашэнні, якія з'яўляліся рашэннямі хаця б адной з няроўнасцей. Напрыклад, адзін з сяброў атрымаў лінейную няроўнасць $x \leqslant 12$, якой адпавядае лікавы прамень (–∞; 12], а другі атрымаў лінейную няроўнасць $x \leqslant 20$, або лікавы прамень (–∞; 20]. Паколькі трэцяму сябру трэба запісаць усе рашэнні, што належаць або першаму, або другому прамежку, то ён знаходзіць аб'яднанне гэтых лікавых праменяў:



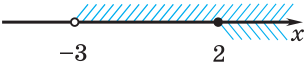
Рыс. 29

$$(-\infty;\ 12] \cup (-\infty;\ 20] = (-\infty;\ 20] \text{ (рыс. 29).}$$

На ўроку настаўнік пахваліў сяброў і сказаў, што для запісу аб'яднання няроўнасцей выкарыстоўваюць паняцце сукупнасці няроўнасцей: $\left[\begin{array}{l} x \leqslant 12, \\ x \leqslant 20. \end{array}\right.$ Рашэнне гэтай сукупнасці: $x \in (-\infty;\ 20]$.

Рашэннем сукупнасці няроўнасцей называецца значэнне зменнай, якое задавальняе хаця б адну з няроўнасцей. Рашыць сукупнасць няроўнасцей — значыць знайсці мноства ўсіх яе рашэнняў.

Каб рашыць сукупнасць лінейных няроўнасцей, трэба:

① Прывесці кожную з няроўнасцей сукупнасці да выгляду $x > a$; $x \geqslant a$; $x < a$ або $x \leqslant a$. ② На каардынатнай прамой штрыхоўкай паказаць рашэнні кожнай няроўнасці сукупнасці. ③ Знайсці **аб'яднанне** лікавых прамежкаў. ④ Запісаць адказ.	Рашыце сукупнасць няроўнасцей $\left[\begin{array}{l} 3x - 1 \geqslant 5, \\ x + 2 > -1. \end{array}\right.$ ① $\left[\begin{array}{l} 3x - 1 \geqslant 5, \\ x + 2 > -1; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 3x \geqslant 6, \\ x > -3; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x \geqslant 2, \\ x > -3. \end{array}\right.$ ②  ③ $x \in (-3;\ +\infty)$ ④ *Адказ*: (–3; +∞).

Прыклад 4. Рашыце сукупнасць няроўнасцей

$$\left[\begin{array}{l} 3 - 4x > -5, \\ 2{,}4(x - 8) \leqslant 4{,}8. \end{array}\right.$$

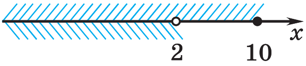
Рашэнне. ① Пераўтворым кожную няроўнасць сукупнасці:

$$\left[\begin{array}{l}3-4x>-5,\\ 2{,}4(x-8)\leqslant 4{,}8;\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}-4x>-8,\\ x-8\leqslant 2;\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}x<2,\\ x\leqslant 10.\end{array}\right.$$

② Пакажам на каардынатнай прамой рашэнне першай няроўнасці сукупнасці ў выглядзе адкрытага праменя $(-\infty;\ 2)$, а другой — у выглядзе лікавага праменя $(-\infty;\ 10]$.

③ Аб'яднанне гэтых праменяў (рыс. 30) ёсць лікавы прамень $(-\infty;\ 10]$, г. зн. $x \in (-\infty;\ 10]$.

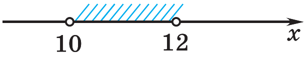
④ *Адказ*: $(-\infty;\ 10]$.



Рыс. 30

Рашэнне двайных няроўнасцей

Разгледзім задачу. На шалях узважваюць кавун. Калі на адну чашу шаляў пакласці дзве гіры па 5 кг, а на другую — кавун, то пераважыць кавун. Калі дадаць яшчэ адну гіру масай 2 кг, то пераважаць гіры. Запішыце ўсе значэнні, якія можа прымаць маса кавуна.



Рыс. 31

Рашэнне. Абазначым масу кавуна праз x кг і атрымаем двайную няроўнасць $10 < x < 12$. Вылучым на каардынатнай прамой лікавы прамежак, які адпавядае гэтай няроўнасці (рыс. 31). Гэта інтэрвал $(10;\ 12)$, значыць, $x \in (10;\ 12)$.

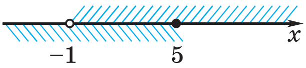
Двайную няроўнасць $a < x < b$ можна разглядаць як сістэму няроўнасцей $\begin{cases}x>a,\\ x<b.\end{cases}$

Прыклад 5. Рашыце няроўнасць $-5 < 2x - 3 \leqslant 7$.

Рашэнне. Запішам двайную няроўнасць у выглядзе сістэмы няроўнасцей $\begin{cases}2x-3>-5,\\ 2x-3\leqslant 7.\end{cases}$ Рэшым гэту сістэму:

① $$\begin{cases}2x-3>-5,\\ 2x-3\leqslant 7;\end{cases}\qquad \begin{cases}2x>-2,\\ 2x\leqslant 10;\end{cases}\qquad \begin{cases}x>-1,\\ x\leqslant 5.\end{cases}$$

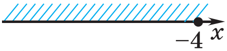
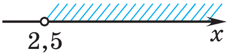
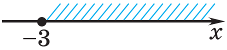
②

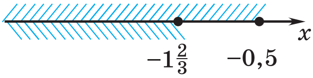


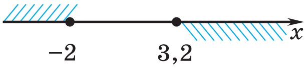
③ $x \in (-1;\ 5]$.

④ *Адказ*: $(-1;\ 5]$.

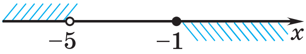
Двайную няроўнасць $-5 < 2x - 3 \leqslant 7$ можна рашыць і іншым спосабам. Дададзім да кожнай з частак двайной няроўнасці $-5 < 2x - 3 \leqslant 7$ лік 3 і атрымаем няроўнасць $-2 < 2x \leqslant 10$. Падзелім няроўнасць $-2 < 2x \leqslant 10$ пачленна на 2 і атрымаем няроўнасць $-1 < x \leqslant 5$. Такім чынам, $x \in (-1; 5]$.

Лінейныя няроўнасці	
Запішыце рашэнне няроўнасці ў выглядзе лікавага прамежку: а) $x \leqslant -4$; б) $x > 2,5$; в) $x \geqslant -3$; г) $x < 2,3$.	а)  $x \in (-\infty; -4]$; б)  $x \in (2,5; +\infty)$; в)  $x \in [-3; +\infty)$; г)  $x \in (-\infty; 2,3)$.

Сістэмы лінейных няроўнасцей	
Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases}2,5 - 4x \geqslant 2 - (x - 2),\\ 0,2x + 3 \geqslant 5(x + 1) + 6.\end{cases}$	① $\begin{cases}2,5 - 4x \geqslant 2 - (x - 2),\\ 0,2x + 3 \geqslant 5(x + 1) + 6;\end{cases}$ $\begin{cases}-3x \geqslant 1,5,\\ -4,8x \geqslant 8;\end{cases}$ $\begin{cases}x \leqslant -0,5,\\ x \leqslant -1\frac{2}{3}.\end{cases}$ ②  ③ $x \in \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right]$. ④ *Адказ*: $\left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right]$.

<table>
<tr><th colspan="2">Сукупнасці няроўнасцей</th></tr>
<tr>
<td>Знайдзіце рашэнне сукупнасці няроўнасцей
$\left[\begin{array}{l}3x \leqslant -3{,}5x-(9-2x),\\ 4x \geqslant -4x+25{,}6.\end{array}\right.$</td>
<td>① $\left[\begin{array}{l}3x \leqslant -3{,}5x-(9-2x),\\ 4x \geqslant -4x+25{,}6;\end{array}\right.$
$\left[\begin{array}{l}4{,}5x \leqslant -9,\\ 8x \geqslant 25{,}6;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x \leqslant -2,\\ x \geqslant 3{,}2.\end{array}\right.$
② 
③ Аб’яднанне гэтых праменяў ёсць мноства пунктаў, якія належаць хаця б аднаму з лікавых праменяў, г. зн. $x \in (-\infty; -2] \cup [3{,}2; +\infty)$.
④ *Адказ*: $(-\infty; -2] \cup [3{,}2; +\infty)$.</td>
</tr>
<tr><th colspan="2">Рашэнне двайных няроўнасцей</th></tr>
<tr>
<td>Рашыце няроўнасць:
а) $-4 \leqslant \frac{5x-1}{3} < 1$;
б) $-x+5 < -2x \leqslant 4x+6$.</td>
<td>а) Памножым няроўнасць $-4 \leqslant \frac{5x-1}{3} < 1$ пачленна на 3 і атрымаем $-12 \leqslant 5x-1 < 3$.
Да кожнай з частак няроўнасці $-12 \leqslant 5x-1 < 3$ дададзім 1 і атрымаем $$-11 \leqslant 5x < 4.$$
Падзелім няроўнасць $$-11 \leqslant 5x < 4$$ пачленна на 5 і атрымаем няроўнасць $-2{,}2 \leqslant x < 0{,}8$.
Адказ: $[-2{,}2; 0{,}8)$.
б) Запішам двайную няроўнасць $-x+5 < -2x \leqslant 4x+6$ у выглядзе сістэмы няроўнасцей $$\begin{cases}-2x > -x+5,\\ -2x \leqslant 4x+6.\end{cases}$$</td>
</tr>
</table>

Рэшым сістэму няроўнасцей: $\begin{cases}-2x > -x + 5,\\ -2x \leqslant 4x + 6;\end{cases}$ $\begin{cases}x < -5,\\ x \geqslant -1.\end{cases}$



Перасячэнне праменяў не змяшчае ні аднаго пункта, сістэма не мае рашэнняў, г. зн. $x \in \varnothing$.

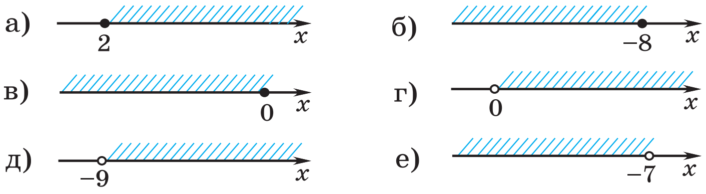
Адказ: $\varnothing$.

1. Ці правільна, што калі лік з'яўляецца рашэннем сістэмы няроўнасцей, то ён з'яўляецца рашэннем кожнай няроўнасці сістэмы?
2. Ці правільна, што калі лік з'яўляецца рашэннем сукупнасці няроўнасцей, то ён з'яўляецца рашэннем кожнай няроўнасці сукупнасці?
3. Ці можа мноства рашэнняў двайной няроўнасці складацца толькі з двух лікаў?

1.325. Пакажыце на каардынатнай прамой і запішыце ў выглядзе лікавага прамежку рашэнне няроўнасці:

а) $x \geqslant 3$; б) $x < 2$; в) $x \leqslant -1$; г) $x > -6$;
д) $x \geqslant 0$; е) $x < -\frac{1}{3}$; ж) $x \leqslant 2{,}7$; з) $x > 3\frac{2}{7}$.

1.326. Запішыце няроўнасці, рашэнні якіх паказаны на рысунку 32.



Рыс. 32

1.327. Прыдумайце па два прыклады строгіх і нястрогіх няроўнасцей і запішыце іх рашэнне ў выглядзе лікавага прамежку.

1.328. Сярод лікаў −3; −2; $-\frac{1}{3}$; 0; $\sqrt{2}$; 4; 5,6 выберыце тыя, што з'яўляюцца рашэннямі сістэмы няроўнасцей $\begin{cases}x \leqslant 4,\\ x > -2.\end{cases}$

1.329. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x > 1, \\ x < 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x > 4, \\ x > 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x \leqslant 7, \\ x < -8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x < -9, \\ x \geqslant 10. \end{cases}$

Для кожнай сістэмы няроўнасцей запішыце (калі гэта магчыма) па два рашэнні, якія з'яўляюцца: цэлымі лікамі; дзесятковымі дробамі; ірацыянальнымі лікамі.

1.330. Рашыце сістэму няроўнасцей, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\begin{cases} 8x > -8, \\ -4x \leqslant 8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2{,}5x \geqslant -5, \\ -2x > -4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 0{,}25x < 1, \\ -2x \geqslant -6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{1}{7}x \leqslant 5, \\ -4x > -12. \end{cases}$

1.331. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x > 4, \\ x \geqslant 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x > -10, \\ x \leqslant -5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 6x \geqslant 12, \\ -4x \leqslant -8; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{1}{3}x \geqslant 5, \\ -3x \geqslant -45. \end{cases}$

1.332. Сярод сістэм няроўнасцей

$\begin{cases} x \leqslant \sqrt{2}, \\ x < \sqrt{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leqslant \sqrt{2}, \\ x > \sqrt{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leqslant \sqrt{2}, \\ x \geqslant \sqrt{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x > \sqrt{2}, \\ x < \sqrt{2} \end{cases}$

выберыце сістэмы:

а) якія не маюць рашэнняў;

б) мноства рашэнняў якіх складаецца толькі з аднаго ліку.

1.333. Рашыце сістэму няроўнасцей і знайдзіце яе найбольшае цэлае рашэнне:

а) $\begin{cases} \sqrt{13} - x \geqslant 0, \\ 2x - 1 > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + \sqrt{15} > 0, \\ 5 - 7x > 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + \sqrt{3} \leqslant 0, \\ 5x + 45 > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \sqrt{2}x < \sqrt{18}, \\ 8x - 1 > 0. \end{cases}$

1.334. Прыдумайце сістэму двух лінейных няроўнасцей, рашэннем якой з’яўляецца: а) прамежак (3; 7]; б) лік 8; в) прамежак $\left[\sqrt{3}; +\infty\right)$; г) пустое мноства.

1.335. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 2x - 1 \geqslant 0, \\ 3x < 15; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 1 < 10, \\ 2 - x \leqslant 2; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + 1 > 3x - 5, \\ 5x + 8 > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 2 < 7x + 1, \\ 11x + 10 > x. \end{cases}$

1.336. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае сэнс выраз:

а) $\sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}$; б) $\sqrt{x} - \sqrt{x+6}$;

в) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-5x}$; г) $\sqrt{1-7x} + \sqrt{-x-6}$.

1.337. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 2(x-1) - 3(x+4) \leqslant x, \\ 6x - 3 < -17 - (x-5); \end{cases}$

б) $\begin{cases} 9 - 2x > 4 - 3(x-1), \\ 6x - 4(x-1) > 3 + x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 5(x-1) - x > 2x + 3, \\ 2(x+1) \leqslant x; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5x - (8 - x) \geqslant 2x + 7, \\ 3(2x-1) - 2x > 2x - 7; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 3(x+1) - 4(2x+3) \geqslant 12, \\ 5(x-4) + 7x < 6(2x-1); \end{cases}$

е) $\begin{cases} 6(2x-3) - 5(4x-9) > 1, \\ 5(x-1) + 7(x+2) \geqslant 3. \end{cases}$

1.338. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента абедзве функцыі $y = 3x + 1$ і $y = 5 - 3x$ прымаюць дадатныя значэнні.

1.339. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x + 4 \geqslant 4x, \\ x - \dfrac{x-4}{5} > 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - \dfrac{x}{4} > 2, \\ \dfrac{x-1}{2} \leqslant 1 - \dfrac{x-2}{3}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + \dfrac{x-1}{4} \leqslant 5, \\ 2x > \dfrac{x}{2} - 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \dfrac{4x+1}{6} + 1 > \dfrac{5x-1}{5}, \\ 2(x+8) - 7(x+2) < 5 - x; \end{cases}$

д) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} - \dfrac{x+12}{6} < \dfrac{x+2}{3}, \\ 5(x-1) + 7(x+2) \geqslant 3; \end{cases}$ е) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} - \dfrac{x+4}{2} \leqslant \dfrac{x-2}{6}, \\ 3x \geqslant \dfrac{3x}{2} - \dfrac{x-7}{4}. \end{cases}$

1.340. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $\sqrt{\dfrac{x-4}{5} + 1} + \sqrt{8 - x}$; б) $\sqrt{3 - \dfrac{x}{8}} - \sqrt{\dfrac{2x+5}{3}}$.

1.341. Знайдзіце найменшае і найбольшае цэлыя рашэнні сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} \sqrt{7}x \leqslant \sqrt{35}, \\ \dfrac{3x+1}{5} > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{x+2}{3} > \dfrac{x}{4}, \\ \sqrt{75} - x \geqslant \sqrt{48}. \end{cases}$

1.342. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 5(x-2)(x+2) \leqslant x(5x-1), \\ 4x - 7 > 3 - 6x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5(x-0{,}4) - 7 < 3x + 2, \\ (x-4)^2 - x^2 \leqslant 10 - 3x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} (2x-1)(x+2) > 2x^2, \\ (x-3)^2 \geqslant (x+6)(x-1); \end{cases}$

г) $\begin{cases} (x-5)^2 + 50 \geqslant (x-3)(x-4) + 15, \\ (x-1)(x-2) > (x+4)(x-7); \end{cases}$

д) $\begin{cases}(x+3)(3-x) > 11-(x-2)^2, \\ \dfrac{3+x}{4} - \dfrac{2x-1}{6} \geqslant 1;\end{cases}$

е) $\begin{cases}2x - \dfrac{x+1}{3} \leqslant \dfrac{x+1}{2}, \\ (x-3)(x+5) \leqslant (x-6)^2 - 51.\end{cases}$

1.343. Знайдзіце ўсе значэнні зменнай x, пры якіх значэнне выразу $\frac{4-5x}{20}$ большае за значэнне выразу $5-\frac{x}{10}$, а значэнне выразу $2-3x$ неадмоўнае.

1.344. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне сістэмы няроўнасцей

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{3} - \dfrac{x-8}{2} + 1 > x - \dfrac{2x-1}{6}, \\ 1 - x > \dfrac{1+x}{4}.\end{cases}$$

1.345. Знайдзіце суму цэлых рашэнняў сістэмы няроўнасцей

$$\begin{cases}0{,}8(x-3) - 0{,}3(2-x) \leqslant 3{,}2, \\ 1{,}6 - x < \dfrac{2x+1}{5}.\end{cases}$$

1.346. Ці магчыма такая сітуацыя: старэйшы брат за 8 сшыткаў, па 50 к. кожны, і 12 алоўкаў заплаціў менш за 10 р., а малодшы брат за два такія ж сшыткі і 15 такіх жа алоўкаў заплаціў больш за 10 р.?

1.347. Задуманы цэлы лік. Калі ад задуманага ліку адняць 2, то атрыманы лік будзе большы за $\frac{5}{3}$ задуманага. Калі да задуманага ліку дадаць 3, то атрыманы лік будзе большы за $\frac{2}{5}$ задуманага. Які лік мог быць задуманы?

1.348. Адна са старон прамавугольнага ўчастка зямлі на 22 м меншая за другую. Якой даўжыні можа быць большая старана, каб на абгароджванне ўчастка ішло не больш за 190 м агароджы?

1.349. Аснова раўнабедранага трохвугольніка роўна 9 см, а яго перыметр меншы за 25 см. Якую даўжыню можа мець бакавая старана гэтага трохвугольніка?

1.350. Студэнцкая брыгада за 5 г пасадзіла менш за 300 кустоў расады, а за 8 г — больш за 400 кустоў расады. Колькі кустоў расады ў гадзіну саджаў кожны член брыгады, калі ў брыгадзе 8 чалавек і іх прадукцыйнасць працы аднолькавая?

1.351. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{aligned} &x > 5, \\ &x \geqslant 7; \end{aligned}\right.$ б) $\left[\begin{aligned} &x \leqslant -3, \\ &x < 0; \end{aligned}\right.$

в) $\left[\begin{aligned} &x > -9, \\ &x < 2; \end{aligned}\right.$ г) $\left[\begin{aligned} &x \leqslant 3, \\ &x \geqslant 5. \end{aligned}\right.$

1.352. Прыдумайце сукупнасць няроўнасцей, рашэннем якой з'яўляецца: а) прамежак $(-\infty; 9]$; б) прамежак $(-4; +\infty)$; в) мноства ўсіх рэчаісных лікаў.

1.353. Рашыце сукупнасць няроўнасцей, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\left[\begin{aligned} &6 - 2x < 0, \\ &3x + 6 > 0; \end{aligned}\right.$ б) $\left[\begin{aligned} &3x + 3 \geqslant 2x - 1, \\ &3x - 2 \geqslant 4x + 2; \end{aligned}\right.$

в) $\left[\begin{aligned} &5(x + 1) > 3x + 2, \\ &4(x + 1) - 2 > x + 1; \end{aligned}\right.$ г) $\left[\begin{aligned} &4(x + 3) - 17 \leqslant 3(x - 5) + 7x, \\ &4(x - 1) + 5x < 3(x + 5) - 9. \end{aligned}\right.$

1.354. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{aligned} &x - 2 < \frac{x + 1}{2}, \\ &\frac{x}{6} \geqslant 3; \end{aligned}\right.$ б) $\left[\begin{aligned} &3 - \frac{x - 3}{3} \leqslant x, \\ &\frac{6x - 1}{3} < 18; \end{aligned}\right.$ в) $\left[\begin{aligned} &\frac{5x - 1}{6} \leqslant \frac{2x - 1}{2}, \\ &1 > \frac{x + 4}{3}. \end{aligned}\right.$

1.355. Рашыце двайную няроўнасць:

а) $-4 \leqslant 2x < 5$; б) $-7 < x + 3 \leqslant 10$;

в) $6 < -x < 8$; г) $-5 \leqslant 5 - 2x \leqslant 7$;

д) $-2 \leqslant \frac{x}{3} < 5$; е) $0 \leqslant \frac{-2x}{7} \leqslant 6$.

1.356. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнні двухчлена $2 - 5x$ належаць прамежку:

а) $(-8; 12]$; б) $[-17; 0)$.

1.357. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента функцыя $y = 5 - 3x$ прымае значэнні:

а) большыя за –2, але меншыя за 8;

б) не меншыя за 6, але меншыя за 10.

1.358. Рашыце двайную няроўнасць двума спосабамі:

а) $2,1 < 0,7x + 3,5 < 4,2$;

б) $-143,4 \leqslant 0,6 + 6x < 19,2$;

в) $-2,7 < 2 - 0,1x \leqslant 3,84$.

1.359. Рашыце двайную няроўнасць:

а) $-3 < \frac{2x-1}{3} \leqslant 0$; б) $-1 \leqslant \frac{5x+1}{4} < 4$;

в) $-2 \leqslant \frac{3x+5}{3} \leqslant 0$; г) $5 < \frac{8-7x}{3} < 9$;

д) $-1 < \frac{1-5x}{1,2} \leqslant 0$; е) $-3 \leqslant \frac{3-2x}{0,5} < -2$.

1.360. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне выразу $\frac{1}{7}(1 - 3x)$ большае за 2, але не перавышае 5.

1.361. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне дробу $\frac{3-x}{5}$ належыць прамежку:

а) $[0; 9)$; б) $[-0,1; 0,9]$.

1.362. Рашыце двайную няроўнасць, замяніўшы яе сістэмай няроўнасцей:

а) $x - 6 < 2x - 2 \leqslant 3x + 3$; б) $3x - 7 < 6 - x < 10x$;

в) $3x - 4 \leqslant 10 - x < 2x + 5$; г) $5x + 1 \leqslant 7 - x \leqslant 2 - 3x$.

1.363. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх графік функцыі $y = 8 - 3x$ размешчаны не ніжэй за графік функцыі $y = 5x - 1$, але ніжэй за графік функцыі $y = 6x$.

1.364. Знайдзіце найбольшае і найменшае цэлыя рашэнні сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x - \frac{1}{2} < \frac{x+2}{3}, \\ \frac{2x+3}{4} \geqslant \frac{x}{8} + \frac{1}{4}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{8} - \frac{x}{4} + \frac{x}{2} \leqslant x + 5, \\ \frac{1}{8}(x+2) < \frac{1}{7}(2 - x). \end{cases}$

1.365*. Знайдзіце, пры якіх значэннях ліку a сістэма няроўнасцей $\begin{cases} 2x + 3 \geqslant x + 1, \\ 2x - a \leqslant 2a - x: \end{cases}$ а) не мае рашэнняў; б) мае мноства рашэнняў, якое складаецца толькі з аднаго пункта; в) мае рашэннем адрэзак.

1.366*. Для кожнага значэння ліку a рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} 11x - 9 > 13, \\ x > a. \end{cases}$

1.367*. Для кожнага значэння ліку a рашыце сукупнасць няроўнасцей $\left[\begin{array}{l} 11x - 9 \geqslant 13, \\ x < a. \end{array}\right.$

1.368*. Знайдзіце, пры якіх значэннях ліку a найбольшым цэлым рашэннем:

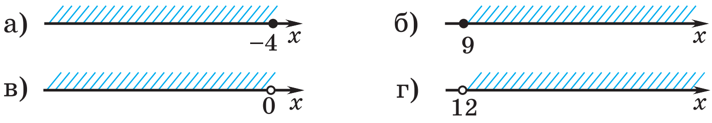
а) сістэмы няроўнасцей $\begin{cases} x < a, \\ x \geqslant -10 \end{cases}$ з'яўляецца лік -5;

б) сукупнасці няроўнасцей $\left[\begin{array}{l} x \leqslant a, \\ x < 3 \end{array}\right.$ з'яўляецца лік 3.

1.369. Пакажыце на каардынатнай прамой і запішыце ў выглядзе лікавага прамежку рашэнне няроўнасці:

а) $x < 2$; б) $x \geqslant \frac{6}{11}$; в) $x > 0$; г) $x \leqslant -1{,}2$.

1.370. Запішыце няроўнасці, рашэнні якіх паказаны на рысунку 33.



Рыс. 33

1.371. Выберыце сістэму няроўнасцей, адным з рашэнняў якой з'яўляецца лік 7:

а) $\begin{cases} x \geqslant 6, \\ x < 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x \leqslant 7, \\ x > 7{,}1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 6{,}5, \\ x < 8. \end{cases}$

1.372. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x \geqslant 4, \\ x \leqslant 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x < 8, \\ x < 4; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > -5, \\ x \geqslant 7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x \leqslant -3, \\ x > 9. \end{cases}$

Запішыце, калі гэта магчыма, два якія-небудзь рашэнні кожнай сістэмы, што з'яўляюцца цэлымі лікамі.

1.373. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} \sqrt{17} - x \geqslant 0, \\ 3x - 11 > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + \sqrt{2} > 0, \\ 4 - 9x > 0. \end{cases}$

1.374. Прыдумайце сістэму двух лінейных няроўнасцей так, каб:

а) лік 3 з'яўляўся, а лік 2 не з'яўляўся яе рашэннем;

б) і лік $\sqrt{3}$, і лік $\sqrt{5}$ з'яўляліся яе рашэннем.

1.375. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 3x < 6, \\ 5x - 3 \geqslant 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1 - 3x \leqslant 16, \\ x + 9 < 9; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + 9 \geqslant 4x - 6, \\ 10 + 4x \geqslant 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 5 - x < x + 4, \\ 7x - 1 > 1 - 6x; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 4x \leqslant -x + 15, \\ -3x + 4 \geqslant -5; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 7x - 3 < 6x + 2, \\ -2x + 9 \geqslant -x + 4. \end{cases}$

1.376. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае сэнс выраз:

а) $\sqrt{x - 3} + \sqrt{7 - x}$; б) $\sqrt{4x - 1} - \sqrt{x + 5}$.

1.377. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 2(3x - 1) \geqslant 10 - 4(2x + 3), \\ 3(x - 3) < 2(x + 4); \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3(x + 1) - 4(2x + 3) \leqslant 12, \\ 5(x - 4) - 7 > 6(3x - 1). \end{cases}$

1.378. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 4x - 2 \leqslant 2{,}5x + 1, \\ 2 - x > \dfrac{x - 2}{2}; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{2x - 1}{3} \leqslant \dfrac{2}{3}x, \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{7} \leqslant \dfrac{2x}{7}; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + 1 \geqslant \dfrac{x - 1}{4}, \\ \dfrac{x - 1}{3} < \dfrac{x + 1}{5} - \dfrac{1}{15}; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x - 4 \leqslant 1 - \dfrac{x - 1}{4}; \\ 2x - 0{,}5 > \dfrac{x}{2} - 1{,}5. \end{cases}$

1.379. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases}(x+3)^2-7>x^2+3x,\\ 7(x-1)\leqslant 8x-2;\end{cases}$ б) $\begin{cases}(x+5)(x-5)\leqslant x(x+5),\\ \dfrac{x+3}{4}-\dfrac{x-2}{3}>0.\end{cases}$

1.380. Калі да задуманага цэлага ліку дадаць 3 і гэту суму падзяліць на 10, то атрыманая дзель будзе большая за 5. А калі ад таго ж задуманага ліку адняць 7 і гэту рознасць падзяліць на 6, то атрыманая дзель будзе меншая за 7. Знайдзіце задуманы лік.

1.381. Бакавая старана раўнабедранага трохвугольніка роўна 12 см, а перыметр большы за 38 см. Якую даўжыню можа мець аснова гэтага трохвугольніка?

1.382. Аператар мабільнай сувязі прапануе тры тарыфы. У табліцы прыведзены прадугледжаная кожным тарыфам штомесячная абаненцкая плата, а таксама кошт мінуты размовы. Колькі мінут у месяц трэба размаўляць, каб выгадным апынуўся тарыф *А*?

Тарыф	**Абаненцкая плата, р.**	**Кошт мінуты размовы, к.**
А	12	8
Б	15	6
В	11	9

1.383. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l}x\leqslant 4,\\ x<1;\end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l}x>6,\\ x\geqslant 5;\end{array}\right.$ в) $\left[\begin{array}{l}x<8,\\ x>-5;\end{array}\right.$ г) $\left[\begin{array}{l}x\leqslant 3,\\ x\geqslant 7.\end{array}\right.$

1.384. Рашыце сукупнасць няроўнасцей, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $\left[\begin{array}{l}15-3x<0,\\ 4x\leqslant 8;\end{array}\right.$

б) $\left[\begin{array}{l}2(x-1)-3>3x-5,\\ 3(x+1)-7x\geqslant 8-6x;\end{array}\right.$

в) $\left[\begin{array}{l}4(x+1)-x\leqslant 2(x-5)-3,\\ 5(x+1)-2\geqslant 5(2x-1)+1.\end{array}\right.$

1.385. Рашыце двайную няроўнасць:

а) $-6 < 3x \leqslant 12$; б) $-4 \leqslant x - 5 < 2$;

в) $-5 < -x \leqslant 9$; г) $-1 < 3 - 2x < 7$.

1.386. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнні двухчлена $3 - 8x$ належаць прамежку $[0; 43]$.

1.387. Рашыце двайную няроўнасць:

а) $-0{,}3 \leqslant 0{,}1x - 0{,}1 < 0{,}2$;

б) $-4{,}5 < 1 - 0{,}5x \leqslant 3{,}5$;

в) $0{,}3 < 0{,}5 - 0{,}01x < 0{,}6$.

1.388. Рашыце двайную няроўнасць:

а) $-7 < \frac{3x+1}{5} \leqslant 0$; б) $2 \leqslant \frac{2-7x}{3} < 9$.

1.389. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне дробу $\frac{5-x}{3}$ належыць прамежку $(-0{,}7; 0]$.

1.390. Знайдзіце найбольшае і найменшае цэлыя рашэнні сістэмы няроўнасцей $\begin{cases} x - 3 \leqslant 2 - \frac{x-1}{4}, \\ 2x - 4{,}25 > \frac{x}{2} - 5{,}25. \end{cases}$

1.391. Рашыце двайную няроўнасць, замяніўшы яе сістэмай няроўнасцей:

а) $6x + 1 < 3x - 5 \leqslant x + 2$; б) $7x + 1 \leqslant 8 - x < 9x - 2$.

1.392*. Знайдзіце, пры якіх значэннях ліку a сістэма няроўнасцей $\begin{cases} 3x \leqslant 15, \\ x > a \end{cases}$ не мае рашэнняў.

1.393*. Знайдзіце, пры якіх значэннях ліку a найменшым цэлым рашэннем сукупнасці няроўнасцей $\left[\begin{array}{l} x > a, \\ x \geqslant -7 \end{array}\right.$ з'яўляецца лік -7.

* * *

1.394. Знайдзіце значэнне выразу $(32{,}24 : 4 - 2{,}6) \cdot 0{,}1$.

1.395. Знайдзіце суму, рознасць, здабытак і дзель лікаў $3{,}6 \cdot 10^{10}$ і $3 \cdot 10^{10}$. Вынік запішыце ў стандартным выглядзе.

1.396. Факультатыўны занятак па матэматыцы доўжыўся 1,5 г. На паўтарэнне рацыянальных прыёмаў вуснага лічэння пайшло 10 % гэтага часу. Астатні час рашалі задачы. У канцы занятку высветлілася, што было рэшана 9 задач. Колькі ў сярэднім часу ішло на рашэнне адной задачы?

1.397. Рашыце ўраўненне $9x^2 - (3x - 1)^2 = 11$.

1.398. З роўнасці $2m - 5n = 10$ выразіце:

а) m праз n; б) n праз m.

1.399. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $2\sqrt{6\frac{1}{4}} + 9\sqrt{1\frac{7}{9}}$; б) $5\sqrt{2,56} - 2\left(\sqrt{5}\right)^2$.

1.400. Раскладзіце на множнікі:

а) $x^2 + 3x$; б) $4x^2 - 9$; в) $x^2 + 2xy + y^2 - 1$.

1.401. Вылічыце: $\left(2\sqrt{3} + 5\right)^2 + \left(10 - \sqrt{3}\right)^2$.

1.402. На восеньскім распродажы агародніны сям’я набыла на зіму 5 мяшкоў бульбы і 2 сеткі морквы, усяго 160 кг агародніны. Іх суседзі купілі 3 такія ж мяшкі бульбы і 1 сетку морквы, прычым аказалася, што бульбы яны купілі на 85 кг больш, чым морквы. Колькі кілаграмаў бульбы было ў кожным мяшку?

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць і ўмець выкарыстоўваць азначэнне квадратнага кораня і арыфметычнага квадратнага кораня з ліку;
- ведаць і ўмець выкарыстоўваць уласцівасці арыфметычных квадратных каранёў для вылічэння значэнняў выразаў і выканання пераўтварэнняў;
- ведаць азначэнне мноства рэчаісных лікаў і суадносіны паміж лікавымі мноствамі;
- ведаць і ўмець выкарыстоўваць лікавыя прамежкі, іх перасячэнне і аб’яднанне для запісу лікавых мностваў і рашэнняў няроўнасцей;
- ведаць азначэнне рашэння сістэмы і сукупнасці няроўнасцей;
- умець рашаць сістэмы і сукупнасці лінейных няроўнасцей з адной зменнай;
- умець рашаць двайныя няроўнасці;
- умець выкарыстоўваць сістэмы і сукупнасці лінейных няроўнасцей з адной зменнай пры рашэнні задач.

Я правяраю свае веды

1. Пакажыце на каардынатнай прамой і запішыце ў выглядзе лікавага прамежку рашэнне няроўнасці:

а) $x > \frac{1}{2}$; б) $x \leqslant 0$; в) $x \geqslant -5$; г) $x < 1{,}8$.

2. Выберыце правільныя сцверджанні:

а) $\sqrt{2} \in \boldsymbol{I}$; б) $-3 \in \boldsymbol{N}$; в) $0 \in \boldsymbol{Z}$;

г) $\sqrt{3} \in \boldsymbol{R}$; д) $\frac{1}{7} \in \boldsymbol{Q}$; е) $1{,}5 \in \boldsymbol{R}$.

3. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{1}{4}\sqrt{16} + \sqrt{49}$; б) $-\frac{5}{\sqrt{0{,}04}}$;

в) $8\sqrt{2\frac{1}{4}} - 3\sqrt{5\frac{4}{9}}$; г) $6\sqrt{1{,}21} - 2\left(\sqrt{2}\right)^2$.

4. Рашыце сістэму (сукупнасць) няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 5x + 4 > 0, \\ 3x + 1{,}5 \leqslant 0; \end{cases}$ б) $\left[\begin{array}{l} 2x - 15 \geqslant 0, \\ 12 - 3x > 0; \end{array}\right.$

в) $\begin{cases} x - 1 \leqslant 7x + 2, \\ 11x + 13 \geqslant x + 3; \end{cases}$ г) $\left[\begin{array}{l} 3 - 6x > 15, \\ -3x \leqslant 21. \end{array}\right.$

5. Выкарыстаўшы ўласцівасці каранёў, знайдзіце значэнні выразаў $\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ і $\sqrt{x} : \sqrt{y}$, калі:

а) $x = 48$; $y = 75$;

б) $x = 1{,}47$; $y = 0{,}27$;

в) $x = 1{,}9$; $y = \frac{5}{38}$.

6. Калі ад задуманага цэлага ліку адняць 4 і гэту рознасць падзяліць на 9, то атрыманая дзель будзе меншая за 5. А калі да гэтага ж задуманага ліку дадаць 8 і гэту суму падзяліць на 11, то атрыманая дзель будзе большая за 5. Які лік быў задуманы?

7. Спрасціце выраз:

а) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{20} - \sqrt{45}$; б) $\frac{15}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}$;

в) $\left(2 - \sqrt{17}\right)\left(2 + \sqrt{17}\right)$; г) $\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2 - 10$.

8. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу

$$\sqrt{\frac{x}{5} - \frac{x}{3} + 2} + \sqrt{2x + \frac{1}{2}}.$$

9. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $(c-2)\sqrt{3c-6}$; б) $(n-9)\sqrt{45-5n}$.

10. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{7-\sqrt{24}}$; б) $\sqrt{\sqrt{28+16\sqrt{3}}}$;

в) $\sqrt{17+6\sqrt{4-\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$.

Практычная матэматыка

1. На дачным участку дарожка вымашчана васьмю аднолькавымі квадратнымі пліткамі. Плошча адной пліткі 36 дм^2. З абодвух бакоў ад дарожкі плануюць высадзіць кусты руж на адлегласці 0,4 м адзін ад другога (рыс. 34). Колькі кустоў руж трэба набыць, калі высадка кветак плануецца ад пачатку дарожкі?

Рыс. 34

2. Для рамонту складскіх памяшканняў цэмент можна набыць у адной з трох фірм. У табліцы прыведзены цана мяшка цэменту і кошт дастаўкі заказу ў кожнай фірме. Вызначыце, пры куплі якой колькасці мяшкоў цэменту самымі выгаднымі будуць умовы фірмы *А*.

Фірма	Цана мяшка цэменту, р.	Кошт дастаўкі ўсяго заказу, р.
А	7,6	32
Б	7,5	42
В	8	Бясплатна

3. Калі ў Парыжы поўдзень, у Мінску 14 гадзін, а ў Нью-Ёрку 6 гадзін раніцы. Вызначыце:

а) у які час сутак трое сяброў, што жывуць адпаведна ў Парыжы, Мінску і Нью-Ёрку, могуць адначасова выйсці ў Інтэрнэт, каб паразмаўляць, калі кожны з іх па «сваім» часе з 8 да 14 гадзін знаходзіцца на занятках, а час пасля 22 гадзін у кожнага з іх ідзе на сон;

б) у які «свой» час кожны з іх будзе віншаваць сяброў з Новым годам.

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вывады

Даследчае заданне. а) Знайдзіце інфармацыю аб розных спосабах вылічэння квадратных каранёў з вялікіх лікаў. б) Прыдумайце для сяброў заданні на вылічэнне квадратных каранёў.

Рыхтуемся да алімпіяд*

1. Слова, якое характарызуе зносіны паміж людзьмі, зашыфравана пры дапамозе кода:

361 1024 4 324 256 484 361 400 9 1.

Расшыфруйце гэта слова.

2. Знайдзіце ўсе значэнні a, пры якіх выразы $a + \sqrt{15}$ і $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$ прымаюць цэлыя значэнні.

---

[*] Па матэрыялах сайта www.problems.ru.

Раздзел 2

КВАДРАТНЫЯ ЎРАЎНЕННІ

§ 7. Квадратныя ўраўненні. Рашэнне няпоўных квадратных ураўненняў

2.1. Рашыце ўраўненне:

а) $2x + 9 = 0$; б) $1,2x = 0$; в) $-3,3x = 0$.

2.2. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $x^2 - 16$; б) $4x^2 - 49$; в) $2x - x^2$; г) $5x^2 + x$.

2.3. Пры якіх значэннях зменных правільная роўнасць:

а) $ab = 0$; б) $a(b - 1) = 0$?

Разгледзім задачу. Даўжыня старонкі кнігі на 8 см большая за шырыню, плошча старонкі роўна 425 см^2. Якія памеры старонкі?

Абазначым шырыню старонкі праз x см, тады яе даўжыня роўна $(x + 8)$ см, а плошча — $x(x + 8)$ см^2. Па ўмове задачы плошча старонкі роўна 425 см^2. Складзём ураўненне $x(x + 8) = 425$. Раскрыем дужкі і перанясём лік 425 з правай часткі ў левую, атрымаем ураўненне $x^2 + 8x - 425 = 0$. Ураўненне такога выгляду называецца **квадратным**. Рашэнне многіх задач прыводзіць да квадратных ураўненняў.

Азначэнне. Ураўненне выгляду $ax^2 + bx + c = 0$, дзе x — зменная, a, b, c — некаторыя лікі, прычым $a \neq 0$, называецца **квадратным ураўненнем**. Лік a называецца першым каэфіцыентам, b — другім каэфіцыентам, c — свабодным членам.

Напрыклад, ураўненне $2x^2 - 5x + 3 = 0$ з'яўляецца квадратным, у ім першы каэфіцыент $a = 2$, другі каэфіцыент $b = -5$, свабодны член $c = 3$.

Ва ўраўненні $4x^2 - x = 0$ першы каэфіцыент $a = 4$, другі каэфіцыент $b = -1$, свабодны член $c = 0$.

Ва ўраўненні $3x^2 - 2 = 0$ першы каэфіцыент $a = 3$, другі каэфіцыент $b = 0$, свабодны член $c = -2$.

Ва ўраўненні $12x^2 = 0$ першы каэфіцыент $a = 12$, другі каэфіцыент $b = 0$, свабодны член $c = 0$.

Квадратныя ўраўненні

$6x^2 - x - 4 = 0$; $a = 6$, $b = -1$, $c = -4$

$x^2 + 5x = 0$; $a = 1$, $b = 5$, $c = 0$

$2x^2 - 7 = 0$; $a = 2$, $b = 0$, $c = -7$

$-5x^2 = 0$; $a = -5$, $b = 0$, $c = 0$

Няпоўныя квадратныя ўраўненні

$ax^2 + bx = 0$; $a \neq 0$, $b \neq 0$

$ax^2 + c = 0$; $a \neq 0$, $c \neq 0$

$ax^2 = 0$; $a \neq 0$

🔔 Квадратныя ўраўненні, у якіх або каэфіцыент b, або свабодны член c, або і b і c роўны нулю, называюцца **няпоўнымі квадратнымі ўраўненнямі.**

Рашэнне няпоўных квадратных ураўненняў

1. Ураўненні выгляду $ax^2 + bx = 0$, дзе $a \neq 0$, $b \neq 0$

Знойдзем карані ўраўнення $4x^2 - x = 0$. Раскладзём мнагачлен у левай частцы ўраўнення на множнікі і атрымаем: $x(4x - 1) = 0$.

🔔 **Здабытак некалькіх множнікаў роўны нулю, калі хаця б адзін з множнікаў здабытку роўны нулю. Справядліва і адваротнае: калі здабытак роўны нулю, то хаця б адзін з множнікаў роўны нулю.**

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0. \end{array}\right.$$

Знак «⇔» азначае, што ўраўненне $a \cdot b = 0$ **раўназначна** сукупнасці ўраўненняў $\left[\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0. \end{array}\right.$

Выкарыстаем гэту ўласцівасць і атрымаем:

$$x(4x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 4x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 0{,}25. \end{array}\right.$$

Адказ: 0; 0,25.

$x^2 + 5x = 0$;

$x(x + 5) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x + 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -5. \end{array}\right.$$

Адказ: –5; 0.

2. Ураўненні выгляду $ax^2 + c = 0$, дзе $a \neq 0$, $c \neq 0$

Рэшым ураўненне:

а) $x^2 - 4 = 0$; б) $3x^2 + 48 = 0$.

а) Раскладзём на множнікі двухчлен у левай частцы ўраўнення: $(x - 2)(x + 2) = 0$.

$25x^2 - 1 = 0$;

$(5x + 1)(5x - 1) = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x + 1 = 0, \\ 5x - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -0{,}2, \\ x = 0{,}2. \end{array}\right.$$

Адказ: –0,2; 0,2.

Выкарыстаем уласцівасць аб роўнасці здабытку нулю і атрымаем:

$$(x-2)(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0, \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2, \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Адказ: –2; 2.

б) Паколькі сума ў левай частцы ўраўнення $3x^2+48=0$ дадатная пры любым значэнні x, то ўраўненне не мае каранёў.

Адказ: няма каранёў.

3. Ураўненні выгляду $ax^2=0$, дзе $a \neq 0$

Рэшым ураўненне $5x^2=0$. Паколькі $5 \neq 0$, то здабытак роўны нулю, калі $x^2=0$. Ураўненне $x^2=0$ мае адзіны корань, роўны нулю.

Адказ: 0.

$-7x^2=0;$

$x^2=0;\ x=0.$

Адказ: 0.

Абагульнім атрыманыя вынікі.

Няпоўнае квадратнае ўраўненне	**Рашэнне ўраўнення**
$ax^2+bx=0$, дзе $a \neq 0$, $b \neq 0$	Ураўненне мае два карані, адзін з якіх роўны нулю
$ax^2+c=0$, дзе $a \neq 0$, $c \neq 0$	Калі a і c — лікі розных знакаў, то ўраўненне мае два карані. Калі a і c — лікі аднаго знака, то ўраўненне не мае каранёў
$ax^2=0$, дзе $a \neq 0$	Ураўненне мае адзіны корань, роўны нулю

Азначэнне квадратнага ўраўнення	
Якія з дадзеных ураўненняў з'яўляюцца квадратнымі: а) $2x^2-3x-2=0$; б) $x^2-x+2{,}5=0$; в) $5x-4=0$;	а) Ураўненне з'яўляецца квадратным, паколькі мае выгляд $ax^2+bx+c=0$, дзе $a \neq 0$. Яго каэфіцыенты: $a=2$; $b=-3$; $c=-2$.

<table>
<tr><td>г) $4 - 2x^2 + 3x = 0$;
д) $x^4 - 21x - 25 = 0$?
Вызначыце каэфіцыенты квадратных ураўненняў.</td><td>б) Ураўненне з’яўляецца квадратным з каэфіцыентамі $a = 1$; $b = -1$; $c = 2{,}5$.
в) Ураўненне $5x - 4 = 0$ — лінейнае.
г) Ураўненне квадратнае, у ім $a = -2$; $b = 3$; $c = 4$.
д) Ураўненне не з’яўляецца квадратным, паколькі змяшчае зменную ў чацвёртай ступені.</td></tr>
<tr><td>Складзіце квадратнае ўраўненне па яго каэфіцыентах:
а) $a = 1$; $b = 3$; $c = 7$;
б) $a = 5$; $b = -3$; $c = -2$;
в) $a = 5$; $b = 0$; $c = 2$;
г) $a = 1$; $b = -2$; $c = 0$.</td><td>а) $x^2 + 3x + 7 = 0$;
б) $5x^2 - 3x - 2 = 0$;
в) $5x^2 + 2 = 0$;
г) $x^2 - 2x = 0$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Рашэнне няпоўных квадратных ураўненняў</td></tr>
<tr><td>Рашыце ўраўненне:
а) $5x^2 + 2x = 0$;
б) $x^2 - 3 = 0$;
в) $-x^2 - 1 = 0$.</td><td>а) $5x^2 + 2x = 0$; $x(5x + 2) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 5x + 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -0{,}4. \end{array}\right.$
<i>Адказ</i>: $-0{,}4$; 0.
б) $x^2 - 3 = 0$;
$x^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 = 0$;
$\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3}, \\ x = -\sqrt{3}. \end{array}\right.$
<i>Адказ</i>: $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$.
в) Ураўненне не мае каранёў, паколькі левая частка ўраўнення пры ўсіх значэннях x з’яўляецца адмоўным лікам.
<i>Адказ</i>: няма каранёў.</td></tr>
</table>

Знайдзіце карані ўраўнення $-2x^2 = 0$.	$-2x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$. Адзіны корань ураўнення $x = 0$. *Адказ*: 0.

1. Якія з наступных ураўненняў з'яўляюцца квадратнымі:

а) $2 - 3x + x^2 = 0$; б) $-2^2 + 3x = 0$;

в) $-2^2 x + 3x^7 = 0$; г) $-5 + 3x + 0x^2 = 0$?

2. Ці можа няпоўнае квадратнае ўраўненне:

а) мець два карані; б) мець толькі адзін корань; в) мець тры карані; г) не мець каранёў?

2.4. Выкарыстаўшы азначэнне квадратнага ўраўнення, сярод дадзеных ураўненняў выберыце квадратныя і вызначыце іх каэфіцыенты:

а) $9x^2 + 2x - 4 = 0$; б) $3x^2 + x - 6 = 0$;

в) $2x^2 + 7 = 0$; г) $-8x^2 - x + 7 = 0$;

д) $x^2 + 4x + 3 = 0$; е) $x^3 + 3x^2 - 6 = 0$;

ж) $10x^2 = 0$; з) $5x + 7 = 0$;

і) $6x^2 + 5x = 0$; к) $2x^5 - 3x + 4 = 0$.

Якія з дадзеных ураўненняў з'яўляюцца няпоўнымі квадратнымі ўраўненнямі?

2.5. Складзіце квадратнае ўраўненне па яго каэфіцыентах:

а) $a = 3; b = 7; c = 2$; б) $a = 1; b = -3; c = 5$;

в) $a = -9; b = 1; c = 6$; г) $a = -8; b = 3; c = 0$;

д) $a = 13; b = 0; c = -6$; е) $a = 1; b = 0; c = 0$.

2.6. Прыдумайце прыклады квадратных ураўненняў, у якіх: а) першы каэфіцыент і свабодны член з'яўляюцца процілеглымі лікамі; б) другі каэфіцыент у тры разы меншы за свабодны член.

2.7. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2 - 5x = 0$; б) $2x^2 + 7x = 0$; в) $-x^2 + 6x = 0$;

г) $1{,}2x^2 - 0{,}3x = 0$; д) $x^2 - \sqrt{2}x = 0$; е) $x^2 = -2x$;

ж) $5x^2 - x = 3x$; з) $9x = x - x^2$; і) $2x^2 = 3x^2 - x$.

2.8. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2 - 25 = 0$; б) $9x^2 - 1 = 0$; в) $7x^2 + 5 = 0$;

г) $4x^2 - 49 = 0$; д) $x^2 = 36$; е) $x^2 - 7 = 0$;

ж) $2x^2 = 10$; з) $3x^2 = x^2$; і) $-5x^2 + 15 = 0$.

2.9. Складзіце квадратнае ўраўненне, каранямі якога з'яўляюцца лікі:

а) -7 і 7; б) -2 і 0; в) $-\sqrt{5}$ і $\sqrt{5}$; г) 0 і $1{,}5$.

2.10. Знайдзіце лік, не роўны нулю, квадрат якога роўны патроенаму гэтаму ліку.

2.11. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{1}{2}x^2 = 50$; б) $\frac{x^2}{7} - 2x = 0$; в) $\frac{x^2+1}{5} = 2$;

г) $\frac{x}{6} = 7x^2$; д) $\frac{x^2 - 3x + 12}{4} = 3$; е) $\frac{x^2 + 6x}{2} - 8 = 3x$.

2.12. Выкарыстаўшы формулу квадрата сумы або квадрата рознасці, рашыце ўраўненне:

а) $(x+2)^2 = 4x + 5$; б) $(x+1)^2 = 2x + 3$;

в) $(x-5)^2 = 5(9-2x)$; г) $(x-2)^2 - 6x = 3x^2 + 4$;

д) $(3x+1)^2 = 2(3x+1)$; е) $(x+2)^2 = 2(x-1)(x+3)$.

2.13. Знайдзіце дадатны лік, квадрат якога ў дзевяць разоў меншы за гэты лік.

2.14. Выканайце неабходныя тоесныя пераўтварэнні і рашыце ўраўненне:

а) $x(5x+3) = x^2 - 4x$; б) $(x+7)(x-2) = 5x$;

в) $(x+4)(x+5) = 20$; г) $x^2 - 3 = (2x-3)(x+1)$;

д) $(x-4)^2 = 17 - 8x$; е) $(x-1)(x+1) = 2x^2 + 5$.

2.15. Рашыце ўраўненне:

а) $(x+3)^2 + (x-4)^2 = 25$; б) $(5x-3)^2 - (3x-1)^2 = 8$.

2.16. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай:

а) значэнне двухчлена $9x^2 - 1$ роўна значэнню здабытку $(2x+1)(3x-1)$;

б) значэнні выразаў $(x+5)(2x-1)$ і $5 - x^2$ процілеглыя;

в) значэнне квадрата двухчлена $3x + 1$ роўна значэнню сумы $2x + 1$;

г) сума квадратаў двухчленаў $x + 2$ і $x - 3$ роўна 13.

2.17. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{1}{4}(x^2 - 3x) = \frac{1}{3}(x^2 + x)$; б) $\frac{1}{2}(7x - x^2) = \frac{1}{5}(x^2 + 2x)$;

в) $\frac{x^2 + 10x}{5} - 2x = 45$; г) $\frac{4x^2 - 1}{3} - \frac{3x^2 + 8}{5} = 1$;

д) $\frac{x^2+6x}{12} - \frac{2x+3}{4} = 6;$ е) $\frac{(x+4)^2}{2} - (x+2)^2 = 1;$

ж) $\frac{(x-2)^2}{2} - \frac{(x-3)^2}{3} = 3;$ з) $\frac{(x-6)^2}{8} - \frac{(x-2)^2}{2} + x = 2{,}5.$

2.18. Знайдзіце карані ўраўнення:

а) $(4x+7)^2 - 40x = 3x(5x+9) + 49;$

б) $(5+3x)(3x-5) + 16x = (x-5)(5+x).$

2.19. Рашыце ўраўненне:

а) $(x^2+3)^2 - (x^2+2)(x^2-8) = 73;$

б) $(x^2+4)^2 - (x^2-5)(x^2+2) = 11.$

2.20*. Знайдзіце, пры якім значэнні ліку a:

а) карані ўраўнення $x^2 + (a-7)x + a - 9 = 0$ з'яўляюцца процілеглымі лікамі;

б) адзін з каранёў ураўнення $x^2 + (a-7)x + a - 9 = 0$ роўны нулю.

2.21. Выкарыстаўшы азначэнне квадратнага ўраўнення, сярод дадзеных ураўненняў выберыце квадратныя і вызначыце іх каэфіцыенты:

а) $5x^2 - 3x + 2 = 0;$ б) $x^2 + 5x - 1 = 0;$

в) $x^2 - 8 = 0;$ г) $x + 18 = 0;$

д) $2x^2 - 9x = 0;$ е) $x^4 - 7x^3 + 5x^2 = 0.$

Якія з дадзеных ураўненняў з'яўляюцца няпоўнымі квадратнымі ўраўненнямі?

2.22. Складзіце квадратнае ўраўненне, у якога:

а) усе каэфіцыенты роўныя;

б) першы каэфіцыент у два разы меншы за свабодны член.

2.23. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2 - 7x = 0;$ б) $3x^2 + 2x = 0;$ в) $x^2 - 36 = 0;$

г) $16x^2 - 25 = 0;$ д) $x^2 = -8x;$ е) $x^2 = 7;$

ж) $2x^2 + x = 5x;$ з) $x^2 + 3 = 0;$ і) $3x = x^2 - 2x.$

2.24. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{1}{3}x^2 = 27;$ б) $\frac{x^2}{5} + 3x = 0;$

в) $\frac{x^2-4}{3} = 4;$ г) $\frac{x^2+7x+18}{3} = 6.$

2.25. Знайдзіце лік, не роўны нулю, квадрат якога ў чатыры разы большы за гэты лік.

2.26. Выканайце неабходныя тоесныя пераўтварэнні і рашыце ўраўненне:

а) $x^2 + 2x = 5x(x - 1)$;   б) $(x - 2)(x + 8) = 6x$;

в) $(x + 5)^2 = 10x + 29$;   г) $(3x - 1)(3x + 1) = 4x^2 - 2$.

2.27. Рашыце ўраўненне:

а) $(x - 1)^2 + (x + 2)^2 = 5$;   б) $(2x + 5)^2 - (4x - 1)^2 = 24$.

2.28. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай:

а) значэнне двухчлена $3x^2 - 9$ процілеглае значэнню выразу $(x + 1)^2 - 2x$;

б) значэнне квадрата двухчлена $x + 4$ роўна значэнню здабытку $4(2x + 5)$.

2.29. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{1}{6}(x^2 - x) = \frac{1}{5}(x^2 + 3x)$;   б) $\frac{5x^2 + 9}{6} - \frac{4x^2 - 9}{5} = 3\frac{1}{3}$;

в) $\frac{(x + 1)^2}{4} - \frac{6x - 3}{4} = (x - 1)^2$;   г) $\frac{(x - 4)^2}{8} = \frac{(x - 2)^2}{4} + 1$.

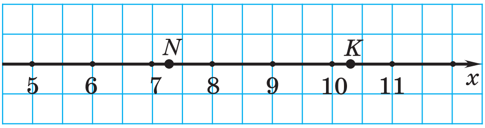
2.30. Знайдзіце карані ўраўнення

$$(5x + 2)(x - 2) - (1 + x)(x - 1) + 3 = 4x.$$

2.31*. Знайдзіце, пры якім значэнні ліку a карані ўраўнення $x^2 - (a - 1)x + a - 4 = 0$ з'яўляюцца процілеглымі лікамі.

* * *

2.32. На каардынатнай прамой адзначаны пункты $N(x)$ і $K(y)$ (рыс. 35). Ці правільна, што $|x - y| > 4$?



Рыс. 35

2.33. Знайдзіце суму, рознасць, здабытак і дзель лікаў, запісаных у стандартным выглядзе:

а) $6 \cdot 10^9$ і $2 \cdot 10^9$;   б) $8 \cdot 10^{-12}$ і $4 \cdot 10^{-12}$.

2.34. Параўнайце лікі a і b, калі вядома, што $b + 2 = a + \sqrt{5}$.

2.35. Ці існуе такое значэнне аргумента, пры якім значэнні функцый $y = x + 1{,}5$ і $y = \frac{5x - 1}{3}$ роўныя?

2.36. Спрасціце выраз

$$(7a+b)^2-(7a-b)^2-(7ab+1)^2+(7ab-1)^2.$$

2.37. У бензабак аўтарэфрыжэратара, арандаванага для перавозкі замарожанай рыбы, залілі 300 л бензіну. Праехаўшы 400 км шляху, вадзіцель высветліў, што ў бензабаку засталося 190 л бензіну. Ці зможа ён праехаць яшчэ 650 км без дазапраўкі?

§ 8. Формулы каранёў квадратнага ўраўнення

2.38. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) x^2+4x+4; б) $9x^2-6x+1$; в) $25x^2-20x+4$.

2.39. Вылучыце поўны квадрат двухчлена ў выразе:

а) x^2+4x+5; б) $9x^2-6x-1$; в) $25x^2-20x-7$.

2.40. Запішыце ў выглядзе квадрата лік:

а) 36; б) 3; в) d, калі $d > 0$.

Рэшым квадратнае ўраўненне $ax^2+bx+c=0$, у якім ні адзін з каэфіцыентаў не роўны нулю, напрыклад ураўненне $x^2-4x+3=0$. Першы каэфіцыент дадзенага ўраўнення роўны 1.

Калі **першы каэфіцыент** у квадратным ураўненні **роўны адзінцы**, то ўраўненне называецца **прыведзеным**.

1) Вылучым у левай частцы ўраўнення поўны квадрат двухчлена: $x^2-4x+4-1=0$; $(x-2)^2-1=0$.

2) Раскладзём рознасць квадратаў у левай частцы ўраўнення на множнікі і атрымаем:

$$(x-2-1)(x-2+1)=0;\ (x-3)(x-1)=0.$$

3) Выкарыстаем уласцівасць аб роўнасці здабытку нулю:

$$(x-3)(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=0, \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=1. \end{array}\right.$$

Адказ: 1; 3.

Любое квадратнае ўраўненне можна пераўтварыць да раўназначнага яму прыведзенага ўраўнення.

Напрыклад, ураўненне $2x^2-x-2=0$ не з'яўляецца прыведзеным, паколькі першы каэфіцыент гэтага ўраўнення роўны 2. Падзелім абедзве часткі ўраўнення на 2 і атрымаем ураўненне $x^2-\frac{1}{2}x-1=0$, якое з'яўляецца прыведзеным.

Знойдзем карані квадратнага ўраўнення $ax^2+bx+c=0$.

Падзелім абедзве часткі ўраўнення на a і атрымаем прыведзенае квадратнае ўраўненне $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$.

Вылучым поўны квадрат у левай частцы ўраўнення:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0; \qquad \left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}\right)-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0;$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0; \qquad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c\cdot 4a}{a\cdot 4a}=0;$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0.$$

Ва ўраўненні $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$ выраз b^2-4ac абазначым праз D. Атрымаем:

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a^2}=0. \qquad (1)$$

Выраз b^2-4ac называецца **дыскрымінантам**[*] квадратнага ўраўнення $ax^2+bx+c=0$.

Калі $D>0$, то $D=\left(\sqrt{D}\right)^2$.

Раскладзём на множнікі левую частку ўраўнення (1):

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\left(\sqrt{D}\right)^2}{4a^2}=0; \qquad \left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)=0.$$

Выкарыстаем уласцівасць аб роўнасці здабытку нулю:

$$\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}, \\ x=\dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} \end{array}\right. \text{— формулы}$$

каранёў квадратнага ўраўнення. У гэтым выпадку квадратнае ўраўненне мае два карані.

Калі $D=0$, то ўраўненне (1) прымае выгляд $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=0$, г. зн. у левай частцы ўраўнення — квадрат двухчлена. З роўнасці квадрата двухчлена нулю вынікае: $x+\frac{b}{2a}=0$, $x=-\frac{b}{2a}$, значыць, квадратнае ўраўненне мае адзіны корань.

---

[*] Назва паходзіць ад лацінскага слова *discriminans*, што азначае «які адрознівае, падзяляе».

Калі $D < 0$, то выраз $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2}$ у левай частцы ўраўнення (1) прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях зменнай і ў нуль не ператвараецца, г. зн. квадратнае ўраўненне не мае каранёў.

Такім чынам, колькасць каранёў квадратнага ўраўнення залежыць ад знака яго дыскрымінанта.

Знак дыскрымінанта	**Колькасць каранёў ураўнення**
$D > 0$	Два карані $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$
$D = 0$	Адзін корань $x = -\frac{b}{2a}$
$D < 0$	Няма каранёў

Каб рашыць квадратнае ўраўненне, трэба:

① Вызначыць каэфіцыенты ўраўнення.	Рашыце ўраўненне $2x^2 - 5x + 3 = 0.$
	① $a = 2$; $b = -5$; $c = 3$.
② Па формуле $D = b^2 - 4ac$ вылічыць дыскрымінант квадратнага ўраўнення і вызначыць яго знак.	② $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 =$ $= 25 - 24 = 1 > 0.$
③ Калі $D > 0$, то знайсці два карані па формулах $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$. Калі $D = 0$, то знайсці адзін корань па формуле $x = -\frac{b}{2a}$. Калі $D < 0$, то запісаць, што ўраўненне не мае каранёў.	③ Паколькі $D > 0$, то $x_1 = \frac{5 - \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 - 1}{2 \cdot 2} = 1$, $x_2 = \frac{5 + \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 + 1}{2 \cdot 2} = 1{,}5.$
④ Запісаць адказ.	④ *Адказ*: 1; 1,5.

Прыклад. Рашыце ўраўненне:

а) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; б) $x^2 - 2x + 7 = 0$.

Рашэнне:

а) $4x^2 + 4x + 1 = 0$;

① $a = 4; b = 4; c = 1$;

② $D = 4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 =$
$= 16 - 16 = 0$.

③ Паколькі $D = 0$, то
$x = -\frac{4}{2 \cdot 4} = -\frac{1}{2}$.

④ *Адказ*: $-0{,}5$.

б) $x^2 - 2x + 7 = 0$;

① $a = 1; b = -2; c = 7$;

② $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 =$
$= 4 - 28 = -24 < 0$.

③ Паколькі $D < 0$, то ўраўненне не мае каранёў.

④ *Адказ*: няма каранёў.

Формулы каранёў квадратнага ўраўнення	
Вызначыце, колькі каранёў мае ўраўненне: а) $-x^2 + x - 4 = 0$; б) $1{,}2x^2 - 21x - 25 = 0$; в) $x^2 - 6x + 9 = 0$.	а) Вызначым каэфіцыенты ўраўнення: $a = -1$; $b = 1$; $c = -4$. Вызначым знак дыскрымінанта: $D = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4) = 1 - 16 < 0$. Паколькі $D < 0$, то ўраўненне не мае каранёў. б) $a = 1{,}2$; $b = -21$; $c = -25$; $D = (-21)^2 - 4 \cdot 1{,}2 \cdot (-25) = 21^2 + 4 \cdot 1{,}2 \cdot 25 > 0$. Паколькі $D > 0$, то ўраўненне мае два карані. в) $a = 1$; $b = -6$; $c = 9$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$. Ураўненне мае адзін корань.
Рашыце ўраўненне $2x^2 - 3x - 2 = 0$.	① Вызначым каэфіцыенты ўраўнення: $a = 2$; $b = -3$; $c = -2$. ② Вызначым знак дыскрымінанта: $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25 > 0$. ③ Паколькі $D > 0$, то ўраўненне мае два карані. Выкарыстаем формулы каранёў квадратнага ўраўнення:

	$x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{3-\sqrt{25}}{2\cdot 2} =$ $= \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{3+\sqrt{25}}{2\cdot 2} =$ $= \frac{3+5}{4} = 2$. ④ *Адказ*: –0,5; 2.
Знайдзіце карані ўраўнення: а) $3x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $-x^2 + x - 0{,}25 = 0$.	а) ① $a = 3$; $b = -5$; $c = 6$. ② $D = (-5)^2 - 4\cdot 3\cdot 6 =$ $= 25 - 72 < 0$. ③ $D < 0$, значыць, ураўненне не мае каранёў. ④ *Адказ*: $x \in \varnothing$. б) *Першы спосаб.* $a = -1$; $b = 1$; $c = -0{,}25$. $D = 1^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-0{,}25) = 1 - 1 =$ $= 0$, ураўненне мае адзін корань $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$. *Другі спосаб.* Памножым абедзве часткі ўраўнення на –1 і атрымаем $x^2 - x + 0{,}25 = 0$, або $(x - 0{,}5)^2 = 0$, адкуль $x = 0{,}5$. *Адказ*: 0,5.
Рашыце ўраўненне $\frac{x^2 - 2x}{4} - \frac{x-9}{8} = 1$.	Памножым абедзве часткі ўраўнення на 8 і атрымаем: $2(x^2 - 2x) - (x - 9) = 8$; $2x^2 - 4x - x + 9 = 8$; $2x^2 - 5x + 1 = 0$; $a = 2$; $b = -5$; $c = 1$; $D = (-5)^2 - 4\cdot 2\cdot 1 = 25 - 8 = 17$; $x_1 = \frac{5-\sqrt{17}}{2\cdot 2} = \frac{5-\sqrt{17}}{4}$, $x_2 = \frac{5+\sqrt{17}}{2\cdot 2} = \frac{5+\sqrt{17}}{4}$. *Адказ*: $\frac{5-\sqrt{17}}{4}$; $\frac{5+\sqrt{17}}{4}$.

1. Вызначыце паслядоўнасць дзеянняў вываду формулы каранёў квадратнага ўраўнення:

а) раскласці рознасць квадратаў у левай частцы ўраўнення на множнікі;

б) выкарыстаць уласцівасць аб роўнасці здабытку нулю;

в) вылучыць поўны квадрат у левай частцы ўраўнення;

г) пераўтварыць ураўненне да прыведзенага.

2. Устанавіце адпаведнасць паміж знакам дыскрымінанта: 1) $D > 0$; 2) $D < 0$; 3) $D = 0$ — і колькасцю каранёў квадратнага ўраўнення: а) два карані; б) адзін корань; в) не мае каранёў.

2.41. Знайдзіце дыскрымінант квадратнага ўраўнення і вызначыце колькасць яго каранёў:

а) $4x^2 + 2x - 1 = 0$; б) $8x^2 - 5x + 2 = 0$;
в) $4x^2 - 20x + 25 = 0$; г) $x^2 + 8x + 3 = 0$.

2.42. Прыдумайце па два прыклады квадратных ураўненняў, якія: а) не маюць каранёў; б) маюць толькі адзін корань; в) маюць два карані.

2.43. Рашыце квадратнае ўраўненне, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $3x^2 - 5x + 2 = 0$; б) $2x^2 - 7x + 3 = 0$;
в) $2x^2 + 3x + 1 = 0$; г) $3x^2 + x - 2 = 0$;
д) $x^2 - 6x + 8 = 0$; е) $8x^2 - 2x + 1 = 0$;
ж) $5x^2 - 4x - 1 = 0$; з) $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

2.44. Рашыце ўраўненне:

а) $-5x^2 + 8x - 3 = 0$; б) $-x^2 + 3x + 4 = 0$;
в) $-7x^2 + 6x - 13 = 0$; г) $-x^2 + 10x - 25 = 0$;
д) $7x - 6x^2 - 2 = 0$; е) $3 - x - 4x^2 = 0$;
ж) $x^2 - 4x - 5 = 0$; з) $6x - 9x^2 - 1 = 0$.

2.45. Знайдзіце карані ўраўнення:

а) $x^2 + 3x - 1 = 0$; б) $5x^2 - 2x - 4 = 0$;
в) $6x - x^2 + 3 = 0$; г) $8 - 5x^2 + x = 0$.

2.46. Рашыце ўраўненне:

а) $4x^2 + x = 5$; б) $12x^2 + 1 = 13x$;
в) $x^2 = 8x - 7$; г) $5 - 9x = 2x^2$;
д) $6x^2 - x = x^2 + 4$; е) $9x^2 - 1 = x - 11x^2$;
ж) $7x - 3 = 5x^2 - x$; з) $3 - 8x = 2x - 8x^2$.

2.47. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай:

а) значэнне двухчлена $x^2 + x$ роўна 20;

б) значэнні выразаў $3x^2 + 2x - 1$ і $5x + 5$ роўныя.

2.48. Рашыце ўраўненне:

а) $x(x - 1) = 12$;
б) $x(3x + 7) = 6$;
в) $x(4x - 11) = 3$;
г) $3x(3x - 4) = 5$.

2.49. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне выразу:

а) $4x(x - 1)$ роўна 3;
б) $3x(3x - 8)$ роўна 20.

2.50. Выканайце неабходныя тоесныя пераўтварэнні і рашыце ўраўненне:

а) $x(9 - x) = 20$;
б) $5x(x - 1) = 3 - 3x$;
в) $x(5 - x) = 2(x - 20)$;
г) $(x + 2)(x + 6) = 5$;
д) $(3x + 5)(4 - x) = (x - 1)(1 - 2x)$;
е) $(4x - 1)(x - 1) = 2(x + 6)(x - 2)$;
ж) $(3x + 1)(x - 4) - (2x - 6)(x - 2) = 4$;
з) $(2x - 3)(x + 4) - 10 = (5x - 6)(x - 3)$.

2.51. Адзін лік на 4 меншы за другі, а іх здабытак роўны 21. Знайдзіце гэтыя лікі.

2.52. Выкарыстайце формулы квадрата сумы або квадрата рознасці і рашыце ўраўненне:

а) $(x - 4)^2 - 2x = 7$;
б) $(x + 2)^2 = 2x + 3$;
в) $(2x + 4)^2 = 11x^2 + 1$;
г) $6x^2 + 3 = 2(x - 1)^2$;
д) $(x - 5)^2 = 4(7 - 2x)$;
е) $(9 - 4x)^2 = 5(4x + 1)$;
ж) $2(x - 2)^2 = (x - 5)^2$;
з) $4(x + 1)^2 = 3(x - 1)^2$.

2.53. Рашыце ўраўненне:

а) $0{,}25x^2 - 1{,}25x + 1 = 0$;
б) $0{,}1x^2 + 0{,}6x - 0{,}7 = 0$;
в) $x^2 - \frac{8}{9}x = \frac{1}{9}$;
г) $x^2 - \frac{x}{3} = 1\frac{1}{3}$.

2.54. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай:

а) значэнне квадрата двухчлена $3x - 1$ роўна значэнню выразу $6x - 2$;

б) значэнні квадратаў двухчленаў $3x + 3$ і $4x - 4$ роўныя.

2.55. Рашыце ўраўненне:

а) $(x - 4)(x + 4) = 2x(x + 5)$;
б) $(2x - 3)(2x + 3) = (x + 1)(x - 2) - 5$;
в) $(x + 2)^2 + 9x = 2(x - 1)(x + 3)$;

г) $(3x-1)^2-(x-8)(x-4)=-27$;

д) $(x+3)^2+(x-4)^2=29$;

е) $(3x-1)^2-(2x+1)^2=15$;

ж) $(3x-1)^2+29=(2x+5)^2$;

з) $(4x-3)^2-(x-5)^2=9(x-1)^2$.

2.56. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай сума квадратаў двухчленаў $x+2$ і $x-3$ роўна 17.

2.57. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{x^2+1}{5}=\frac{2x}{3}$; б) $\frac{x^2+6}{5}-\frac{8-x}{10}=1$;

в) $\frac{x^2-2x}{4}-\frac{x-5}{8}=1$; г) $\frac{x^2-4}{8}-\frac{2x+3}{3}=-1$;

д) $\frac{x^2-x}{6}+x-1=\frac{2x+3}{3}$; е) $\frac{4x^2+x}{3}-\frac{5x-1}{6}=\frac{x^2+17}{9}$.

2.58. Знайдзіце карані ўраўнення:

а) $\frac{(x-1)^2}{5}-\frac{2x-2}{3}=\frac{x+4}{6}$; б) $\frac{(x-3)^2}{8}-\frac{(x-2)^2}{2}=2-2x$;

в) $\frac{(x+2)^2}{5}-\frac{(2x+1)^2}{10}=\frac{1-x}{2}$; г) $\frac{(x-1)^2}{12}+\frac{3x+1}{6}=\frac{(x+1)^2}{3}$.

2.59. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2-\sqrt{2}x-1=0$; б) $\sqrt{3}x^2-4x+\sqrt{3}=0$;

в) $x^2-\left(\sqrt{6}+1\right)x+\sqrt{6}=0$; г) $x^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)x-\sqrt{14}=0$.

2.60. Падбярыце якія-небудзь тры значэнні c, пры якіх ураўненне мае карані, і тры значэнні c, пры якіх ураўненне не мае каранёў:

а) $x^2+7x+c=0$; б) $2x^2-x-c=0$.

2.61*. Знайдзіце ўсе значэнні c, пры якіх ураўненне $x^2+6x-c=0$ не мае каранёў.

2.62*. Знайдзіце ўсе значэнні c, пры якіх ураўненне $3x^2-2x+c=0$ мае два карані.

2.63*. Знайдзіце ўсе значэнні b, пры якіх ураўненне мае адзіны корань:

а) $bx^2-3bx+1=0$; б) $(b+5)x^2-(b+6)x+3=0$.

2.64*. Рашыце ўраўненне адносна зменнай x:

а) $x^2-3ax+2a^2=0$; б) $3x^2-4ax+a^2=0$;

в) $x^2+(3a-4)x-12a=0$; г) $ax^2-(a+1)x+1=0$.

2.65*. З роўнасці $a^2+6b^2-5ab-3a+7b+2=0$ выразіце a праз b.

2.66. Сярод квадратных ураўненняў $x^2+6x+9=0$; $2x^2+7x-4=0$; $16x^2-8x+1=0$; $6x^2-5x+7=0$ выберыце: а) ураўненні, якія маюць два карані; б) ураўненні, у якіх левая частка ёсць квадрат двухчлена.

2.67. Рашыце квадратнае ўраўненне, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $5x^2-3x-2=0$; б) $2x^2+3x-2=0$;
в) $3x^2-10x+3=0$; г) $2x^2+x-3=0$;
д) $x^2-5x+4=0$; е) $2x^2+7x+3=0$;
ж) $3x^2+2x-5=0$; з) $x^2-6x+9=0$.

2.68. Рашыце ўраўненне:

а) $-6x^2+7x-2=0$; б) $-x^2-9x-20=0$;
в) $3-x-4x^2=0$; г) $8x-3x^2-5=0$;
д) $12x-9-4x^2=0$; е) $1-5x-x^2=0$.

2.69. Рашыце ўраўненне:

а) $5x^2+2x=3$; б) $5+4x=x^2$;
в) $4x^2+11x=4x+2$; г) $11x^2+9x=2x^2+4$.

2.70. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне двухчлена $6x-6$ роўна значэнню трохчлена $5x^2-4x-1$.

2.71. Рашыце ўраўненне:

а) $x(x+7)=18$; б) $x(2x-9)=5$;
в) $x(6x-13)=5$; г) $4x(x-1)=3$.

2.72. Рашыце ўраўненне:

а) $x(7-x)=10$; б) $x(x-8)=x-20$;
в) $(x-2)(x+5)=-6$; г) $(3x+1)(x+1)=2(x-5)(x-2)$.

2.73. Адзін лік на 2 большы за другі, а іх здабытак роўны 8. Знайдзіце гэтыя лікі.

2.74. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і рашыце ўраўненне:

а) $(x-2)^2=4x-3$; б) $(x+3)^2-5=11x$;
в) $(x-4)^2=8(x-6)$; г) $(x-5)^2=4(x+3)^2$.

2.75. Рашыце ўраўненне:

а) $1{,}2x^2-0{,}8x-0{,}4=0$; б) $x^2-\frac{7}{9}x=\frac{2}{9}$.

2.76. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай значэнне квадрата двухчлена $2x - 3$ роўна значэнню выразу $3x - 2$.

2.77. Рашыце ўраўненне:

а) $x(2x + 10) = (x - 3)(x + 3)$;

б) $(3x - 1)(3x + 1) = (x + 2)(x - 3) + 14$;

в) $(5x - 1)^2 - (x - 6)(x + 8) = 85$;

г) $(2x - 1)^2 + (x + 3)^2 = 13$.

2.78. Рашыце ўраўненне:

а) $\frac{x^2}{6} - \frac{2x}{3} = \frac{3x - 10}{4}$; б) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{3x - 1}{4} = 2$;

в) $\frac{2x^2 + x}{3} - \frac{x + 3}{4} = x - 1$; г) $\frac{x^2 + 3x}{8} = \frac{x - 1}{4} + \frac{3 - 2x}{2}$.

2.79. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$; б) $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$;

в) $x^2 - \left(\sqrt{5} + 1\right)x + \sqrt{5} = 0$; г) $x^2 + \left(\sqrt{6} - 2\right)x - 2\sqrt{6} = 0$.

2.80*. Знайдзіце ўсе значэнні c, пры якіх ураўненне $x^2 + 4x - c = 0$:

а) не мае каранёў; б) мае два карані.

2.81*. Знайдзіце ўсе значэнні a, пры якіх ураўненне $(a - 3)x^2 - (a - 1)x + 2 = 0$ мае адзіны корань.

* * *

2.82. Параўнайце значэнні выразаў $0{,}7^{-2} + 0{,}3$ і $\left(3\frac{1}{3}\right)^{-2} + 1\frac{3}{7}$.

2.83. Выканайце дзяленне $-0{,}12a^4b^3 : (3ab^3)$.

2.84. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{a^3}{2}$ пры $a = 4\sqrt{2}$.

2.85. Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} 2 - 3x < 2x + 9, \\ 4x + 5{,}2 \leqslant 0. \end{cases}$

2.86. Прызавы фонд спаборніцтваў дзеліцца ў адносіне $6 : 3 : 1$ паміж спартсменамі, якія занялі 1, 2, 3-е месцы. а) Які працэнт прызавога фонду атрымае спартсмен, які заняў 2-е месца? б) На колькі працэнтаў больш атрымае спартсмен, які заняў 1-е месца, чым спартсмен, які заняў 3-е месца?

2.87. Спрасціце выраз $\sqrt{4 - 4x + x^2} + 1 - x$ пры $x > 2$.

2.88. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = 2x - 3$; $y = -x + 4$ і $y = 3$.

2.89. Турыстычнае агенцтва вывучала попыт сярод магчымых кліентаў. Сярод 278 апытаных 120 чалавек хацелі б пабываць у Англіі, 186 чалавек наведалі б Францыю, а 30 удзельнікаў апытання ўвогуле не збіраюцца вандраваць. Колькі ўдзельнікаў апытання хацелі б наведаць і Англію, і Францыю?

2.90. Вызначыце, ці можа мнагачлен $9x^4 - 48x^3 + 64x^2$ прымаць адмоўныя значэнні.

§ 9. Тэарэма Віета

2.91. Рашыце ўраўненне: а) $x^2 - 3x + 2 = 0$; б) $x^2 + 3x - 4 = 0$; в) $x^2 - 8x + 15 = 0$ — і знайдзіце: 1) суму яго каранёў; 2) здабытак яго каранёў.

2.92. Рашыце ўраўненне: а) $x^2 - 2x = 0$; б) $x^2 - 5x = 0$; в) $x^2 + 8x = 0$ — і знайдзіце: 1) суму яго каранёў; 2) здабытак яго каранёў.

2.93. Рашыце ўраўненне: а) $x^2 - 25 = 0$; б) $x^2 - 16 = 0$; в) $x^2 - 12 = 0$ — і знайдзіце: 1) суму яго каранёў; 2) здабытак яго каранёў.

Рашаючы прыведзеныя квадратныя ўраўненні, можна заўважыць, што існуе залежнасць паміж іх каэфіцыентамі і сумай і здабыткам іх каранёў.

Прыведзенае квадратнае ўраўненне $x^2 + px + q = 0$	**Карані квадратнага ўраўнення**	**Сума каранёў $x_1 + x_2$**	**Здабытак каранёў $x_1 \cdot x_2$**	**Вывад**
$x^2 - 8x + 15 = 0$	$x_1 = 3$, $x_2 = 5$	$8 = -p$	$15 = q$	$x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = q$
$x^2 + 3x - 10 = 0$	$x_1 = -5$, $x_2 = 2$	$-3 = -p$	$-10 = q$	
$x^2 - 5x = 0$	$x_1 = 0$, $x_2 = 5$	$5 = -p$	$0 = q$	
$x^2 - 16 = 0$	$x_1 = 4$, $x_2 = -4$	$0 = -p$	$-16 = q$	

Сума каранёў прыведзенага квадратнага ўраўнення роўна ліку, процілегламу другому каэфіцыенту, а здабытак каранёў роўны свабоднаму члену. Такой уласцівасцю валодае любое прыведзенае квадратнае ўраўненне, якое мае карані.

Залежнасць паміж каэфіцыентамі квадратнага ўраўнення і яго каранямі была выяўлена французскім матэматыкам Франсуа Віетам.

Франсуа Віет
(1540—1603)

Тэарэма Віета. Сума каранёў прыведзенага квадратнага ўраўнення роўна яго другому каэфіцыенту, узятаму з процілеглым знакам, а здабытак — свабоднаму члену.

$$x^2 + px + q = 0$$
$$D \geqslant 0$$
$$x_1 + x_2 = -p$$
$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Доказ. Няхай ураўненне $x^2 + px + q = 0$ мае карані x_1 і x_2. Дакажам, што $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

1) Па формулах каранёў квадратнага ўраўнення:

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}, \; x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}.$$

2) Знойдзем суму каранёў:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = -p.$$

3) Знойдзем здабытак каранёў:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{\left(-p + \sqrt{D}\right)\left(-p - \sqrt{D}\right)}{4} = \frac{\left(p - \sqrt{D}\right)\left(p + \sqrt{D}\right)}{4} =$$
$$= \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - \left(p^2 - 4q\right)}{4} = \frac{p^2 - p^2 + 4q}{4} = q.$$

Тэарэма, адваротная тэарэме Віета. Калі лікі x_1 і x_2 такія, што $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$, то яны з'яўляюцца каранямі квадратнага ўраўнення $x^2 + px + q = 0$.

Доказ. 1) Падставім ва ўраўненне $x^2 + px + q = 0$ выразы для яго каэфіцыентаў:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0.$$

2) Выканаем пераўтварэнні ў левай частцы ўраўнення:

$$x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = 0; \; (x - x_1)x - x_2(x - x_1) = 0;$$
$$(x - x_1)(x - x_2) = 0.$$

3) Карані ўраўнення $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ знойдзем, выкарыстаўшы ўласцівасць аб роўнасці здабытку нулю: $x - x_1 = 0$ або $x - x_2 = 0$, адкуль $x = x_1$ або $x = x_2$.

Выкарыстанне тэарэмы Віета і ёй адваротнай

Прыклад 1. Знайдзіце суму, здабытак і суму квадратаў каранёў квадратнага ўраўнення $x^2 - 7x + 11 = 0$, не знаходзячы карані ўраўнення.

Рашэнне. $D = 49 - 44 = 5 > 0$, значыць, ураўненне мае карані. Па тэарэме Віета іх сума $x_1 + x_2 = 7$, а здабытак $x_1 \cdot x_2 = 11$.

Выразім суму квадратаў каранёў праз іх суму і здабытак:
$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7^2 - 2 \cdot 11 =$
$= 49 - 22 = 27$.

Адказ: 7; 11; 27.

Прыклад 2. Рашыце ўраўненне $x^2 - 4x - 5 = 0$, не выкарыстоўваючы формулы каранёў квадратнага ўраўнення.

Рашэнне. Дадзенае ўраўненне мае карані ($D > 0$). Па тэарэме Віета сума каранёў гэтага ўраўнення роўна 4, а іх здабытак роўны –5. Падбяром дзельнікі ліку –5, сума якіх роўна 4. Гэта лікі 5 і –1, іх здабытак роўны –5, а сума 4. Значыць, па тэарэме, адваротнай тэарэме Віета, яны з'яўляюцца каранямі дадзенага ўраўнення.

Адказ: 5 і –1.

Тэарэма Віета	
Знайдзіце, калі гэта магчыма, суму і здабытак каранёў ураўнення: а) $x^2 - 23x + 6 = 0$; б) $x^2 - 3x + 6 = 0$; в) $5x^2 + 3x - 1 = 0$.	а) $D = 23^2 - 24 > 0$, значыць, ураўненне мае два карані. Па тэарэме Віета іх сума роўна другому каэфіцыенту, узятаму з процілеглым знакам, г. зн. 23, а здабытак — свабоднаму члену, г. зн. 6. *Адказ*: $x_1 + x_2 = 23$, $x_1 \cdot x_2 = 6$.

	б) $D = 9 - 24 < 0$, значыць, ураўненне не мае каранёў. *Адказ*: няма каранёў. в) $D = 3^2 + 20 > 0$, значыць, ураўненне мае два карані. Падзелім абедзве часткі ўраўнення на 5 і атрымаем прыведзенае квадратнае ўраўненне $x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$. Па тэарэме Віета: $x_1 + x_2 = -\frac{3}{5}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{5}$. *Адказ*: $x_1 + x_2 = -0{,}6$, $x_1 \cdot x_2 = -0{,}2$.
Тэарэма, адваротная тэарэме Віета	
Складзіце квадратнае ўраўненне, карані якога роўны 2 і 9.	Па тэарэме, адваротнай тэарэме Віета, паколькі сума лікаў 2 і 9 роўна 11, а здабытак — 18, то квадратнае ўраўненне, каранямі якога з'яўляюцца лікі 2 і 9, мае выгляд $x^2 - 11x + 18 = 0$.
Выкарыстанне тэарэмы Віета і ёй адваротнай	
Вызначыце знакі каранёў квадратнага ўраўнення $x^2 - 25x + 7 = 0$, не рашаючы яго.	Паколькі $D > 0$, то па тэарэме Віета ўраўненне мае карані, здабытак якіх роўны 7 — дадатнаму ліку, значыць, карані ўраўнення аднаго знака. Паколькі сума каранёў роўна 25 — дадатнаму ліку, то абодва карані гэтага ўраўнення з'яўляюцца дадатнымі лікамі.

Вызначыце знакі каранёў квадратнага ўраўнення $x^2 + 8x - 34 = 0,$ не рашаючы яго.	Паколькі $D > 0$, то ўраўненне мае карані, здабытак якіх роўны –34 — адмоўнаму ліку, значыць, каранямі ўраўнення з'яўляюцца лікі розных знакаў. Паколькі сума каранёў роўна –8 — адмоўнаму ліку, то адмоўны корань ураўнення мае большы модуль.
Складзіце ўраўненне, кожны корань якога ў два разы большы за адпаведны корань ураўнення $x^2 - 12x + 7 = 0.$	Па тэарэме Віета сума каранёў дадзенага ўраўнення роўна 12, а здабытак роўны 7, тады абодва карані дадатныя. Сума каранёў новага ўраўнення будзе роўна $2 \cdot 12 = 24$, а здабытак $4 \cdot 7 = 28$. Па тэарэме, адваротнай тэарэме Віета, новае ўраўненне мае выгляд $x^2 - 24x + 28 = 0$.
Рашыце ўраўненне, не выкарыстоўваючы формулы каранёў квадратнага ўраўнення: а) $x^2 - 4x + 3 = 0$; б) $x^2 + 7x + 10 = 0$.	а) Ураўненне мае карані x_1 і x_2 $(D > 0)$, тады па тэарэме Віета $x_1 \cdot x_2 = 3$ і $x_1 + x_2 = 4$. Падбяром цэлыя лікі x_1 і x_2 так, каб іх здабытак быў роўны 3, а сума 4. Гэта лікі 1 і 3. *Адказ*: 1; 3. б) Па тэарэме Віета $x_1 \cdot x_2 = 10$ і $x_1 + x_2 = -7$. Калі x_1 і x_2 — цэлыя лікі, здабытак якіх роўны 10, то магчымымі значэннямі x_1 і x_2 з'яўляюцца пары лікаў: 1 і 10; –1 і –10; 2 і 5; –2 і –5.

	Умову $x_1 + x_2 = -7$ задавальняе пара лікаў −2 і −5. *Адказ*: −2; −5.

1. Ці правільна, што калі квадратнае ўраўненне прыведзенае, то сума яго каранёў роўна другому каэфіцыенту, узятаму з процілеглым знакам, а здабытак — свабоднаму члену?

2. Ці правільна, што калі дыскрымінант квадратнага ўраўнення больш за нуль, то сума яго каранёў роўна другому каэфіцыенту, узятаму з процілеглым знакам, а здабытак — свабоднаму члену?

3. Ці правільна, што калі прыведзенае квадратнае ўраўненне мае карані, то сума яго каранёў роўна другому каэфіцыенту, узятаму з процілеглым знакам, а здабытак — свабоднаму члену?

2.94. Выкарыстаўшы тэарэму, адваротную тэарэме Віета, праверце, ці з'яўляюцца каранямі ўраўнення:

а) $x^2 - 5x + 4 = 0$ лікі 1 і 4;
б) $x^2 + 6x + 8 = 0$ лікі 2 і 4;
в) $x^2 - x - 12 = 0$ лікі 4 і −3;
г) $x^2 + 9x - 10 = 0$ лікі 1 і −10.

2.95. Пры дапамозе тэарэмы Віета знайдзіце суму і здабытак каранёў ураўнення, калі гэта магчыма:

а) $x^2 - 9x + 2 = 0$; б) $x^2 + 7x - 1 = 0$;
в) $x^2 + x + 3 = 0$; г) $x^2 + 2x - \sqrt{3} = 0$;
д) $x^2 - 13x + 31 = 0$; е) $4x^2 - 3x - 5 = 0$;
ж) $-x^2 - 10x = 0$; з) $3x^2 - 8 = 0$.

2.96. Пераканайцеся, што ўраўненне мае карані і, не рашаючы ўраўненне, вызначыце знакі яго каранёў:

а) $x^2 - 10x + 7 = 0$; б) $x^2 - 12x - 5 = 0$;
в) $x^2 + 9x + 2 = 0$; г) $x^2 + 7x - 4 = 0$;
д) $3x^2 - 7x + 2 = 0$; е) $2x^2 - x - 1 = 0$;
ж) $4x^2 + 13x + 1 = 0$; з) $-5x^2 - 9x + 2 = 0$.

2.97. Знайдзіце каэфіцыенты p і q квадратнага ўраўнення $x^2 + px + q = 0$, калі вядома, што яго каранямі з'яўляюцца лікі:

а) 2 і 3; б) −4 і 5; в) −1 і −6.

2.98. Складзіце квадратнае ўраўненне, карані якога роўны:

а) 1 і −12; б) 6 і $\frac{1}{6}$; в) −3 і −0,8.

2.99. Прыдумайце два прыклады квадратнага ўраўнення, адзін з каранёў якога роўны 1, а другі з'яўляецца:

а) простым лікам; б) цэлым лікам, меншым за 0,3.

2.100. Складзіце квадратнае ўраўненне, ведаючы, што сума яго каранёў, якія з'яўляюцца ўзаемна адваротнымі лікамі, роўна 7.

2.101. Рашыце ўраўненне, не выкарыстоўваючы формулы каранёў квадратнага ўраўнення:

а) $x^2 - 6x + 5 = 0$; б) $x^2 + 7x + 6 = 0$;
в) $x^2 - 7x + 12 = 0$; г) $x^2 - 5x - 6 = 0$;
д) $x^2 - 9x + 20 = 0$; е) $x^2 + 11x + 24 = 0$;
ж) $x^2 - x - 6 = 0$; з) $x^2 + 8x - 20 = 0$;
і) $x^2 - 13x + 30 = 0$; к) $x^2 + 17x + 30 = 0$;
л) $x^2 - x - 30 = 0$; м) $x^2 + 10x - 24 = 0$.

2.102. Прыдумайце прыклад квадратнага ўраўнення, адзін з каранёў якога:

а) у 3 разы большы за другі; б) на 7 меншы за другі.

2.103. Знайдзіце значэнне выразу $x_1 + x_2 - 3x_1x_2$, ведаючы, што x_1 і x_2 — карані ўраўнення:

а) $x^2 + 10x - 1 = 0$; б) $8x^2 - x - 5 = 0$;
в) $-2x^2 + 3x + 7 = 0$; г) $x^2 - \sqrt{5}x - 6\sqrt{5} = 0$.

2.104. Вядома, што x_1 і x_2 — карані ўраўнення $x^2 + 7x - 12 = 0$. Не рашаючы ўраўненне, знайдзіце значэнне выразу:

а) $(x_1 + x_2)^2$; б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$; в) $x_1^2 + x_2^2$.

2.105. Складзіце квадратнае ўраўненне, кожны корань якога:

а) у 3 разы меншы за адпаведны корань ураўнення $x^2 - 39x + 18 = 0$;

б) у 6 разоў большы за адпаведны корань ураўнення $3x^2 - 8x + 1 = 0$.

2.106. Адзін з каранёў ураўнення:

а) $x^2 + px - 15 = 0$ роўны 3; б) $5x^2 - px + 4 = 0$ роўны 1.

Знайдзіце другі корань і лік p.

2.107. Адзін з каранёў ураўнення:

а) $x^2 - 9x + q = 0$ роўны 8; б) $6x^2 + 5x - q = 0$ роўны –1.

Знайдзіце другі корань і лік q.

2.108. Знайдзіце карані x_1 і x_2 ураўнення $x^2 - 7x - q = 0$ і лік q, калі $x_1 - x_2 = 11$.

2.109. Карані ўраўнення $x^2 - 20x + q = 0$ адносяцца як $3 : 7$. Знайдзіце карані ўраўнення і свабодны член q.

2.110. Складзіце квадратнае ўраўненне, карані якога роўны:

а) $1 + \sqrt{2}$ і $1 - \sqrt{2}$; б) $5 - \sqrt{3}$ і $5 + \sqrt{3}$;

в) $3 + 2\sqrt{5}$ і $3 - 2\sqrt{5}$; г) $\sqrt{2} + \sqrt{7}$ і $\sqrt{2} - \sqrt{7}$.

2.111. Рашыце ўраўненне, не карыстаючыся формуламі каранёў квадратнага ўраўнення:

а) $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$;

б) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$;

в) $x^2 + (\sqrt{2} - 5)x - 5\sqrt{2} = 0$.

2.112*. Карані x_1 і x_2 ураўнення $x^2 - 2x - q = 0$ задавальняюць роўнасць $3x_1 - 5x_2 = 22$. Знайдзіце карані ўраўнення і лік q.

2.113*. Знайдзіце карані ўраўнення $x^2 - 12x - q = 0$ і лік q, калі вядома, што:

а) адзін з каранёў у 5 разоў большы за другі;

б) адзін з каранёў у 3 разы меншы за другі;

в) адзін з каранёў складае 20 % другога.

2.114*. Ураўненне $x^2 - 10x - 1 = 0$ мае карані x_1 і x_2. Складзіце квадратнае ўраўненне, каранямі якога з'яўляюцца лікі x_1^2 і x_2^2.

2.115*. Складзіце квадратнае ўраўненне, ведаючы, што здабытак яго каранёў роўны 8, а сума квадратаў яго каранёў роўна 20.

2.116*. Вядома, што x_1 і x_2 — карані ўраўнення $2x^2 - (\sqrt{6} + 11)x - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} = 0$. Знайдзіце значэнне выразу $x_1 + x_1x_2 + x_2$.

2.117. Васьмікласнік, рашыўшы ўраўненне:

а) $x^2 + 6x - 7 = 0$, атрымаў карані 1 і -7;

б) $x^2 - 2x - 15 = 0$, атрымаў карані 3 і -5;

в) $x^2 + x - 42 = 0$, атрымаў карані 6 і -7.

Пры дапамозе тэарэмы, адваротнай тэарэме Віета, праверце правільнасць атрыманых вынікаў.

2.118. Выберыце ўраўненні, якія маюць карані, і пры дапамозе тэарэмы Віета знайдзіце суму і здабытак каранёў ураўнення:

а) $x^2 - 5x + 1 = 0$;   б) $x^2 + 8x - 3 = 0$;

в) $x^2 - 9x - \sqrt{2} = 0$;   г) $x^2 + 2x + 10 = 0$;

д) $x^2 + 6x + 7 = 0$;   е) $2x^2 + 7x - 13 = 0$;

ж) $x^2 - 8x = 0$;   з) $-4x^2 + 17 = 0$.

2.119. Пераканайцеся, што ўраўненне мае карані, і, не рашаючы ўраўненне, вызначыце знакі яго каранёў:

а) $x^2 - 13x + 5 = 0$;   б) $x^2 - 8x - 1 = 0$;

в) $3x^2 + 10x + 1 = 0$;   г) $2x^2 + x - 5 = 0$.

2.120. Складзіце квадратнае ўраўненне, карані якога роўны:

а) 5 і 8;   б) -2 і 0,5;   в) -3 і $-\frac{1}{3}$.

2.121. Рашыце ўраўненне, не выкарыстоўваючы формулы каранёў квадратнага ўраўнення:

а) $x^2 - 5x + 4 = 0$;   б) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

в) $x^2 - 8x + 15 = 0$;   г) $x^2 - 2x - 3 = 0$;

д) $x^2 - 11x + 18 = 0$;   е) $x^2 + 14x + 13 = 0$;

ж) $x^2 - 4x - 21 = 0$;   з) $x^2 - x - 56 = 0$.

2.122. Знайдзіце значэнне выразу $x_1x_2 - (x_1 + x_2)$, ведаючы, што x_1 і x_2 — карані ўраўнення:

а) $x^2 + 7x - 9 = 0$;   б) $2x^2 - x - 13 = 0$.

2.123. Ураўненне $x^2 - 5x + 2 = 0$ мае карані x_1 і x_2. Не рашаючы ўраўненне, знайдзіце значэнне выразу:

а) $(x_1 + x_2)^2$;   б) $x_1^2 + x_2^2$.

2.124. Складзіце квадратнае ўраўненне, кожны корань якога ў 5 разоў большы за адпаведны корань ураўнення $x^2 - 5x + 1 = 0$.

2.125. а) Адзін з каранёў ураўнення $x^2 + px - 28 = 0$ роўны 14. Знайдзіце другі корань і каэфіцыент p.

б) Адзін з каранёў ураўнення $4x^2 - x + c = 0$ роўны 1. Знайдзіце другі корань і свабодны член c.

2.126. Знайдзіце карані x_1 і x_2 ураўнення $x^2 + 3x - q = 0$ і лік q, калі $x_1 - x_2 = -9$.

2.127. Складзіце квадратнае ўраўненне, карані якога роўны:

а) $1 + \sqrt{3}$ і $1 - \sqrt{3}$;   б) $7 - \sqrt{2}$ і $7 + \sqrt{2}$.

2.128. Карані ўраўнення $x^2 - 14x + q = 0$ адносяцца як $1 : 6$. Знайдзіце карані ўраўнення і каэфіцыент q.

2.129*. Складзіце квадратнае ўраўненне, ведаючы, што здабытак яго каранёў роўны –10, а сума квадратаў яго каранёў роўна 29.

2.130. Вылічыце:

а) $(5^{-6} \cdot 5^{-4})^2 : 5^{-22}$; б) $\left(\frac{7}{9}\right)^0 \cdot 0{,}5^{-1}$; в) $\frac{2^{-7} \cdot 16^4}{32^2}$.

2.131. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} \frac{2x+3y}{4} = \frac{3x+4y}{7}, \\ \frac{5y-6x}{10} = 6 - 2x. \end{cases}$

2.132. Знайдзіце значэнне выразу $(\sqrt{50} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$.

2.133. Раскладзіце на множнікі:

а) $7a + 7b - c(a + b)$; б) $(4 - a)^2 - 25a^2$;

в) $(2x - 1)^2 - (4x + 1)^2$; г) $9n^2 - 6n + 1 - (n + 5)^2$.

2.134. Для функцыі $f(x) = 2x - 3$:

а) вылічыце $f(-3) - f(6)$;

б) знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента выконваюцца ўмовы $f(x) > 0$; $f(x) < 0$; $f(x) = 15$.

2.135. Прадпрымальнік хоча размясціць некаторую суму грошай у адным з банкаў. Партнёр прадпрымальніка, які паклаў у банк A 620 р., праз год атрымаў 663,4 р. Яго школьны сябар паклаў у банк B 750 р. і праз год атрымаў 795 р. У якім банку больш выгадна размясціць грошы?

2.136. Дакажыце, што рознасць квадратаў двух паслядоўных натуральных лікаў з'яўляецца няцотным лікам.

§ 10. Квадратны трохчлен. Раскладанне квадратнага трохчлена на множнікі

2.137. Раскладзіце на множнікі двухчлен:

а) $2x^3 - 4x^2$; б) $9x^2 - 6x$; в) $25x^4 - 20x$.

2.138. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $x^2 + 4x - 2xy - 8y$; б) $16x^2 + 40x + 25$;

в) $36t^2 + 36t + 9$.

2.139. Вызначыце ступень мнагачлена і раскладзіце яго на множнікі:

а) $-36t^2+36t-9$; б) $0{,}01x^2-x+25$;

в) $0{,}04p^2-4p+100$.

Мнагачлен ax^2+bx+c, дзе $a\neq 0$, называецца **квадратным трохчленам.**

Квадратныя трохчлены

x^2+6x-4

$-8x^2+x+6$

$0{,}5x^2-x-1$

Напрыклад, $2x^2-3x-2$ — квадратны трохчлен, лікі $a=2$, $b=-3$, $c=-2$ — яго каэфіцыенты.

Значэнне зменнай, пры якім значэнне квадратнага трохчлена роўна нулю, называецца **коранем квадратнага трохчлена.**

Каб знайсці карані квадратнага трохчлена, трэба рашыць квадратнае ўраўненне $ax^2+bx+c=0$.

Напрыклад, каранямі квадратнага трохчлена $2x^2-3x-2$ з'яўляюцца карані квадратнага ўраўнення $2x^2-3x-2=0$. Знойдзем іх: $D=25$, $x_1=\frac{3+5}{4}=2$, $x_2=\frac{3-5}{4}=-\frac{1}{2}$. Лікі $x_1=2$; $x_2=-\frac{1}{2}$ з'яўляюцца каранямі квадратнага трохчлена $2x^2-3x-2$.

Раскладанне квадратнага трохчлена на множнікі

Раскладзём на множнікі квадратны трохчлен ax^2+bx+c.

1) Вынесем за дужкі першы каэфіцыент трохчлена:

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right).$$

2) Вылучым поўны квадрат:

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{D}{4a^2}\right).$$

3) Калі $D>0$, то атрымаем:

$$a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{D}}{2a}\right)=a\left(x-\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}\right)=$$

$=a(x-x_1)(x-x_2)$, дзе x_1 і x_2 — карані квадратнага трохчлена.

Такім чынам, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

Каб раскласці квадратны трохчлен на множнікі, трэба:

① Знайсці карані квадратнага трохчлена x_1 і x_2. ② Па формуле $ax^2+bx+c=$ $=a(x-x_1)(x-x_2)$ запісаць здабытак трох множнікаў: першага каэфіцыента a і рознасцей $x-x_1$ і $x-x_2$.	Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен $2x^2-3x-2$. ① $x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}$. ② $2x^2-3x-2=$ $=2(x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right)$. Множнік 2 можна ўнесці ў другія дужкі: $2(x-2)\left(x+\frac{1}{2}\right)=$ $=(x-2)(2x+1)$. Такім чынам, $2x^2-3x-2=(x-2)(2x+1)$.

Напрыклад, квадратны трохчлен $7x^2+3x-4$ мае карані $x_1=-1;$ $x_2=\frac{4}{7}$, таму $7x^2+3x-4=7(x+1)\left(x-\frac{4}{7}\right)=$ $=(x+1)(7x-4)$.

Калі дыскрымінант квадратнага трохчлена ax^2+bx+c роўны нулю, то квадратны трохчлен можна запісаць у выглядзе $a(x-x_1)^2$, дзе x_1 — корань квадратнага трохчлена.

Раскладзём на множнікі квадратны трохчлен $x^2-12x+36$. $D=144-4\cdot1\cdot36=0,$ $x_1=-\frac{-12}{2\cdot1}=6,$ тады $x^2-12x+36=(x-6)^2$. У гэтым выпадку квадратны трохчлен можна запісаць у выглядзе квадрата двухчлена.

Раскладзём на множнікі квадратны трохчлен $0{,}25x^2+2x+4$. $D=4-4\cdot0{,}25\cdot4=0,$

$x_1=-\frac{2}{2\cdot0{,}25}=-4,$ тады

$0{,}25x^2+2x+4=0{,}25(x+4)^2,$

або $0{,}25x^2+2x+4=(0{,}5x+2)^2$.

$x^2-10x+25;\ D=0;$
$x^2-10x+25=(x-5)^2$

$9x^2+6x+1;\ D=0;$
$9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

$-4x^2+4x-1;\ D=0;$
$-4x^2+4x-1=-(2x-1)^2$

Дыскрымінант квадратнага трохчлена $-x^2 + 8x - 16$ роўны нулю, таму $-x^2 + 8x - 16 = -(x^2 - 8x + 16) = -(x - 4)^2$.

Калі дыскрымінант квадратнага трохчлена адмоўны, то квадратны трохчлен нельга раскласці на множнікі.

Напрыклад, дыскрымінант квадратнага трохчлена $x^2 + x + 5$ адмоўны ($D = 1 - 4 \cdot 5 < 0$), значыць, гэты квадратны трохчлен нельга раскласці на множнікі.

Карані квадратнага трохчлена	
Знайдзіце карані квадратнага трохчлена: а) $3x^2 - x - 4$; б) $3p^2 - 4p + 10$; в) $4x^2 - 12x + 9$.	а) Рэшым квадратнае ўраўненне $3x^2 - x - 4 = 0$. $D = b^2 - 4ac = 49 > 0$, $x_1 = \frac{1+7}{6} = \frac{4}{3}$, $x_2 = \frac{1-7}{6} = -1$. Лікі -1; $\frac{4}{3}$ з'яўляюцца каранямі квадратнага трохчлена $3x^2 - x - 4$. *Адказ*: -1; $1\frac{1}{3}$. б) $D = 16 - 120 < 0$, значыць, квадратны трохчлен не мае каранёў. *Адказ*: няма каранёў. в) $D = 144 - 144 = 0$, квадратны трохчлен мае адзін корань, $x = \frac{3}{2}$. *Адказ*: 1,5.
Раскладанне квадратнага трохчлена на множнікі	
Раскладзіце на множнікі, калі гэта магчыма, квадратны трохчлен: а) $4x^2 - 8x + 3$; б) $81t^2 - 36t + 4$; в) $8t^2 - 6t + 3$.	а) Знойдзем карані квадратнага трохчлена $4x^2 - 8x + 3 = 0$. $D = 64 - 48 = 16$, $x_1 = \frac{8+4}{8} = \frac{3}{2}$, $x_2 = \frac{8-4}{8} = \frac{1}{2}$.

	Па формуле $ax^2+bx+c=$ $=a(x-x_1)(x-x_2)$ запішам здабытак трох множнікаў: $4x^2-8x+3=4\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$. Унясём множнікі ў дужкі: $4x^2-8x+3=$ $=4\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=$ $=2\cdot 2\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=$ $=(2x-3)(2x-1)$. б) $D=1296-1296=0$. Квадратны трохчлен $81t^2-36t+4$ можна запісаць у выглядзе квадрата двухчлена: $81t^2-36t+4=(9t-2)^2$. в) Паколькі $D=36-96<0$, квадратны трохчлен нельга раскласці на множнікі.

Калі дыскрымінант квадратнага трохчлена большы за нуль, то квадратны трохчлен: а) нельга раскласці на множнікі; б) мае два розныя карані; в) уяўляе сабой квадрат двухчлена.
Выберыце правільны адказ.

2.140. Знайдзіце карані квадратнага трохчлена:

а) $2x^2+5x+2$; б) $-x^2-x+6$; в) $x^2+14x+49$;
г) x^2-2x-8; д) $-x^2-4x-3$; е) $0{,}5x^2+3x+4{,}5$;
ж) x^2-5x+9; з) $8x^2-10x-3$; і) $9x^2-30x+25$.

2.141. Ці можна запісаць у выглядзе здабытку двух двухчленаў квадратны трохчлен:

а) x^2-9x+2; б) $7x^2-5x+12$;
в) x^2-x+5; г) $-7x^2+3x+6$?

Прывядзіце прыклад квадратнага трохчлена, які нельга раскласці на множнікі.

2.142. Раскладзіце на множнікі, калі гэта магчыма, квадратны трохчлен:

а) $x^2 - x - 30$; б) $x^2 - 6x + 8$; в) $2x^2 + 7x - 4$;
г) $3x^2 - 5x - 2$; д) $2x^2 + x - 3$; е) $-x^2 - x + 42$;
ж) $5x^2 - 8x - 13$; з) $-3x^2 - 7x + 6$; і) $x^2 - 6x + 9$;
к) $x^2 - x - 6$; л) $4x^2 + 4x + 1$; м) $-8x^2 + 9x - 1$.

2.143. Запішыце квадратны трохчлен у выглядзе здабытку двух двухчленаў:

а) $6x^2 - x - 1$; б) $12x^2 - 5x - 2$;
в) $-8x^2 + 2x + 1$; г) $-18x^2 + 21x + 4$.

2.144. Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 - 2x - 1$; б) $x^2 + 4x - 2$; в) $2x^2 + 5x - 1$.

2.145. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $9x + 14 + x^2$; б) $3 - 4x^2 - 11x$;
в) $7x - 6 + 3x^2$; г) $10x - 25x^2 - 1$.

2.146. Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 - 3x + 2$; б) $5x^2 - 15x + 10$;
в) $2x^2 - 6x + 4$; г) $-0{,}5x^2 + 1{,}5x - 1$;
д) $\frac{1}{4}x^2 - x - 15$; е) $-\frac{2}{3}x^2 - 3x + 6$.

2.147. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $x^3 - 7x^2 - 18x$; б) $2x^3 + 5x^2 - 3x$;
в) $-x^3 - x^2 + 12x$; г) $-16x^3 + 8x^2 - x$;
д) $x^4 - 6x^3 + 8x^2$; е) $7x^4 + 8x^3 + x^2$;
ж) $-12x^4 + 7x^3 - x^2$; з) $9x^4 - 30x^3 + 25x^2$.

2.148. Знайдзіце значэнне a, пры якім раскладанне на множнікі квадратнага трохчлена:

а) $2x^2 - 5x + a$ змяшчае множнік $(x - 2)$;
б) $3x^2 + 7x - a$ змяшчае множнік $(3x - 2)$.

2.149*. Раскладзіце на множнікі:

а) $x^2(x + 1) + 4x(x + 1) - 12(x + 1)$;
б) $4x^2(x^2 - 25) - 5x(x^2 - 25) + (x^2 - 25)$.

2.150*. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $8x^2 - 6xy + y^2$; б) $6x^2 - 5xy - 6y^2$.

2.151. Выберыце квадратныя трохчлены, якія маюць карані, і знайдзіце карані гэтых квадратных трохчленаў:

а) $3x^2 - 10x + 3$; б) $x^2 - 8x + 12$;

в) $25x^2 - 10x + 1$; г) $-x^2 + 3x - 8$.

2.152. Раскладзіце на множнікі, калі гэта магчыма, квадратны трохчлен:

а) $x^2 + x - 20$; б) $x^2 - 7x + 10$; в) $2x^2 + 3x - 5$;

г) $3x^2 - 2x - 1$; д) $3x^2 + x - 2$; е) $-x^2 - 2x + 35$;

ж) $-4x^2 + 5x - 1$; з) $x^2 + 8x + 16$; і) $3x^2 + 11x - 14$;

к) $4x^2 - 12x + 9$; л) $x^2 + 2x + 9$; м) $-2x^2 - 5x - 11$.

2.153. Запішыце квадратны трохчлен у выглядзе здабытку двух двухчленаў:

а) $6x^2 - x - 12$; б) $-12x^2 + x + 1$.

2.154. Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 + 2x - 1$; б) $x^2 - 4x - 2$; в) $3x^2 - 2x - 4$.

2.155. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $14x + 40 + x^2$; б) $2 + 3x^2 - 7x$;

в) $3 - 11x + 6x^2$; г) $12x + 36x^2 + 1$.

2.156. Раскладзіце на множнікі мнагачлен:

а) $x^3 + x^2 - 12x$; б) $-3x^3 + 14x^2 - 8x$;

в) $2x^4 - 7x^3 - 4x^2$; г) $-36x^4 + 12x^3 - x^2$.

2.157*. Раскладзіце на множнікі

$$x^2(x^2 + 3) - 3x(x^2 + 3) - 10(x^2 + 3).$$

2.158*. Запішыце ў выглядзе здабытку $3x^2 - 14xy + 8y^2$.

2.159. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$; б) $\frac{6}{(2\sqrt{3})^2}$.

2.160. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}3y = 8, \\ 1{,}2x - 0{,}5y = 7. \end{cases}$

2.161. Рашыце няроўнасць $(x - 6)^2 + 4x \geqslant (x - 4)^2$.

2.162. Запішыце ў выглядзе ступені з асновай 10 выраз $10\,000^3 : 0{,}01^{-5}$.

2.163. Пабудуйце графік функцыі $y = -x + 4$ і знайдзіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) нуль функцыі; г) значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі дадатныя.

2.164. Фірма, якая спецыялізуецца на ўнутраным адстройванні будынкаў, атрымала тэрміновы заказ. Адна брыгада фірмы можа выканаць гэты заказ за 12 дзён, а другая — за 8 дзён. Ці зможа фірма выканаць заказ за 5 дзён без прыцягнення дадатковых супрацоўнікаў, калі абедзве брыгады будуць працаваць разам?

§ 11. Рашэнне тэкставых задач пры дапамозе квадратных ураўненняў

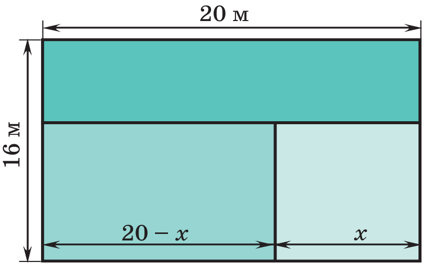
2.165. У атэлье была распрацавана новая мадэль касцюма. На яго пашыў ідзе на 0,3 м больш матэрыялу, чым на пашыў касцюма ранейшай мадэлі. Вядома, што для 8 касцюмаў новай мадэлі спатрэбілася столькі ж матэрыялу, колькі для 9 касцюмаў ранейшай мадэлі. Колькі метраў матэрыялу ідзе на пашыў аднаго касцюма новай мадэлі?

2.166. Колькі працэнтаў складаюць 3-пакаёвыя кватэры ад колькасці ўсіх кватэр у доме, калі колькасць 3-пакаёвых кватэр меншая за колькасць усіх астатніх на 20 %?

Разгледзім задачу. Спартыўная зала памерамі 16 × 20 м падзелена на тры часткі: два прамавугольнікі і квадрат (рыс. 36). Чаму роўна даўжыня стараны квадрата, калі яго плошча на 18 м^2 меншая за плошчу прамавугольніка, які мае з ім агульную старану?

Рашэнне. Абазначым даўжыню стараны квадрата праз x, тады яго плошча роўна x^2. Даўжыні старон прамавугольніка роўны x і $20 - x$, а яго плошча складае $x(20 - x)$, тады $x^2 = x(20 - x) - 18$. Выканаем пераўтварэнні і атрымаем: $2x^2 - 20x + 18 = 0$; $x^2 - 10x + 9 = 0$. Квадратнае ўраўненне $x^2 - 10x + 9 = 0$ мае карані 9 і 1. Значыць, старана квадрата можа быць роўна або 1 м, або 9 м.

Адказ: 1 м або 9 м.



Рыс. 36

Для рашэння задач пры дапамозе квадратных ураўненняў можна выканаць наступную паслядоўнасць дзеянняў:

① Высветліць, аб якіх велічынях у задачы ідзе гаворка.

② Вызначыць вядомыя і невядомыя значэнні велічынь і залежнасці паміж імі.

③ Адну з невядомых велічынь абазначыць праз x, а астатнія велічыні выразіць праз x і залежнасці паміж велічынямі.

④ Скласці ўраўненне ў адпаведнасці з залежнасцямі паміж велічынямі.

⑤ Рашыць ураўненне і запісаць адказ у адпаведнасці з сэнсам задачы.

Рашэнне тэкставых задач пры дапамозе квадратных ураўненняў	
У турніры па міні-футболе было разыграна 42 ачкі. Колькі каманд удзельнічала ў турніры, калі кожная каманда згуляла з кожнай па адным разе? За перамогу даецца 2 ачкі, за нічыю — 1, за паражэнне — 0.	① У задачы гаворка ідзе аб колькасці разыграных ачкоў у турніры, колькасці каманд-удзельніц турніру і колькасці ачкоў, прысуджаемых за перамогу і нічыю. ② Вядомыя велічыні: колькасць разыграных ачкоў і ачкоў, разыграных у адной гульні. Невядомыя велічыні: колькасць каманд. Вядомыя залежнасці: паміж колькасцю каманд і колькасцю разыграных ачкоў. ③ Абазначым колькасць каманд-удзельніц турніру праз x. Паколькі кожная каманда правяла з кожнай па адной гульні, то кожная каманда згуляла $(x-1)$ гульню, усяго згуляна гульняў $\frac{x(x-1)}{2}$.

	У кожнай гульні разыгрываюцца два ачкі, значыць, усяго ў турніры разыгрываецца $\frac{x(x-1)}{2}\cdot 2 = x(x-1)$ ачкі. ④ Па ўмове разыграна 42 ачкі. Атрымаем ураўненне $x(x-1)=42$. Выканаем неабходныя пераўтварэнні і атрымаем квадратнае ўраўненне $x^2-x-42=0$. Яно мае карані 7 і –6. Умове задачы адпавядае лік 7. *Адказ*: 7 каманд.
Фермер атрымаў крэдыт у банку пад пэўны гадавы працэнт. Праз два гады трэба было вярнуць суму, роўную 1,44 сумы крэдыту. Які гадавы працэнт па крэдыце ў гэтым банку?	① У задачы гаворка ідзе аб суме крэдыту, гадавым працэнце, аб суме, якую трэба вярнуць праз два гады. ② Невядомы гадавы працэнт, сума крэдыту. Вядома залежнасць паміж першапачатковай сумай і сумай, якую трэба вярнуць праз два гады. ③ Абазначым праз x гадавы працэнт. Праз год трэба вярнуць першапачатковую суму і працэнты, г. зн. $A + A\cdot\frac{x}{100} = A\left(1+\frac{x}{100}\right)$, дзе A — першапачатковая сума крэдыту. Праз два гады сума, якую трэба вярнуць, складзе: $A\left(1+\frac{x}{100}\right) + A\left(1+\frac{x}{100}\right)\frac{x}{100} =$ $= A\left(1+\frac{x}{100}\right)^2.$

④ Па ўмове задачы вядома, што праз два гады трэба было вярнуць суму, роўную 1,44 сумы крэдыту, значыць, $A\left(1+\frac{x}{100}\right)^2 = 1{,}44A.$

Паколькі $A \neq 0$, то падзелім абедзве часткі ўраўнення на A, атрымаем $\left(1+\frac{x}{100}\right)^2 = 1{,}44.$

⑤ Рэшым атрыманае квадратнае ўраўненне:

$$\left[\begin{array}{l} 1+\frac{x}{100} = 1{,}2; \\ 1+\frac{x}{100} = -1{,}2. \end{array}\right.$$

Умове задачы адпавядае толькі 1,2, значыць, $1+\frac{x}{100} = 1{,}2$; $\frac{x}{100} = 0{,}2$; $x = 20\ \%$.

Адказ: 20 %.

Пры рашэнні квадратнага ўраўнення, складзенага па ўмове задачы, атрымалі два карані. Ці правільна, што: а) у задачы будзе два адказы; б) адзін з каранёў не будзе адпавядаць умове задачы; в) задача можа не мець рашэнняў?

2.167. Знайдзіце два дадатныя лікі, адзін з якіх у 5 разоў большы за другі, калі іх здабытак роўны 45.

2.168. Знайдзіце два дадатныя лікі, адзін з якіх на 2 большы за другі, калі іх здабытак роўны 99.

2.169. Знайдзіце дадатны лік, які на:

а) 56 меншы за яго квадрат;

б) 15 меншы за яго падвоены квадрат.

2.170. Знайдзіце два лікі, калі:

а) іх сума роўна 21, а іх здабытак роўны 98;

б) іх рознасць роўна 4, а іх здабытак роўны 96;

в) іх рознасць роўна 3, а сума іх квадратаў роўна 65.

2.171. Ці хопіць 80 м сеткі, каб абгарадзіць у заапарку прамавугольную вальеру для жывёл, адна старана якой на 5 м меншая за другую, калі яе плошча роўна 300 м^2?

2.172. Спартыўная пляцоўка мае форму прамавугольніка плошчай 2400 $м^2$, адна старана якога на 20 м большая за другую. Па перыметры пляцоўка ўпрыгожана рознакаляровымі сцяжкамі, размешчанымі на адлегласці 2 м адзін ад аднаго. Знайдзіце колькасць сцяжкоў.

2.173. Для размяшчэння гандлёвага абсталявання фірме неабходна арандаваць памяшканне плошчай 165 $м^2$, даўжыня якога на 4 м большая за шырыню. У буйным гандлёвым цэнтры здаецца ў арэнду памяшканне памерамі 10×20 м. Ці змесціцца гандлёвае абсталяванне фірмы ў гэтым памяшканні?

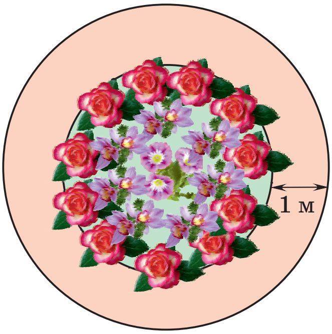
2.174. Плошча дачнага ўчастка прамавугольнай формы роўна 800 $м^2$, а яго перыметр — 120 м. Уздоўж адной з меншых старон участка высаджаны кусты парэчак на адлегласці 1 м адзін ад аднаго (рыс. 37). На які ўраджай можна разлічваць, калі ўраджайнасць аднаго куста парэчак складае ў сярэднім 5 кг?

Рыс. 37

2.175. Кампанія па вытворчасці мэблі святкуе сваё дваццацігоддзе. Дзякуючы эфектыўнай палітыцы кіравання кампанія адкрыла сетку мэблевых крам у розных гарадах. У сувязі з юбілеем дырэктар кожнай крамы адпраўляе віншавальны электронны ліст калектывам усіх астатніх крам сеткі. Усяго было адпраўлена 650 электронных віншаванняў. Колькі крам у гандлёвай сетцы?

2.176. Пасля заканчэння спаборніцтваў па інтэлектуальным мнагаборстве ўсе каманды абмяняліся адна з адной памятнымі падарункамі. Колькі каманд прынялі ўдзел у мнагаборстве, калі колькасць падарункаў аказалася роўнай 182?

2.177. У перыяд міжнародных вучэнняў валанцёраў Чырвонага Крыжа было арганізавана некалькі палявых лагераў, кожны з якіх меў лінію сувязі з усімі астатнімі. Колькі палявых лагераў было арганізавана, калі колькасць ліній сувязі роўна 15?



Рыс. 38

2.178. Вакол клумбы ёсць дарожка шырынёй 1 м (рыс. 38). Знайдзіце радыус клумбы, калі плошча дарожкі на 25 % большая за плошчу клумбы.

2.179. Плошчы дзвюх гандлёвых зал крамы роўныя. Першая гандлёвая зала мае форму прамавугольніка, шырыня якога на 11 м меншая за даўжыню. Даўжыня другой залы роўна 10 м, а шырыня на 2 м большая за шырыню першай залы. Знайдзіце агульную плошчу абедзвюх гандлёвых зал крамы.

2.180. Абліцовачная плітка мае форму квадрата. Калі ад пліткі адрэзалі палосу шырынёй 5 см, яе плошча стала роўна 150 $см^2$. Знайдзіце першапачатковыя памеры пліткі.

2.181. Для шклення будынка выкарыстоўваюць квадратныя лісты шкла. Пасля таго як ад квадратнага ліста шкла адрэзалі прамавугольную палосу шырынёй 2 м, плошча ліста склала 24 $м^2$. Знайдзіце першапачатковую плошчу ліста і працэнт атрыманых адходаў.

2.182. Па праекце добраўпарадкавання новага раёна горада ў кожным двары павінна быць зроблена дзіцячая пляцоўка, якая мае форму прамавугольніка са старанамі 10 м і 14 м. Пляцоўка павінна быць абкружана дарожкай пастаяннай шырыні, плошча якой роўна 256 $м^2$. Знайдзіце шырыню дарожкі.

2.183. Рэкламны шчыт мае форму прамавугольніка са старанамі 2 м і 1,5 м. У цэнтры рэкламнага шчыта вылучаны такі прамавугольнік, што адлегласць паміж старанамі двух прамавугольнікаў усюды аднолькавая. Плошча атрыманай па краях шчыта рамкі на 0,52 $м^2$ меншая за плошчу меншага прамавугольніка. Знайдзіце шырыню рамкі і яе плошчу.

2.184. Паклаўшы ў банк 500 р., укладчык праз два гады атрымаў 540,8 р. Які працэнт налічваў банк штогод?

2.185. Насельніцтва горада за 2 гады павялічылася з 20 000 да 22 050 чалавек. Знайдзіце сярэдні штогадовы працэнт росту насельніцтва гэтага горада.

2.186. Здабытак двух паслядоўных натуральных лікаў большы за іх суму на 239. Знайдзіце гэтыя лікі.

2.187. Знайдзіце тры паслядоўныя цэлыя лікі, сума квадратаў якіх роўна 509.

2.188. Здабытак двух паслядоўных цотных натуральных лікаў на 41 большы за іх сярэдняе арыфметычнае. Знайдзіце гэтыя лікі.

2.189. Квадрат сумы двух паслядоўных натуральных лікаў большы за суму іх квадратаў на 144. Знайдзіце гэтыя лікі.

2.190*. Уладальнік аптовага склада купляе тавар па 8 р. і прадае яго краме, павысіўшы цану на некаторы лік працэнтаў. Магазін, купіўшы тавар на аптовым складзе, рэалізуе яго, павысіўшы цану на лік працэнтаў, у 1,5 раза большы, чым аптовы склад. У выніку тавар у краме каштуе 12 р. 48 к. На колькі працэнтаў павялічвае цану аптовы склад?

2.191*. На прадпрыемстве зарплату павышалі двойчы. Першы раз на x %, а другі раз — на $(2x)$ %. Пасля двух павышэнняў зарплата павялічылася ў $1\frac{7}{8}$ раза. Знайдзіце, на колькі працэнтаў павысілі зарплату першы раз.

2.192*. Рашыце задачу Бхаскары (знакаміты індыйскі матэматык XII ст.).

Аднойчы малпаў жвавых зграя,
Уволю пад'еўшы, забаўлялася.
Іх восьмая частка ў квадраце
На палянцы пацяшалася.
А дванаццаць па ліянах
Скакалі непаслухмяна.
Колькі малпаў было ў зграі,
Падлічы старанна.

2.193. Знайдзіце два дадатныя лікі, адзін з якіх у тры разы меншы за другі, калі іх здабытак роўны 27.

2.194. Знайдзіце два дадатныя лікі, адзін з якіх на 1 меншы за другі, калі іх здабытак роўны 42.

2.195. Знайдзіце дадатны лік, які на:

а) 72 меншы за яго квадрат;

б) 14 меншы за яго патроены квадрат.

2.196. Знайдзіце два лікі, калі:

а) іх сума роўна 9, а іх здабытак роўны 14;

б) іх рознасць роўна 1, а іх здабытак роўны 56;

в) іх сума роўна 15, а сума іх квадратаў роўна 113.

2.197. Фермеру неабходна абгарадзіць сеткай прамавугольны ўчастак зямлі, адна старана якога на 10 м меншая за другую, а плошча роўна 600 $м^2$. У продажы ёсць маткі сеткі даўжынёй 30 м, 35 м і 55 м. Выберыце аптымальны варыянт куплі, калі 1 м сеткі каштуе аднолькава для кожнага з трох маткоў.

2.198. Для вырабу рэкламнага буклета патрабуецца аркуш паперы плошчай 300 $см^2$, адна старана якога на 5 см большая за другую. Ці можна размясціць рэкламны буклет на аркушы паперы фармату А5, які мае памеры 148 × 210 мм?

2.199. Прамавугольны ўчастак зямлі плошчай 4 а абгароджаны плотам даўжынёй 100 м. Знайдзіце памеры ўчастка. Якія памеры мае ўчастак такой жа плошчы, даўжыня агароджы якога складае 82 м? На якім з гэтых участкаў можна размясціць будынак памерамі 12 × 15 м?

2.200. Падчас правядзення трэнінгу па развіцці камунікацыйных навыкаў кожны ўдзельнік трэнінгу павінен быў сказаць камплімент кожнаму з астатніх удзельнікаў. Усяго было сказана 110 кампліментаў. Колькі чалавек прынялі ўдзел у трэнінгу?

2.201. У турніры па шашках кожны ўдзельнік згуляў з кожным па адной партыі. Усяго было згуляна 120 партый. Колькі чалавек прынялі ўдзел у турніры?

2.202. Спартыўны клуб арандуе трэнажорную залу і залу для заняткаў акрабатыкай. Трэнажорная зала мае форму прамавугольніка, даўжыня якога на 6 м большая за яго шырыню. Даўжыня залы для заняткаў акрабатыкай на 9 м, а шырыня — на 12 м большая за даўжыню і шырыню трэнажорнай залы адпаведна, а яе плошча ў тры разы большая за плошчу трэнажорнай залы. Знайдзіце памеры і плошчу трэнажорнай залы.

2.203. Пры раскроі тканіны для штор ад прамавугольнага палатна даўжынёй 40 дм адрэзалі квадрат, старана якога роўна шырыні палатна. Плошча прамавугольнага палатна, што засталося, роўна 375 $дм^2$. Знайдзіце шырыню палатна, калі вядома, што яна не перавышае 20 дм.

2.204. На адной і той жа адлегласці ад сцен пакоя прамавугольнай формы плошчай 24 м^2 знаходзіцца дыван памерамі 3×5 м. У пакоі ўздоўж адной са сцен плануюць паставіць шафу памерамі $60 \times 120 \times 200$ см так, каб не закрануць дыван. Ці можна гэта зрабіць?

2.205. Паклаўшы ў банк 400 р., укладчык праз два гады атрымаў 441 р. Які працэнт налічваў банк штогадова?

2.206. Знайдзіце два паслядоўныя цэлыя лікі, сума квадратаў якіх роўна 545.

2.207. Знайдзіце тры паслядоўныя цэлыя лікі, сума квадратаў якіх роўна 434.

2.208*. Некаторы тавар каштаваў 250 р. Пасля таго як цана была зніжана двойчы, ён стаў каштаваць 120 р. Пры гэтым працэнт зніжэння ў другі раз быў у два разы меншы, чым у першы. На колькі працэнтаў знізілася цана тавару ў першы раз?

2.209. Вылічыце:

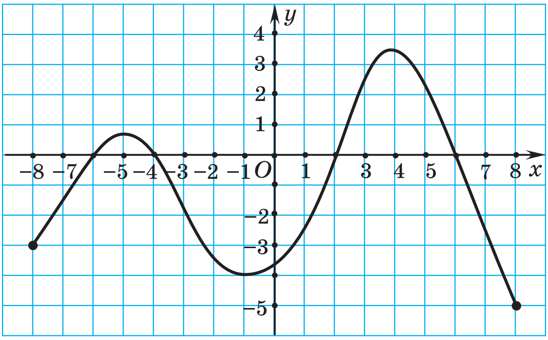
а) $-5\frac{1}{3}-(-4,5)$; б) $-1,5+5,19$;

в) $(-0,3)^2$; г) $10,01 : (-1,3)$.

2.210. Запішыце ў стандартным выглядзе лік $a = 0,00089 \cdot 10^{11}$ і знайдзіце парадак ліку:

а) $a \cdot 10^{15}$; б) $0,000001 \cdot a$; в) $0,01 \cdot a^2$.

2.211. Па графіку функцыі, паказаным на рысунку 39, знайдзіце:



Рыс. 39

а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) нулі функцыі; г) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні.

2.212. Вылічыце: $(2\sqrt{3}-1)(3\sqrt{3}+5)-7\sqrt{3}$.

2.213. Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} 3x-2<1{,}5x+1, \\ 4-2x \geqslant x-2. \end{cases}$

2.214. Пераўтварыце ў мнагачлен выраз

$$(-2a-3b)^2-(9b-7a)b.$$

2.215. Даўжыня кроку першакласніка роўна 0,4 м. Ён праходзіць шлях ад дома да школы, робячы 750 крокаў. Даўжыня кроку васьмікласніка на 50 % большая за даўжыню кроку першакласніка. Колькі крокаў зробіць васьмікласнік, прайшоўшы той жа шлях?

§ 12. Рашэнне цэлых рацыянальных ураўненняў, якія зводзяцца да квадратных ураўненняў

2.216. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} y=2x-1, \\ 4x+2y=14. \end{cases}$

2.217. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2-5x=0$; б) $x^3-4x^2=0$.

Вялікая колькасць матэматычных задач зводзіцца да рашэння розных ураўненняў. Некаторыя з ураўненняў вы ўжо навучыліся рашаць па правілах, формулах, алгарытмах. Сярод метадаў рашэння ураўненняў адным з асноўных з'яўляецца метад звядзення аднаго ўраўнення да другога, спосаб рашэння якога вядомы. Такім метадам з'яўляецца **метад замены зменнай.**

Рэшым, напрыклад, ураўненне $2x^4+15x^2-8=0$. Запішам x^4 у выглядзе $(x^2)^2$ і абазначым x^2 праз t (увядзём новую зменную). Тады дадзенае ўраўненне прыме выгляд $2t^2+15t-8=0$. Рэшым атрыманае квадратнае ўраўненне: $D=289$, $\left[\begin{array}{l} t=-8, \\ t=\frac{1}{2}. \end{array}\right.$

Падставім знойдзеныя значэнні t у роўнасць $t=x^2$ і атрымаем $\left[\begin{array}{l} x^2=-8, \\ x^2=\frac{1}{2}. \end{array}\right.$ Першае ўраўненне сукупнасці не мае каранёў, карані другога ўраўнення $\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{\sqrt{2}}, \\ x=-\frac{1}{\sqrt{2}}. \end{array}\right.$

Адказ: $-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ураўненне $2x^4+15x^2-8=0$, якое мы рашылі, адносіцца да біквадратных.

Ураўненне выгляду $ax^4+bx^2+c=0$, дзе $a\neq 0$, называецца біквадратным.

Біквадратныя ўраўненні адносяцца да цэлых рацыянальных ураўненняў.

Цэлымі рацыянальнымі ўраўненнямі называюцца ўраўненні, у якіх у левай і правай частках — толькі мнагачлены.

Напрыклад, ураўненні $x^3-4x=(x-6)^2+7$; $5x^4=144$ з'яўляюцца цэлымі рацыянальнымі.

Рашэнне ўраўненняў метадам замены зменнай	
Рашыце ўраўненне $(x-2)^2-5(x-2)+6=0.$	*Першы спосаб.* Выканаем тоесныя пераўтварэнні: $x^2-4x+4-5x+10+6=0;$ $x^2-9x+20=0.$ Рэшым атрыманае квадратнае ўраўненне: $D=81-80=1;\ x_1=5,\ x_2=4.$ *Адказ*: 4; 5. *Другі спосаб* (метадам замены зменнай). Абазначым двухчлен $(x-2)$ праз t, г. зн. $t=x-2$. Выканаем падстаноўку ва ўраўненне і атрымаем $t^2-5t+6=0$. Рэшым квадратнае ўраўненне: $D=25-24=1;\ \left[\begin{array}{l} t=2, \\ t=3. \end{array}\right.$ Падставім значэнні t і знойдзем x: $\left[\begin{array}{l} x-2=2, \\ x-2=3; \end{array}\right.\ \left[\begin{array}{l} x=4, \\ x=5. \end{array}\right.$ *Адказ*: 4; 5.

Рашыце ўраўненне: а) $2(x^2 - x)^2 - 5(x^2 - x) - 3 = 0;$ б) $4x^2 - 7\lvert x\rvert + 3 = 0.$	а) Для рашэння гэтага ўраўнення рацыянальна выкарыстаць метад замены зменнай. Няхай $x^2 - x = t$, тады ўраўненне прыме выгляд $2t^2 - 5t - 3 = 0$. Рэшым квадратнае ўраўненне: $D = 25 + 24 = 49;$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{5+7}{4} = 3, \\ t = \frac{5-7}{4} = -\frac{1}{2}. \end{array}\right.$ Падставім значэнні t: $\left[\begin{array}{l} x^2 - x = 3, \\ x^2 - x = -\frac{1}{2}; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2 - x - 3 = 0, \\ x^2 - x + \frac{1}{2} = 0. \end{array}\right.$ Рэшым першае ўраўненне сукупнасці: $D = 1 + 12 = 13;$ $x_1 = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$. Другое ўраўненне сукупнасці каранёў не мае, паколькі $D = 1 - 2 = -1 < 0$. *Адказ:* $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$; $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$. б) Паколькі $x^2 = \lvert x\rvert^2$, то абазначым $\lvert x\rvert = t$ і выканаем замену зменнай: $4t^2 - 7t + 3 = 0$. Знойдзем карані атрыманага ўраўнення: $D = 49 - 48 = 1;$ $\left[\begin{array}{l} t = 1, \\ t = \frac{3}{4}. \end{array}\right.$

	Падставім значэнні t і атрымаем $\left[\begin{array}{l}|x| = 1,\\ |x| = \frac{3}{4}.\end{array}\right.$ Адкуль $x = 1; -1; 0,75; -0,75.$ *Адказ*: –1; –0,75; 0,75; 1.

1. Якія з наступных ураўненняў з'яўляюцца біквадратнымі:

а) $x^4 - 3x^2 + 1 = 0;$ б) $x^4 - 3x - 1 = 0;$

в) $x^4 + 8 = 0;$ г) $x^4 + 7x^2 = 0?$

2. Якія з наступных ураўненняў з'яўляюцца цэлымі рацыянальнымі:

а) $2x + 9 = 0;$ б) $x^2 - 9x + 7 = 0;$

в) $\frac{2x - 4}{x^2} = 8;$ г) $\frac{4x^2 - 6x}{2x^2 + 1} = 0?$

2.218. Выканайце замену зменнай і рашыце біквадратнае ўраўненне:

а) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0;$ б) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0;$

в) $x^4 - 15x^2 - 16 = 0;$ г) $x^4 - 7x^2 + 6 = 0;$

д) $x^4 - 14x^2 + 45 = 0;$ е) $9x^4 - 13x^2 + 4 = 0;$

ж) $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0;$ з) $8x^4 - 19x^2 + 6 = 0.$

2.219. Рашыце ўраўненне двума спосабамі:

а) $(x - 2)^2 - 4(x - 2) - 5 = 0;$

б) $(x^2 + 3)^2 - 11(x^2 + 3) + 28 = 0.$

2.220. Рашыце ўраўненне:

а) $(x - 5)^4 - 3(x - 5)^2 - 4 = 0;$

б) $(3x + 2)^4 - 10(3x + 2)^2 + 9 = 0;$

в) $(8x - 1)^4 + 5(8x - 1)^2 + 4 = 0;$

г) $(x - 7)^4 + 2(x - 7)^2 - 8 = 0.$

2.221. Пры дапамозе замены зменнай рашыце ўраўненне:

а) $(x^2 - 4x)^2 + 7(x^2 - 4x) + 12 = 0;$

б) $(x^2 + 6x)^2 + 5(x^2 + 6x) - 24 = 0;$

в) $(x^2 - x - 1)^2 - 10(x^2 - x - 1) + 9 = 0;$

г) $(x^2 - 4x + 3)^2 + 6(x^2 - 4x + 3) - 7 = 0.$

2.222. Рашыце ўраўненне:

а) $(x^2-4x)^2+8x^2-32x+15=0$;

б) $(x^2+3x)^2-14x^2-42x+40=0$;

в) $(x^2-7x+11)^2-3x^2+21x-37=0$;

г) $(x^2-2x-14)^2+4x^2-8x-61=0$.

2.223. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $(2x^2-5x)(2x^2-5x-4)=21$;

б) $(x^2-3x-5)(x^2-3x+1)=-5$;

в) $(x^2+4x-1)(x^2+4x+3)=12$;

г) $(x^2-5x+2)(x^2-5x-1)-28=0$.

2.224. Рашыце ўраўненне:

а) $(x-2)(x+1)(x+2)(x+5)+20=0$;

б) $x(x+3)(x+5)(x+8)=100$.

2.225. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $(x^2+2x)^2-4(x+1)^2+7=0$;

б) $(x^2-6x)^2-2(x-3)^2=81$.

2.226. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $x^2-3|x|+2=0$;

б) $6x^2-5|x|-1=0$;

в) $(x-3)^2+7|x-3|-8=0$;

г) $(3x+1)^2-2|3x+1|-15=0$.

2.227. Рашыце ўраўненне:

а) $(3x^2+7)(x^2-3)-(x^2-5)(x^2+5)=x^4+3x^2$;

б) $(2x^2-9)(x^2+2)-(x^2-3)(x^2+3)=5x^2-18$.

2.228*. Рашыце ўраўненне:

а) $x^4-4x^2(x-6)-5(x-6)^2=0$;

б) $(x+2)^4-3x^2(x+2)^2-4x^4=0$.

2.229. Рашыце біквадратнае ўраўненне:

а) $x^4-5x^2+4=0$;

б) $9x^4-10x^2+1=0$;

в) $7x^4-6x^2-1=0$;

г) $3x^4-13x^2+4=0$.

2.230. Рашыце ўраўненне двума спосабамі:

а) $(x+1)^2-2(x+1)+1=0$;

б) $(x^2-4)^2-2(x^2-4)-15=0$.

2.231. Рашыце ўраўненне:

а) $(x+3)^4-8(x+3)^2-9=0;$

б) $(2x-3)^4-5(2x-3)^2+4=0.$

2.232. Пры дапамозе замены зменнай рашыце ўраўненне:

а) $(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0;$

б) $(x^2-6x)^2+(x^2-6x)-56=0.$

2.233. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $(x^2+x)(x^2+x-7)=60;$

б) $(x^2-3x+1)(x^2-3x+3)=3;$

в) $(x^2+2x+1)(x^2+2x+4)=10;$

г) $(x^2+3x+1)(x^2+3x+3)+1=0.$

2.234. Рашыце ўраўненне:

а) $x(x+1)(x+2)(x+3)=24;$

б) $(x-3)(x-1)(x-5)(x-7)=-16.$

2.235. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $(x^2+2x)^2-(x+1)^2=55;$ б) $(x^2-4x)^2-(x-2)^2=16.$

2.236. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне:

а) $x^2-10|x|+9=0;$ б) $2x^2+3|x|-2=0.$

* * *

2.237. З дадзеных роўнасцей выберыце ўсе правільныя роўнасці:

а) $1{,}064-0{,}43=0{,}634;$ б) $5{,}6:(0{,}76-0{,}48)=20;$

в) $5{,}45:0{,}5=10{,}9;$ г) $3{,}6:(2{,}87-2{,}75)=3;$

д) $2{,}418+60{,}64\cdot10^{-1}=8{,}482.$

2.238. Вядома, што першая касмічная скорасць роўна $7{,}9\cdot10^3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, другая — $1{,}12\cdot10^4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а трэцяя — $1{,}667\cdot10^4\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Выразіце гэтыя скорасці ў кіламетрах у секунду і запішыце атрыманыя вынікі ў стандартным выглядзе.

2.239. Знайдзіце найменшае значэнне выразу:

а) $(x-4)^2+3;$ б) $(3x-1)^2-8;$

в) $2(x-6)^2+1;$ г) $9(x+5)^2-6.$

2.240. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае сэнс выраз:

а) $x^2+4x+5;$ б) $(2x-4):(x^2-9);$

в) $(2x-4):(x^2+6);$ г) $(3x+8):(x^2-x).$

2.241. Для функцыі $f(x) = -\frac{x}{3} + 5$ знайдзіце:

а) нуль функцыі; б) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні.

2.242. Спрасціце выраз:

а) $(\sqrt{10} + 8)(\sqrt{10} - 8)$; б) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2$.

2.243. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} \frac{3x - 7}{4} - \frac{2y - 3}{5} = 1, \\ \frac{2x - y}{2} - 1 = y - 2. \end{cases}$

2.244. Гарантаваны штомесячны заробак рэкламнага агента — 300 р. Кожны знойдзены агентам кліент прыносіць яму дадатковы даход, які складае 5 % ад сумы дагавора. Фірма, у якой працуе агент, заключае дагаворы толькі на сумы, не меншыя за 250 р. Высветліце, на якую суму ў месяц трэба заключыць дагавораў агенту, каб яго заробак склаў не менш за 800 р. Колькі кліентаў, якія заключылі дагавор на 250 р., трэба знайсці агенту, каб зарабіць за месяц 850 р.?

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- ведаць азначэнне квадратнага ўраўнення і ўмець адрозніваць яго віды;
- умець рашаць няпоўныя квадратныя ўраўненні;
- умець вызначаць колькасць каранёў квадратнага ўраўнення па яго дыскрымінанце;
- ведаць і ўмець выкарыстоўваць формулы каранёў квадратнага ўраўнення для рашэння квадратных ураўненняў;
- ведаць тэарэмы Віета (прамую і адваротную);
- умець выкарыстоўваць тэарэму Віета і адваротную ёй пры рашэнні задач;
- ведаць і ўмець выкарыстоўваць формулу раскладання квадратнага трохчлена на множнікі;
- умець рашаць цэлыя рацыянальныя ўраўненні, выкарыстоўваючы метад замены зменнай;
- умець рашаць задачы пры дапамозе квадратных ураўненняў.

Я правяраю свае веды

1. Выкарыстаўшы азначэнне квадратнага ўраўнення, сярод дадзеных ураўненняў выберыце квадратныя і вызначыце іх каэфіцыенты:

а) $7x^2 - 6x + 3 = 0$; б) $2x^2 - x - 5 = 0$;
в) $3x^2 - 8 = 0$; г) $x^2 - 6x = 0$;
д) $7x + 9 = 0$; е) $x^3 + 2x^2 + 15 = 0$.

Ці ёсць сярод выбраных квадратных ураўненняў няпоўныя квадратныя?

2. Знайдзіце дыскрымінант квадратнага ўраўнення і вызначыце колькасць яго каранёў:

а) $5x^2 + 3x - 1 = 0$; б) $x^2 - 2x + 6 = 0$;
в) $9x^2 - 6x + 1 = 0$; г) $x^2 - x - 3 = 0$.

3. Рашыце ўраўненне:

а) $x^2 - 4 = 0$; б) $x^2 - 2 = 0$; в) $10x^2 + 5x = 0$;
г) $3x^2 + 1 = 0$; д) $x^2 - 10x + 25 = 0$; е) $x^2 + x - 6 = 0$;
ж) $5x^2 + 8x - 4 = 0$.

4. Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 + 9x + 20$; б) $-x^2 + 4x - 3$;
в) $2x^2 - 3x - 2$; г) $25x^2 + 10x + 1$.

5. Знайдзіце, пры якім значэнні зменнай рознасць значэнняў выразаў $\frac{x^2+1}{5}$ і $\frac{x}{2}$ роўна нулю.

6. Спартыўны клуб арандуе дзве залы. Адна з іх мае форму квадрата, а другая — прамавугольніка, даўжыня якога на 5 м, а шырыня на 3 м большая за старану квадрата. Вядома, што плошча адной залы ў 1,6 раза меншая за плошчу другой. Знайдзіце, колькі метраў столевага плінтуса неабходна набыць для рамонту дзвюх зал, ведаючы, што да разліковай колькасці трэба дадаць 10 % плінтуса, які ідзе ў адходы.

7. Знайдзіце значэнне выразу $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)$, калі x_1 і x_2 — карані ўраўнення $4x^2 - 6x - 1 = 0$.

8. Рашыце ўраўненне, выкарыстаўшы метад замены зменнай:

а) $x^4 - 11x^2 + 10 = 0$; б) $(x^2 - 5x)^2 - 5(x^2 - 5x) - 6 = 0$;
в) $(2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 4) + 2 = 0$;
г) $(x^2 - 2x)^2 - 7(x - 1)^2 - 1 = 0$.

9. Банкі A і B штогод павялічваюць на адну і тую ж колькасць працэнтаў суму ўкладу, якая ёсць на момант налічэння працэнтаў. У якім банку больш выгадна размясціць уклад, калі ў банку A за два гады ўклад узрастае з 2000 р. да 2420 р., а ў банку B за два гады ўклад у 5000 р. узрастае да 5832 р.?

10. Раскладзіце мнагачлен на множнікі $6x^2 + xy - 12y^2$.

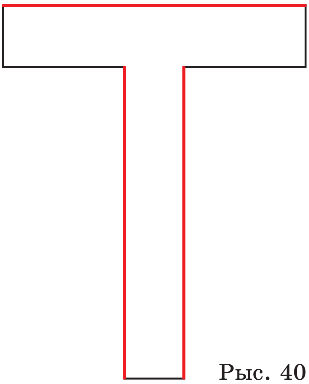
Практычная матэматыка

1. У летнім спартыўным лагеры пляцоўка для аздараўленчых заняткаў мае форму многавугольніка, уздоўж кожнай стараны якога размешчаны спартыўны трэнажор. Колькасць усіх дарожак — дыяганалей пляцоўкі — роўна 54. Знайдзіце, колькі трэнажораў размешчана на пляцоўцы.

2. Навасельцы плануюць $\frac{1}{3}$ плошчы падлогі ў калідоры выкласці пліткай. Для гэтага спатрэбіцца 450 маленькіх квадратных плітак або 200 вялікіх. Вядома, што старана вялікай пліткі на 5 см большая за старану маленькай. На астатняй частцы падлогі ў калідоры плануецца пакласці паркет. Колькі квадратных метраў паркету спатрэбіцца?

3. Прадпрымальнік атрымаў крэдыт пад пэўны працэнт гадавых з магчымасцю датэрміновага пагашэння крэдыту. Праз год у кошт пагашэння крэдыту прадпрымальнік вярнуў $\frac{1}{5}$ сумы, якую ён павінен быў аддаць банку да гэтага часу, а яшчэ праз год у кошт поўнага пагашэння крэдыту прадпрымальнік унёс суму, якая на 15,2 % перавышае велічыню атрыманага крэдыту. Які працэнт гадавых па крэдыце ў гэтым банку?

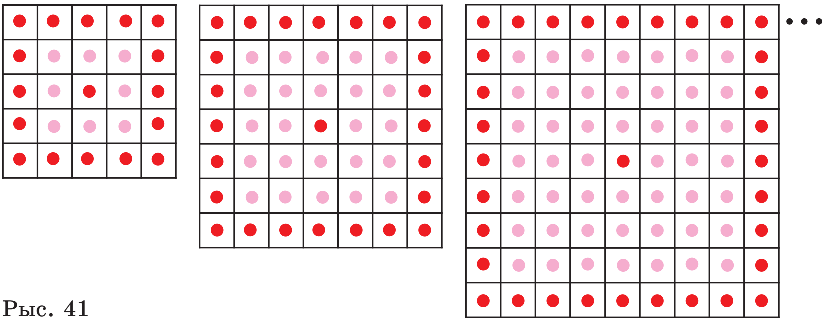
4. У зале для правядзення нарад два аднолькавыя сталы прамавугольнай формы саставілі так, як паказана на рысунку 40. Перыметр утворанай фігуры роўны 32 м, а плошча кожнага прамавугольніка роўна 14 м^2. Крэслы для ўдзельнікаў нарад размешчаны ўздоўж старон прамавугольнікаў, вылучаных на рысунку чырвоным колерам. Колькі чалавек можа адначасова размясціцца



Рыс. 40

за сталамі для нарад, калі на кожнага, хто сядзіць, патрабуецца не менш за 0,7 м?

5. У батанічным садзе афармляюць клумбы для выставы руж. Ландшафтны дызайнер вырашыў размясціць кусты чырвоных і ружовых руж так, як паказана на рысунку 41.



Рыс. 41

а) Запоўніце табліцу.

Колькасць кустоў руж у адным радзе	**Колькасць кустоў чырвоных руж у квадраце**	**Колькасць кустоў ружовых руж у квадраце**
5		
7		
9		
...	...	...
$2n+1$		

б) Вызначыце, ці можа колькасць кустоў чырвоных руж аказацца роўнай колькасці кустоў ружовых руж на адной клумбе.

в) Знайдзіце, на колькі колькасць кустоў чырвоных руж адрозніваецца ад колькасці кустоў ружовых руж на 5-й клумбе; на k-й клумбе.

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вывады

Даследчае заданне. а) Рашыце квадратнае ўраўненне $2x^2 - 5x + 3 = 0$. Памяняйце месцамі каэфіцыенты a і c і рашыце атрыманае квадратнае ўраўненне. Як звязаны паміж сабой карані гэтых ураўненняў?

б) Дакажыце, што калі x_1 і x_2 — карані квадратнага ўраўнення $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0,\ c \neq 0)$, то $\frac{1}{x_1}$ і $\frac{1}{x_2}$ — карані квадратнага ўраўнення $cx^2 + bx + a = 0$ $(a \neq 0,\ c \neq 0)$.

в) Вызначыце, якая ўзаемасувязь існуе паміж каранямі квадратных ураўненняў $ax^2 + bx + c = 0$ і $ax^2 - bx + c = 0$. Сфармулюйце абагульнены вывад і складзіце заданні на выкарыстанне гэтага вываду.

г) Прапануйце сябрам рашыць гэтыя заданні.

Рыхтуемся да алімпіяд*

1. Рашыце ўраўненне $x^2 + 5y^2 - 4xy - 6y + 9 = 0$.

2. Няхай $f(x)$ — квадратны трохчлен. Вядома, што ўраўненне $f(x) = 2 - 2x$ мае адзінае рашэнне і ўраўненне $f(x) = x - 1$ таксама мае адзінае рашэнне. Дакажыце, што ўраўненне $f(x) = 0$ не мае рашэнняў.

3. Квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$ не мае каранёў і $a + b + c > 0$. Знайдзіце знак каэфіцыента c.

---

* Па матэрыялах сайта www.problems.ru.

Раздзел 3

КВАДРАТЫЧНАЯ ФУНКЦЫЯ

§ 13. Квадратычная функцыя і яе ўласцівасці

3.1. Запішыце выраз у выглядзе мнагачлена:

а) $5(x-1)(x-4)$; б) $-2(x-4)(x+2)$;

в) $(x-1{,}5)^2-2{,}5$; г) $2(x-1)^2+3$.

3.2. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка функцыі з воссю абсцыс і воссю ардынат:

а) $y=4x-5$; б) $y=-x+5$.

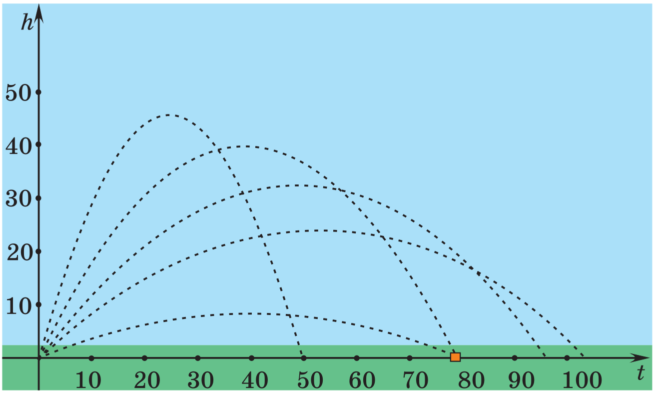
3.3. Знайдзіце:

а) найбольшае значэнне выразу $-2(x-1)^2+3$;

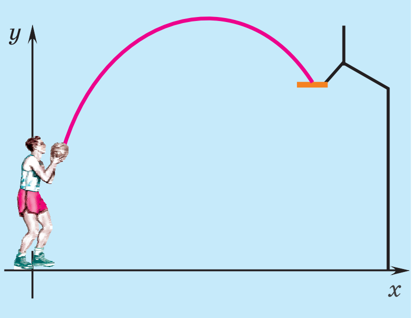
б) найменшае значэнне выразу $(x-1{,}5)^2-2{,}5$.

Функцыі дазваляюць апісваць працэсы з розных галін навукі і жыцця. Напрыклад, змяненне вышыні пры руху цела, кінутага пад вуглом да гарызонту (без уліку супраціўлення паветра), апісваецца функцыяй $h=-\frac{gt^2}{2}+v_0t$, дзе v_0 — модуль пачатковай скорасці, g — модуль паскарэння свабоднага падзення. Крывая, якая паказвае змяненне вышыні ў залежнасці ад часу, г. зн. графік дадзенай функцыі (рыс. 42), называецца **парабалай** (ад грэч. παραβολή — *пара* — побач і *бала* — кідаю).

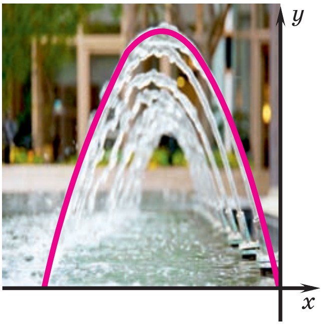
Траекторыяй мяча, кінутага баскетбалістам, або кап'я, якое кінуў легкаатлет, калі не ўлічваць супраціўленне паветра, з'яўляецца парабала (рыс. 43).



Рыс. 42



Рыс. 43



Рыс. 44

Па парабале рухаюцца кроплі вады ў струмені фантана (рыс. 44). Гэты рух апісваецца формулай $y = -0{,}33x^2 - 42x$.

Усе разгледжаныя працэсы апісваюцца функцыямі выгляду $y = ax^2 + bx + c$, графікамі якіх з'яўляюцца парабалы.

Азначэнне. Функцыя выгляду $y = ax^2 + bx + c$, дзе a, b і c — некаторыя лікі, прычым $a \neq 0$, называецца квадратычнай.

Напрыклад, функцыі $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$, $f(x) = -x^2 + 6x$, $f(x) = x^2$ — квадратычныя.

Разгледзім уласцівасці квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$ і спосаб пабудовы яе графіка — парабалы.

Як вядома, квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$, дзе $a \neq 0$, можна раскласці на множнікі, г. зн. запісаць у выглядзе $a(x - x_1)(x - x_2)$, дзе x_1 і x_2 — яго карані.

Таксама квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$ можна запісаць у выглядзе $ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a(x - m)^2 + n$, дзе $m = -\frac{b}{2a}$, $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

Такім чынам, квадратычную функцыю можна запісаць у выглядзе:

1) мнагачлена

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ дзе } a \neq 0;$$

2) раскладання на множнікі (калі карані адпаведнага квадратнага трохчлена існуюць)

$$y = a(x - x_1)(x - x_2);$$

3) вылучанага поўнага квадрата

$$y = a(x - m)^2 + n.$$

Напрыклад, формы запісу квадратычнай функцыі

$$y = 4x^2 - 24x + 20:$$

Формы запісу квадратычнай функцыі

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = a(x - m)^2 + n$$

- $y = 4x^2 - 24x + 20$ — у выглядзе мнагачлена;
- $y = 4(x - 1)(x - 5)$ — у выглядзе раскладання на множнікі;
- $y = 4(x - 3)^2 - 16$ — у выглядзе вылучанага поўнага квадрата.

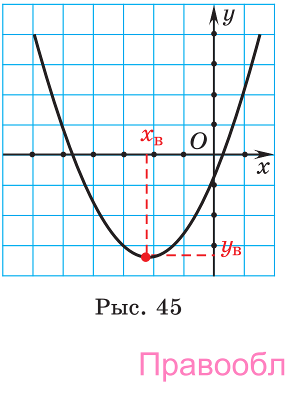
Для даследавання ўласцівасцей квадратычнай функцыі і пабудовы яе графіка будзем карыстацца рознымі формамі яе запісу.

Уласцівасці квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі $ax^2 + bx + c$ — мнагачлен, то абсягам вызначэння квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$, дзе $a \neq 0$, з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі, г. зн. $D = \boldsymbol{R}$. Графічна гэта азначае, што для любога значэння абсцысы знойдзецца адпаведны пункт на парабале.

2. Мноства значэнняў функцыі. Найбольшае і найменшае значэнні функцыі. Для знаходжання мноства значэнняў квадратычнай функцыі выкарыстаем яе форму запісу ў выглядзе вылучанага поўнага квадрата: $y = a(x - m)^2 + n$, дзе $m = -\frac{b}{2a}$, $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$.

Калі $a > 0$, то пры $x = m$ выраз $a(x - m)^2 + n$ прымае **найменшае значэнне**, роўнае n. Значыць, на відарысе парабалы існуе пункт, у якім функцыя прымае найменшае значэнне. Гэты пункт называецца **вяршыняй парабалы**, яго каардынаты $x_в = -\frac{b}{2a}$; $y_в = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ (рыс. 45).



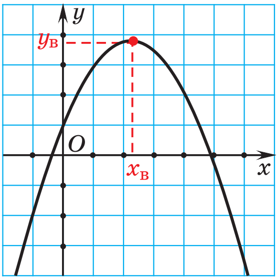
Рыс. 45

Такім чынам, калі $a > 0$, то $E = [y_в;\ +\infty)$.

Калі $a < 0$, то пры $x = m$ выраз $a(x - m)^2 + n$ прымае **найбольшае зна-**

чэнне, роўнае n. У гэтым выпадку на відарысе парабалы існуе пункт, у якім функцыя прымае найбольшае значэнне, ён называецца вяршыняй парабалы, яго каардынаты $x_в = -\frac{b}{2a}$; $y_в = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ (рыс. 46).

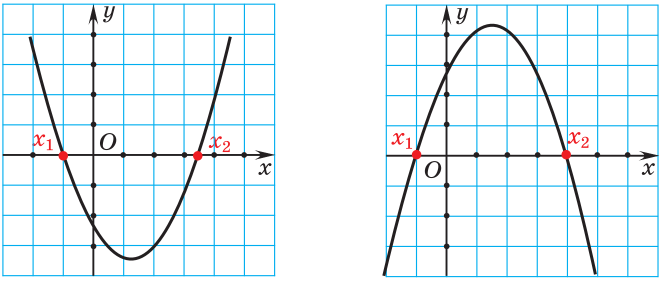
Такім чынам, калі $a < 0$, то $E = (-\infty; y_в]$.



Рыс. 46

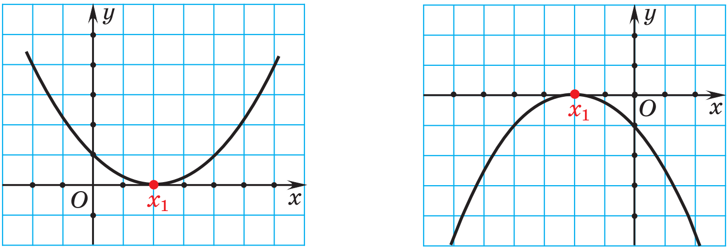
3. Нулі функцыі. Значэнні аргумента, пры якіх значэнні функцыі $y = ax^2 + bx + c$ роўны нулю, з’яўляюцца каранямі квадратнага трохчлена $ax^2 + bx + c$.

Калі квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$ мае два карані x_1 і x_2, то парабала перасякае вось абсцыс у двух пунктах з каардынатамі $(x_1; 0)$, $(x_2; 0)$ (рыс. 47).

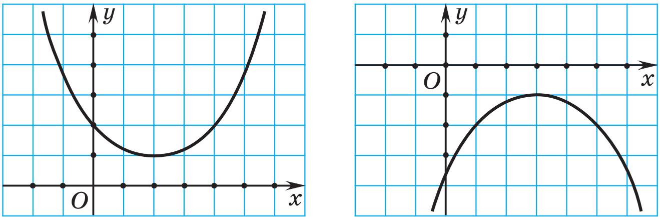


Рыс. 47

Калі квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$ мае адзіны корань x_1, то парабала мае з воссю абсцыс адзіны агульны пункт з каардынатамі $(x_1; 0)$ (рыс. 48).



Рыс. 48

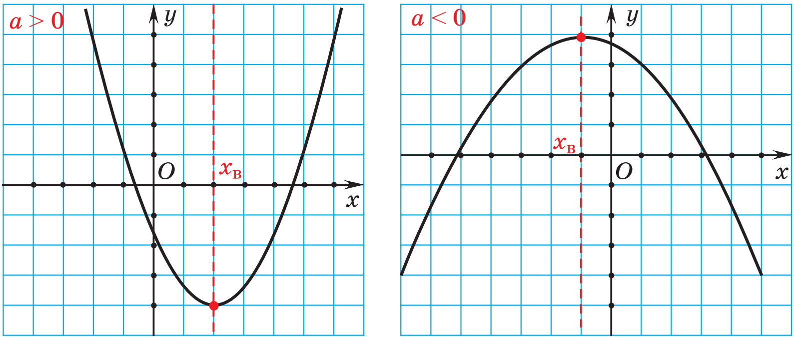


Рыс. 49

Калі квадратны трохчлен $ax^2 + bx + c$ не мае каранёў, то парабала не мае з воссю абсцыс агульных пунктаў (рыс. 49).

4. Вось сіметрыі парабалы. Воссю сіметрыі парабалы з'яўляецца прамая, якая праходзіць праз вяршыню парабалы паралельна восі ардынат. Ураўненне восі сіметрыі $x = -\frac{b}{2a}$.

Сіметрычныя часткі графіка называюцца **галінамі парабалы**. Калі $a > 0$, то галіны парабалы накіраваны ўверх. Калі $a < 0$, то галіны парабалы накіраваны ўніз (рыс. 50).



Рыс. 50

Каб пабудаваць графік квадратычнай функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$, дзе $a \neq 0$, трэба:

① Вызначыць напрамак галін парабалы. (Калі $a > 0$, то галіны парабалы накіраваны ўверх. Калі $a < 0$, то галіны парабалы накіраваны ўніз.)	Пабудуйце графік функцыі $f(x) = x^2 - 4x + 3.$ ① $a = 1 > 0$, значыць, галіны парабалы накіраваны ўверх.

② Вызначыць каардынаты вяршыні парабалы:

$$x_в = -\frac{b}{2a};\ y_в = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

Пабудаваць вяршыню парабалы і вось сіметрыі парабалы $x = -\frac{b}{2a}$.

③ Знайсці нулі функцыі, калі яны ёсць, і адзначыць іх на восі абсцыс.

④ Вызначыць пункт перасячэння парабалы з воссю ардынат.
(Калі $x = 0$, то значэнне функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$ роўна c.)
Пабудаваць пункт з каардынатамі $(0;\ c)$ і пункт, сіметрычны яму адносна прамой $x = -\frac{b}{2a}$.

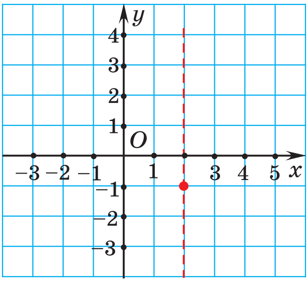
⑤ Злучыўшы адзначаныя пункты плаўнай лініяй, пабудаваць графік функцыі.

② $x_в = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2;$

$y_в = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1.$

Вяршыняй парабалы з'яўляецца пункт з каардынатамі (2; –1). Воссю сіметрыі парабалы з'яўляецца прамая $x = 2$.

Пабудуем іх на каардынатнай плоскасці.

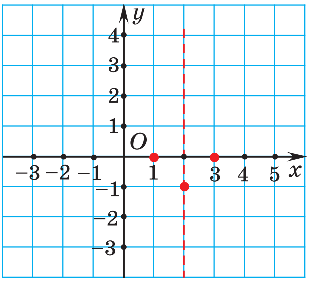


③ $x^2 - 4x + 3 = 0;$

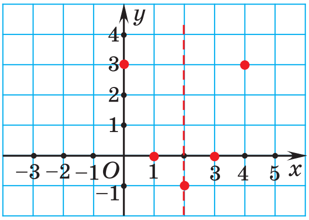
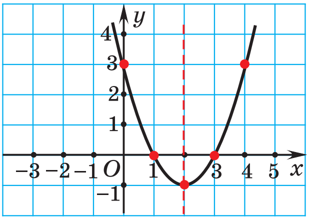
$D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4,$

$x_1 = \frac{4+2}{2} = 3,\quad x_2 = \frac{4-2}{2} = 1.$

Адзначым нулі функцыі на восі абсцыс.



④ Калі $x = 0$, то $y = 3$.
Парабала перасякае вось ардынат у пункце з каардынатамі (0; 3). Пункт з

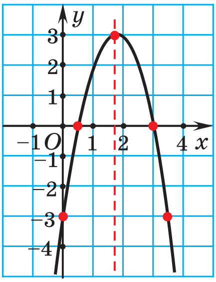
	каардынатамі (4; 3) сіметрычны яму адносна восі сіметрыі парабалы. Адзначым гэтыя пункты.  ⑤ 

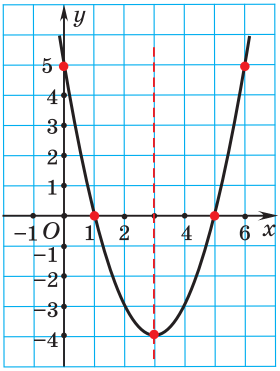
Каардынаты вяршыні парабалы

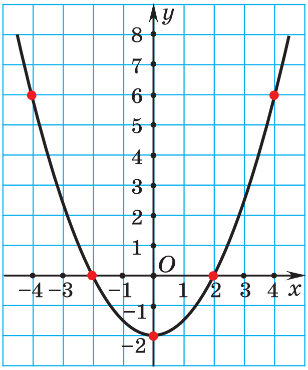
Вызначыце каардынаты вяршыні парабалы: а) $y = 3(x - 1{,}2)^2 - 5$; б) $y = (2x - 3)(x - 1)$; в) $y = -2x^2 + 4x - 2$.	а) Калі квадратычная функцыя запісана ў выглядзе $y = a(x - m)^2 + n$, то $x_{\text{в}} = m$; $y_{\text{в}} = n$. Для функцыі $y = 3(x - 1{,}2)^2 - 5$ атрымаем $x_{\text{в}} = 1{,}2$; $y_{\text{в}} = -5$. б) Запішам квадратычную функцыю ў выглядзе мнагачлена $(2x - 3)(x - 1) = 2x^2 - 5x + 3.$ Знойдзем абсцысу вяршыні парабалы: $x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4}$. Для знаходжання ардынаты вяршыні парабалы можна выкарыстаць формулу $y_{\text{в}} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$, тады $y_{\text{в}} = -\frac{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8}$.

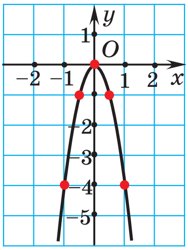
	Ардынату вяршыні парабалы можна таксама знайсці, падставіўшы знойдзенае значэнне абсцысы вяршыні ў формулу функцыі: $y_в = 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5 \cdot \frac{5}{4} + 3 = -\frac{1}{8}$. в) $x_в = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-2)} = 1$; $y_в = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 2 = 0$.
Найбольшае і найменшае значэнні квадратычнай функцыі	
Знайдзіце найбольшае (найменшае) значэнне функцыі: а) $y = 3(x - 1{,}2)^2 - 5$; б) $y = (2x - 3)(x - 1)$; в) $y = -2x^2 + 4x - 2$.	а) Паколькі $a = 3 > 0$, то функцыя прымае найменшае значэнне, роўнае ардынаце вяршыні парабалы, г. зн. найменшае значэнне дадзенай функцыі роўна $y_в = -5$. б) Паколькі $a = 2 > 0$, то функцыя прымае найменшае значэнне, роўнае ардынаце вяршыні парабалы. Паколькі вяршыня парабалы мае каардынаты $\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{8}\right)$, то найменшае значэнне дадзенай функцыі роўна $y_в = -\frac{1}{8}$. в) Паколькі $a = -2 < 0$, то функцыя прымае найбольшае значэнне, роўнае ардынаце вяршыні парабалы. Ардыната вяршыні парабалы роўна нулю, значыць, найбольшае значэнне дадзенай функцыі роўна $y_в = 0$.

<table>
<tr><th colspan="2">Мноства значэнняў квадратычнай функцыі</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце мноства значэнняў квадратычнай функцыі:
а) $y = 3(x-1,2)^2-5$;
б) $y = (2x-3)(x-1)$;
в) $y = -2x^2+4x-2$.</td><td>а) Паколькі $a = 3 > 0$, то $E = [y_в; +\infty)$. Паколькі $y_в = -5$, то $E = [-5; +\infty)$.
б) Паколькі $a = 2 > 0$, то $E = [y_в; +\infty)$. Паколькі $y_в = -\frac{1}{8}$, то $E = \left[-\frac{1}{8}; +\infty\right)$.
в) Паколькі $a = -2 < 0$, то $E = (-\infty; y_в]$. Паколькі $y_в = 0$, то $E = (-\infty; 0]$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Пункты перасячэння графіка функцыі з восямі каардынат</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графіка квадратычнай функцыі з восямі каардынат:
а) $f(x) = -(x-1,2)^2+25$;
б) $h(x) = 2(x-1)(x+4)$;
в) $p(x) = -2x^2+4x-2$.</td><td>а) Для вызначэння каардынат пунктаў перасячэння графіка функцыі $f(x) = -(x-1,2)^2+25$ з воссю абсцыс знойдзем нулі гэтай функцыі, г. зн. рэшым ураўненне $-(x-1,2)^2+25=0$:
$(x-1,2+5)(x-1,2-5)=0$;
$(x+3,8)(x-6,2)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6,2, \\ x = -3,8. \end{array}\right.$ Для вызначэння каардынат пункта перасячэння графіка з воссю ардынат знойдзем значэнне функцыі пры $x = 0$ і атрымаем $f(0) = -(0-1,2)^2+25 =$ $= -1,44+25 = 23,56$.
Адказ: (6,2; 0); (–3,8; 0); (0; 23,56).
б) Знойдзем нулі функцыі $h(x) = 2(x-1)(x+4)$. Выкарыстаем уласцівасць аб роўнасці здабытку нулю і атрымаем: $\left[\begin{array}{l} x-1=0, \\ x+4=0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-4. \end{array}\right.$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>$h(0) = 2(0 - 1)(0 + 4) = -8.$
Адказ: (1; 0); (–4; 0); (0; –8).
в) $-2x^2 + 4x - 2 = 0,$
$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0, x = 1.$
$p(0) = -2.$
Адказ: (1; 0); (0; –2).</td></tr>
<tr><td colspan="2">**Пабудова графіка квадратычнай функцыі**</td></tr>
<tr><td>Пабудуйце графік функцыі $y = -2x^2 + 7x - 3$.</td><td>① $a = -2 < 0$, значыць, галіны парабалы накіраваны ўніз.
② Каардынаты вяршыні парабалы:
$x_в = -\frac{7}{-4} = \frac{7}{4};\quad y_в = -2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^2 +$
$+ 7 \cdot \frac{7}{4} - 3 = 3\frac{1}{8}.$
Вось сіметрыі парабалы — прамая $x = 1\frac{3}{4}$.
③ Пункты перасячэння графіка з воссю абсцыс:
$2x^2 - 7x + 3 = 0;\qquad D = 25,$
$x_1 = 3;\ x_2 = \frac{1}{2};$ (3; 0); $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.
④ Пункт перасячэння графіка з воссю ардынат: $x = 0$, $y = -3$. Пункт (3,5; –3) сіметрычны пункту (0; –3) адносна восі сіметрыі парабалы.
⑤ Пабудуем графік функцыі $y = -2x^2 + 7x - 3$.
 </td></tr>
</table>

Пабудуйце графік функцыі $y = (x - 3)^2 - 4$.	① $a = 1 > 0$, значыць, галіны парабалы накіраваны ўверх. ② Каардынаты вяршыні парабалы: $x_в = 3$; $y_в = -4$. Вось сіметрыі парабалы — прамая $x = 3$. ③ Пункты перасячэння графіка з воссю абсцыс: $(x - 3)^2 - 4 = 0$; $(x - 3 + 2)(x - 3 - 2) = 0$; $(x - 1)(x - 5) = 0$; $x_1 = 1$; $x_2 = 5$; $(1; 0)$; $(5; 0)$. ④ Пры $x = 0$ $y = (0 - 3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$. Графік функцыі перасякае вось ардынат у пункце $(0;\ 5)$. Пункт $(6;\ 5)$ сіметрычны пункту $(0;\ 5)$ адносна восі сіметрыі парабалы. ⑤ Пабудуем графік функцыі $y = (x - 3)^2 - 4$. 
Пабудуйце графік функцыі $y = 0{,}5x^2 - 2$.	① $a = 0{,}5 > 0$, значыць, галіны парабалы накіраваны ўверх. ② Каардынаты вяршыні парабалы: $x_в = -\frac{0}{1} = 0$; $y_в = 0{,}5 \cdot 0^2 - 2 = -2$.

	Воссю сіметрыі парабалы з'яўляецца прамая $x = 0$, г. зн. вось ардынат. ③ Пункты перасячэння графіка з воссю абсцыс: $0{,}5x^2 - 2 = 0$, $x^2 - 4 = 0$, $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; (2; 0); (–2; 0). ④ Пункт перасячэння графіка з воссю ардынат (0; –2). ⑤ Знойдзем каардынаты некалькіх дадатковых пунктаў: (4; 6); (–4; 6). Пабудуем графік функцыі $y = 0{,}5x^2 - 2$. 
Пабудуйце графік функцыі $y = -4x^2$.	① $a = -4 < 0$, значыць, галіны парабалы накіраваны ўніз. ② Каардынаты вяршыні парабалы: $x_{\text{в}} = -\frac{0}{-8} = 0$; $y_{\text{в}} = -4 \cdot (0)^2 = 0$. Вось сіметрыі парабалы $x = 0$ — вось ардынат. ③ Нулі функцыі: $-4x^2 = 0$, $x = 0$. ④ Пункт перасячэння графіка з воссю ардынат (0; 0).

	⑤ Знойдзем каардынаты некалькіх дадатковых пунктаў: (1; −4); (−1; −4); (0,5; −1); (−0,5; −1). Пабудуем графік функцыі $y = -4x^2$. 

1. Якая з наступных функцый не з’яўляецца квадратычнай:
а) $f(x) = (3x - 2) + (5x + 4)$; б) $g(x) = (3x + 1)(5x + 4)$;
в) $h(x) = 7x^2 - 8x + 1$?

2. Дадзены тры функцыі: $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$; $g(x) = 2(x + 1)^2 - 8$ і $h(x) = 2(x - 1)(x + 3)$. Ці правільна, што f, g, h — тры формы запісу адной і той жа функцыі?

3.4. Выкарыстаўшы азначэнне квадратычнай функцыі, сярод дадзеных функцый выберыце квадратычныя:

а) $y = -x^2 + 7x - 2$; б) $y = 5x^2 + x$; в) $y = -2x^2 + 9$;
г) $y = -x + 7$; д) $y = 5x^2$; е) $y = x^3 + 3x^2$.

3.5. Для кожнай з квадратычных функцый вызначыце, у якой форме яна запісана:

а) $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$; б) $f(x) = (x + 1)(x - 5)$;
в) $f(x) = 7(x - 2)^2 + 8$; г) $f(x) = -2x^2 + 7x - 1$;
д) $f(x) = (9 - x)(3x + 4)$; е) $f(x) = -4(x + 1)^2 - 5$.

3.6. Выберыце ўраўненні парабал, галіны якіх накіраваны ўніз:

а) $y = 3x^2 - x - 2$; б) $y = -2x^2 + 4x - 1$;
в) $y = -x^2 + 10x$; г) $y = 9 - x^2$;
д) $y = 0{,}1x^2$; е) $y = 4x^2 - 1$.

Прыдумайце некалькі прыкладаў функцый, графікамі якіх з’яўляюцца парабалы, галіны якіх накіраваны ўверх.

3.7. Вызначыце, якім парабалам належыць пункт з каардынатамі (1; 4):

а) $y = x^2 - x - 4$; б) $y = -3(x+1)^2 + 16$;
в) $y = (x-2)(x-5)$; г) $y = -x^2 + 3$.

3.8. Для квадратычнай функцыі, зададзенай формулай $f(x) = x^2 - 5x + 1$, знайдзіце:

а) $f(1)$; б) $f(-3)$; в) $f(0)$.

3.9. Для квадратычнай функцыі, зададзенай формулай $g(x) = -0{,}25x^2 + 3$, параўнайце:

а) $g(-2)$ і $g(4)$; б) $g(-0{,}5)$ і $g(0{,}5)$;
в) $g\left(-2\sqrt{3}\right)$ і $g\left(\sqrt{6}\right)$; г) $g\left(-2\sqrt{5}\right)$ і $g\left(2\sqrt{5}\right)$.

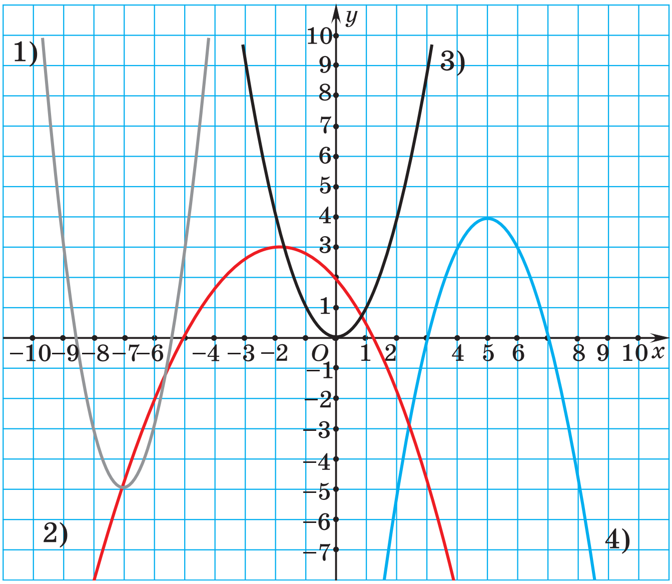
3.10. Для квадратычнай функцыі $f(x) = x^2 - 4x + 9$ знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх:

а) $f(x) = 9$; б) $f(x) = 6$; в) $f(x) = 21$.

3.11. Вызначыце, ці існуюць значэнні аргумента, пры якіх квадратычная функцыя:

а) $y = x^2 - 4x + 7$ прымае значэнне, роўнае 4;
б) $y = -2x^2 + 6$ прымае значэнне, роўнае 9;
в) $y = 5x^2 - x + 1$ прымае значэнне, роўнае 1.

3.12. Для парабал, паказаных на рысунку 51, запішыце:



Рыс. 51

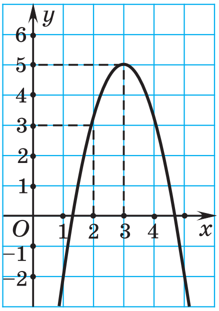
а) напрамак галін; б) каардынаты вяршыні; в) ураўненне восі сіметрыі; г) найбольшае (найменшае) значэнне; д) мноства значэнняў.

3.13. Вызначыце напрамак галін і каардынаты вяршыні парабалы:

а) $y = (x - 2)^2 + 3$; б) $y = 4(x + 1)^2 - 6$;
в) $y = -(x - 5)^2 - 8$; г) $y = -7(x + 9)^2$;
д) $y = 2x^2 + 5$; е) $y = -8x^2$.

3.14. Прыдумайце па два прыклады ўраўненняў парабал, вяршынямі якіх з'яўляюцца пункты:

а) (3; 8); б) (–8; – 6); в) (0; – 3); г) (5; 0).



Рыс. 52

3.15. Графік функцыі $f(x) = a(x - m)^2 + n$ паказаны на рысунку 52. Выкарыстаўшы графік, знайдзіце a, m і n. Запішыце функцыю $y = f(x)$ у выглядзе мнагачлена.

3.16. Знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы і запішыце ўраўненне яе восі сіметрыі:

а) $y = 2x^2 - 4x + 1$; б) $y = 2x^2 + 4x$;
в) $y = -0{,}5x^2 - 4x + 1$; г) $y = -x^2 + 4x - 7$.

3.17. Вызначыце, у якой каардынатнай чвэрці знаходзіцца вяршыня парабалы:

а) $f(x) = x^2 - 6x + 7$; б) $f(x) = -2x^2 + 8x - 1$;
в) $f(x) = 4x^2 + 4x - 5$; г) $f(x) = -3x^2 - 12x$.

Запішыце ўраўненне восі сіметрыі для кожнай парабалы.

3.18. Запішыце квадратычную функцыю $y = (x - 4)(x + 2)$ у выглядзе мнагачлена і знайдзіце ардынату вяршыні парабалы, якая з'яўляецца графікам дадзенай функцыі.

3.19. Знайдзіце найменшае (найбольшае) значэнне функцыі:

а) $y = (x - 8)^2 + 9$; б) $y = -4(x + 1)^2 + 5$;
в) $y = 2x^2 - 6x + 4$; г) $y = -x^2 + 4x - 3$;
д) $y = (x + 8)(x - 4)$; е) $y = -3(x - 1)(x + 5)$.

3.20. Прыдумайце па два прыклады квадратычных функцый:

а) найменшым значэннем якіх з'яўляецца лік 7;
б) найбольшым значэннем якіх з'яўляецца лік 15.

3.21. Знайдзіце абсяг вызначэння і мноства значэнняў функцыі:

а) $f(x) = 7(x + 6)^2 - 1$; б) $f(x) = -(x - 4)^2 + 2$;
в) $f(x) = x^2 + 4x - 1$; г) $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$;
д) $f(x) = -(x - 6)(x + 2)$; е) $f(x) = 2(x + 4)(x + 8)$.

3.22. Вызначыце каардынаты пунктаў, у якіх графік функцыі перасякае восі каардынат:

а) $y = (x - 8)(x + 3)$; б) $y = -2x^2 + 5x - 2$;
в) $y = (x + 7)^2 - 4$; г) $y = x^2 - 9$.

3.23. Сярод квадратычных функцый выберыце функцыі, якія не маюць нулёў:

а) $y = (x + 1)(x - 6)$; б) $y = x^2 + x + 3$;
в) $y = -(x - 5)^2 + 1$; г) $y = x^2 + 4$.

3.24. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = x^2 - 2x - 8$; б) $y = -x^2 + 5x - 6$;
в) $y = 2x^2 - 8x + 6$; г) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2{,}5$.

3.25. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце мноства яе значэнняў:

а) $f(x) = x^2 - 6x$; б) $f(x) = -x^2 + 9$;
в) $f(x) = 2x^2 - 4x + 9$; г) $f(x) = -3x^2$.

3.26. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = (x - 1)^2 - 4$; б) $y = -2(x + 3)^2 + 8$;
в) $y = (x - 5)(x + 1)$; г) $y = -\frac{1}{2}(x + 3)(x - 7)$.

Ці можна вызначыць вось сіметрыі парабалы, не выконваючы пабудову графіка?

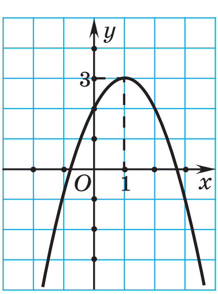
3.27. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x^2$; $y = 2x^2$; $y = \frac{1}{3}x^2$; $y = -x^2$.

Прааналізуйце атрыманыя вынікі і зрабіце вывад.

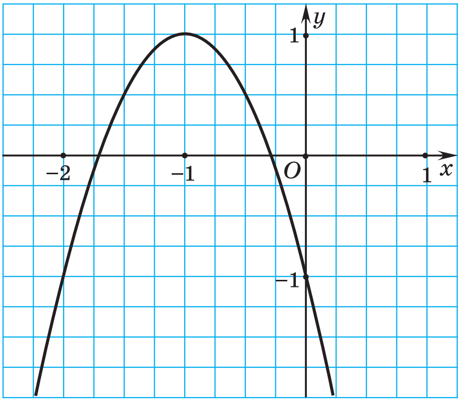
3.28. На рысунку 53 паказаны графік адной з функцый:

а) $y = -x^2 - 2x + 2$; б) $y = -x^2 + 2x + 3$;
в) $y = -x^2 + x + 2$; г) $y = -x^2 + 2x + 2$.

Вызначыце, якая функцыя паказана на рысунку. Растлумачце свой выбар.



Рыс. 53



Рыс. 54

3.29. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і вызначыце, колькі каранёў мае ўраўненне $f(x) = 2$:

а) $f(x) = x^2 - 8x + 7$; б) $f(x) = -4x^2 + 8x - 3$;

в) $f(x) = x^2 + 4x + 6$; г) $f(x) = -x^2 + 4x$;

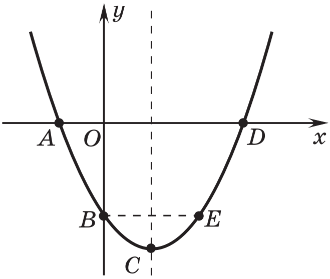
д) $f(x) = (x - 3)^2$; е) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.

3.30. Графік функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$ паказаны на рысунку 54. Выкарыстаўшы графік:

а) вызначыце $f(0)$; $f(-1)$; $f(-2)$; б) знайдзіце a; b і c.

3.31. Для таго каб абгарадзіць прамавугольны ўчастак для пасадкі агародніны, было куплена 24 м сеткі. Плошча ўчастка S з'яўляецца функцыяй ад даўжыні адной з яго старон x. Задайце гэту функцыю формулай. Знайдзіце, пры якім значэнні аргумента функцыя прымае найбольшае значэнне.

3.32. На рысунку 55 паказаны графік квадратычнай функцыі $y = 0{,}5x^2 - 2x - 2{,}5$. Вызначыце каардынаты пунктаў A; B; C; D; E.



Рыс. 55

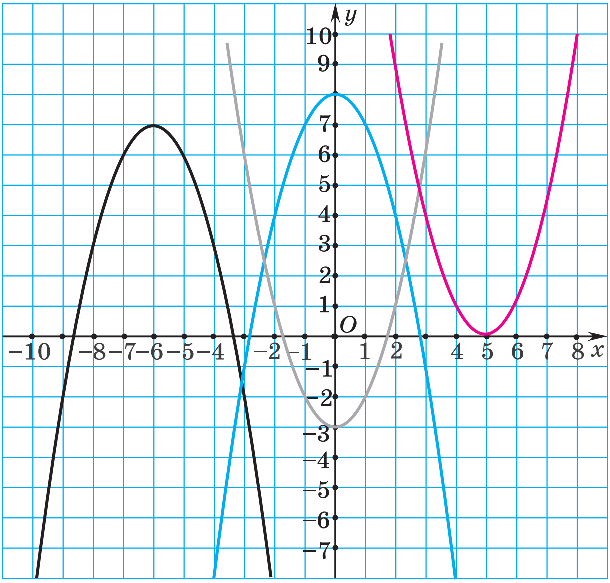
3.33. Пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння гэтых графікаў:

а) $y = x^2 - 6x + 5$ і $y = -x + 1$;

б) $y = x^2 - 4$ і $y = -x + 2$;

в) $y = -x^2 + 4x - 5$ і $y = -2$.

Праверце атрыманыя вынікі.



Рыс. 56

3.34. Вызначыце, графіка якой з дадзеных функцый няма на рысунку 56:

а) $y = x^2 - 3$;

б) $y = -(x + 6)^2 + 7$;

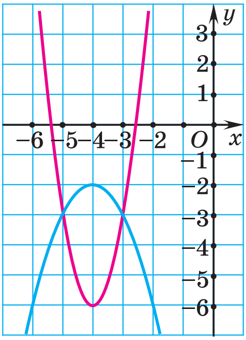
в) $y = (x - 5)^2$;

г) $y = -(x - 6)^2 + 7$;

д) $y = -x^2 + 8$.

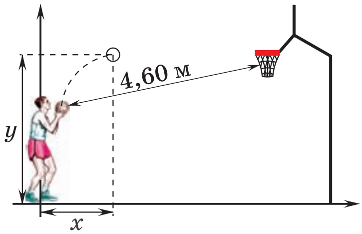
3.35. Пабудуйце графікі квадратычных функцый $f(x) = -2(x - 1)^2 + 2$ і $g(x) = (x + 3)^2 - 4$. Вызначыце, ці маюць парабалы агульныя пункты. Ці можна гэта вызначыць, не выконваючы пабудову графікаў?

3.36. На рысунку 57 паказаны графікі функцый $f(x) = 3x^2 + 24x + c$ і $g(x) = -x^2 + bx - 18$. Выкарыстаўшы даныя рысунка: а) знайдзіце лікі b і c; б) вызначыце агульную ўласцівасць для дзвюх парабал; в) рашыце графічна ўраўненне $f(x) = g(x)$.



Рыс. 57

3.37. Знайдзіце, пры якім значэнні ліку b графікі функцый $y = -3x + b$ і $y = (x - 3)(x - 7)$ перасякаюцца ў пункце, які належыць восі ардынат.

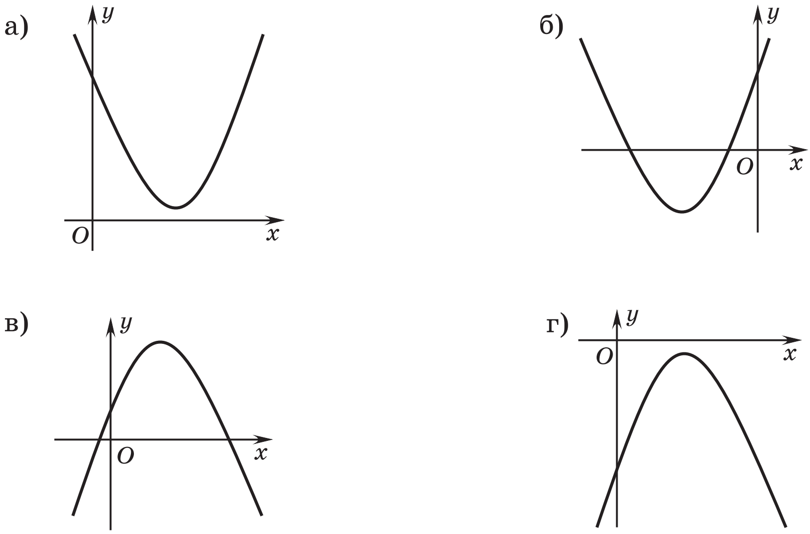


Рыс. 58

3.38. Вызначыце, пры якіх значэннях m і n вяршыня парабалы $y = a(x - m)^2 + n$: а) належыць восі ардынат; б) належыць восі абсцыс; в) знаходзіцца ў пачатку каардынат.

3.39. Падчас штрафнога кідка ў баскетболе мяч знаходзіўся прыкладна за 4,60 м ад цэнтра каша, размешчанага на вышыні 3,05 м ад падлогі. Гулец кінуў мяч ад узроўню плеч, а гэта прыблізна 1,65 м ад падлогі (рыс. 58). Мяркуецца, што крывой, апісанай у прасторы мячом, з'яўляецца парабала $y = -0{,}5x^2 + 1{,}95x + 1{,}65$, дзе x — адлегласць па гарызанталі ад гульца да мяча, y — вышыня, на якой знаходзіцца мяч. Ці можна сцвярджаць, што гулец здолее закінуць мяч у кош? Якая максімальная вышыня дасягнута мячом?

3.40. На рысунку 59 паказаны відарысы графікаў парабал $y = ax^2 + bx + c$. Вызначыце знакі каэфіцыентаў a, b і c, знак дыскрымінанта адпаведнага квадратнага трохчлена $ax^2 + bx + c$ для кожнай з парабал.



Рыс. 59

3.41. Пакажыце схематычна відарыс графіка квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$, калі:

а) $a > 0,\ c > 0,\ D > 0,\ -\frac{b}{2a} < 0;$ б) $a < 0,\ D = 0,\ -\frac{b}{2a} > 0;$

в) $a > 0,\ D < 0,\ -\frac{b}{2a} < 0;$ г) $a < 0,\ D > 0,\ -\frac{b}{2a} > 0,$

дзе D — дыскрымінант квадратнага трохчлена $ax^2 + bx + c$.

3.42. Знайдзіце абсцысу вяршыні парабалы, калі вядома, што нулямі функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$, дзе $a \neq 0$, з'яўляюцца лікі:

а) –11 і 13; б) $-3 + 2\sqrt{5}$ і $25 - 2\sqrt{5}$.

3.43. Графік квадратычнай функцыі $y = -x^2 + 8x + c$ праходзіць праз пункт $A(9;\ 0)$. Знайдзіце: а) каардынаты вяршыні парабалы; б) вось сіметрыі парабалы; в) найбольшае значэнне функцыі; г) нулі функцыі.

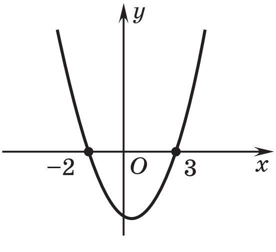
3.44. Знайдзіце, пры якіх значэннях c графік квадратычнай функцыі $y = x^2 + 10x + c$: а) мае з воссю абсцыс толькі адзін агульны пункт; б) перасякае вось ардынат у пункце $A(0;\ -7)$; в) праходзіць праз пачатак каардынат; г) не мае з воссю абсцыс агульных пунктаў.

3.45. Графік квадратычнай функцыі $f(x) = 2x^2 + bx + 4$ праходзіць праз пункт $B(-1;\ -12)$. Знайдзіце: а) каардынаты вяршыні парабалы; б) вось сіметрыі парабалы; в) мноства значэнняў функцыі; г) нулі функцыі.

3.46. Знайдзіце, пры якіх значэннях b графік квадратычнай функцыі $y = -x^2 + bx - 9$: а) мае з воссю абсцыс толькі адзін агульны пункт; б) сіметрычны адносна восі ардынат; в) перасякае вось абсцыс у пунктах, сіметрычных адносна прамой $x = 5$.

3.47*. На рысунку 60 паказаны графік функцыі $y = 3x^2 + bx + c$. Выкарыстаўшы даныя рысунка, знайдзіце b і c.

3.48*. Нулямі квадратычнай функцыі $y = -4x^2 + bx + c$ з'яўляюцца лікі –1 і 3. Знайдзіце: а) каардынаты вяршыні парабалы; б) вось сіметрыі парабалы; в) мноства значэнняў функцыі.



Рыс. 60

3.49*. Прамая $x = 2$ з'яўляецца воссю сіметрыі парабалы $f(x) = -x^2 + (a^2 + 4)x + 2$. Знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы.

3.50. Выберыце функцыі, графікамі якіх з'яўляюцца парабалы, галіны якіх накіраваны ўверх:

а) $y = 5x^2 - x + 2$; б) $y = 5x - 1$;
в) $y = -x^2 + 12$; г) $y = 9x^2 + x$.

3.51. Выберыце пункт, які належыць графіку квадратычнай функцыі $y = 4x^2 - 3x + 1$:

а) $(1; -1)$; б) $(4; -3)$; в) $(0; -3)$; г) $(-2; 23)$.

3.52. Квадратычная функцыя зададзена формулай $f(x) = x^2 + 6x + 3$. Знайдзіце: а) $f(2)$; б) $f(-1)$; в) значэнні аргумента, пры якіх $f(x) = -5$.

3.53. Знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы:

а) $y = (x + 5)^2 - 4$; б) $y = -2(x - 8)^2 + 1$;
в) $y = -x^2 + 6$; г) $y = 7(x - 1)^2$.

Запішыце вось сіметрыі для кожнай парабалы.

3.54. Выберыце парабалу, вяршыняй якой з'яўляецца пункт з каардынатамі $(-3; 5)$:

а) $f(x) = x^2 - 6x + 14$; б) $f(x) = 2x^2 + 12x + 28$;
в) $f(x) = -2x^2 - 12x - 13$; г) $f(x) = -3x^2 + 5$.

3.55. Знайдзіце найменшае (найбольшае) значэнне квадратычнай функцыі:

а) $y = 3(x + 1)^2 - 7$; б) $y = -x^2 - 6x - 2$;
в) $y = (x - 1)(x + 3)$; г) $y = -2x^2 + 10$.

3.56. Знайдзіце абсяг вызначэння і мноства значэнняў квадратычнай функцыі:

а) $f(x) = -(x - 5)^2 + 8$; б) $f(x) = x^2 - 8x + 3$;
в) $f(x) = 4(x + 5)(x - 7)$; г) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$.

3.57. Вызначыце каардынаты пунктаў, у якіх графік квадратычнай функцыі перасякае восі каардынат:

а) $y = (x + 2)(x - 8)$; б) $y = -x^2 + 8x - 7$;
в) $y = -(x - 6)^2 + 9$; г) $y = x^2 + 1$.

3.58. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = x^2 - 4x + 3$; б) $y = -x^2 + 6x - 5$.

3.59. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце мноства яе значэнняў:

а) $f(x) = -x^2 + 4x$; б) $f(x) = x^2 - 1$;

в) $f(x) = -x^2 + 2x - 5$; г) $f(x) = 2x^2$.

3.60. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = (x + 5)^2 - 9$; б) $y = -(x - 2)(x + 4)$.

Запішыце ўраўненне восі сіметрыі кожнай з атрыманых парабал.

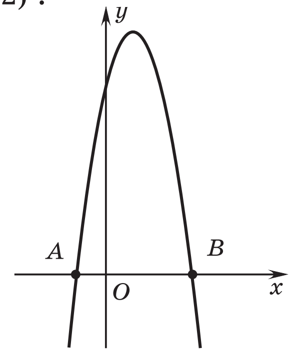
3.61. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = x^2 - 2x - 8$; б) $y = 4x - x^2$;

в) $y = 3x^2 + 6x + 4$; г) $y = -(x - 2)^2$.

Для кожнай парабалы вызначыце, ці перасякае парабала графік функцыі $y = -9$, і калі перасякае, то ў колькіх пунктах.

3.62. На рысунку 61 паказаны графік функцыі $y = -2x^2 + 7x + 9$. Вызначыце каардынаты пунктаў A і B.



Рыс. 61

3.63. Пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння гэтых графікаў:

а) $y = x^2 - 2x - 8$ і $y = 2x - 3$;

б) $y = -x^2 + 6x$ і $y = 9$.

3.64. На рысунку 62 паказаны графік адной з функцый:

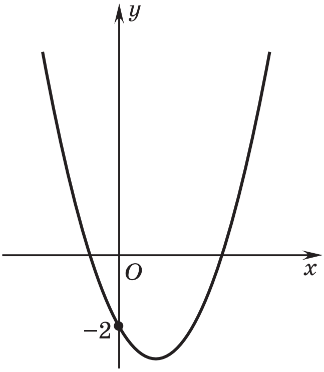
а) $y = x^2 - 3x$;

б) $y = x^2 - 2x - 2$;

в) $y = x^2 - 2$;

г) $y = x^2 + 2x - 2$.

Вызначыце, графік якой функцыі паказаны на рысунку. Растлумачце свой выбар.



Рыс. 62

3.65. Пабудуйце графікі функцый $f(x) = -(x+4)^2 + 9$ і $g(x) = (x-2)^2 - 1$, вызначыце, ці маюць парабалы агульныя пункты.

3.66. Прадпрымальнік шые ад 0 да 60 вырабаў у дзень і лічыць, што ўзровень выдаткаў (у рублях) на вытворчасць x вырабаў задаецца пры дапамозе функцыі $C(x) = x^2 - 10x + 500$. Няхай $R(x)$ — выручка ад продажу x вырабаў, кожны з якіх каштуе 50 р.

а) Выразіце залежнасць $R(x)$.

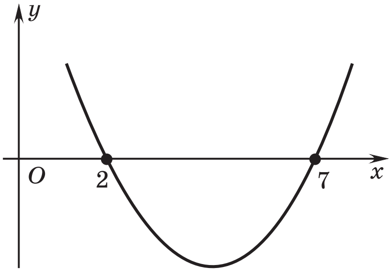
б) Разлічыце выдаткі, выручку і прыбытак пры продажы 20 швейных вырабаў.

в) Дакажыце, што велічыня прыбытку задаецца пры дапамозе функцыі $B(x) = -x^2 + 60x - 500$.

г) Знайдзіце максімальна выгадную для продажу колькасць створаных вырабаў.

3.67. Пункт $M(2;\ 47)$ належыць графіку квадратычнай функцыі $y = -x^2 + bx + 7$. Знайдзіце найбольшае значэнне функцыі.

3.68. На рысунку 63 паказаны графік квадратычнай функцыі $y = x^2 + bx + c$. Выкарыстаўшы даныя рысунка, знайдзіце b і c.



Рыс. 63

3.69. Пакажыце схематычна відарыс графіка квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$, калі:

а) $a > 0, c < 0,\ D > 0, -\frac{b}{2a} > 0$;   б) $a > 0,\ D = 0, -\frac{b}{2a} < 0$;

в) $a < 0,\ D < 0,\ -\frac{b}{2a} > 0$, дзе D — дыскрымінант квадратнага трохчлена $ax^2 + bx + c$.

3.70*. Нулямі квадратычнай функцыі $y = 3x^2 + bx + c$ з'яўляюцца лікі –4 і 5. Знайдзіце:

а) каардынаты вяршыні парабалы;

б) вось сіметрыі парабалы;

в) найменшае значэнне функцыі.

3.71*. Прамая $x = 1$ з'яўляецца воссю сіметрыі парабалы $f(x) = 4x^2 + (a^2 - 8)x + 2$. Знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы.

3.72. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і вылічыце: $\frac{48^2 - 12^2}{89^2 + 31^2 + 89 \cdot 62}$.

3.73. Знайдзіце значэнне выразу $b^3 - 4b^{-2}$, калі $b = -2$.

3.74. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $5a + 5b - 8$, калі $-a - b = 3$;

б) $x + 1 - 6y$, калі $-x + 6y = 8$.

3.75. Спрасціце выраз $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + x - 2$ пры $x < 1$.

3.76. Даўжыня экватара складае каля 40 076 км. Выразіце даўжыню экватара ў метрах, запішыце атрыманы лік у стандартным выглядзе і вызначыце парадак ліку.

3.77. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $m^3 + mn^2 + 13m^2n + 13n^3$; б) $a^2b^2 + 5a^2b - 5ab - ab^2$.

3.78. Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} \frac{3x - 13}{4} \leqslant \frac{x - 1}{4} - \frac{7}{8}, \\ 2 \geqslant \frac{x}{4} + \frac{3 - 2x}{3}. \end{cases}$

3.79. Кліент аператара мабільнай сувязі выбірае адзін з двух тарыфаў. Абодва тарыфы прадугледжваюць штомесячную абаненцкую плату і аплату кожнай мінуты размовы. Па тарыфе A трэба плаціць 15 р. у месяц і 10 к. за мінуту. Па тарыфе B — 10 р. у месяц і 15 к. за мінуту. Які тарыф больш выгадны, калі кліент плануе размаўляць па тэлефоне:

а) 80 мінут у месяц; б) 150 мінут у месяц?

Колькі мінут у месяц трэба размаўляць, каб выніковая сума была аднолькавай для абодвух тарыфаў?

3.80. Спрасціце выраз

$$\left(\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}\right) \cdot \tfrac{1}{7}\sqrt{7} + \sqrt{20}.$$

3.81. (*Задача Л. Эйлера.*) Некаторы чыноўнік купіў коней і быкоў за 1770 талераў. За кожнага каня ён заплаціў па 31 талеры, за кожнага быка — па 21 талеры. Колькі коней і быкоў купіў чыноўнік?

§ 14. Манатоннасць, прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі

3.82. Для функцыі $f(x) = x^2 + 2$ параўнайце:

а) $f(-3)$ і $f(-2)$; б) $f(2)$ і $f(3)$.

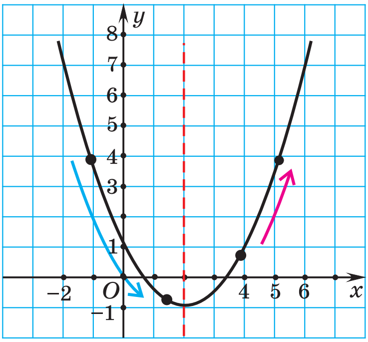
3.83. Для функцыі $f(x) = x^2 - 4$ параўнайце з нулём:

а) $f(-1)$; б) $f(-2)$; в) $f(2)$; г) $f(4)$.

3.84. Ці правільна, што значэнні функцыі $y = f(x)$ дадатныя для ўсіх значэнняў аргумента:

а) $f(x) = x^2 + 1$; б) $f(x) = x^2 - 1$; в) $f(x) = -x^2 + 1$?

Двое сяброў вывучалі ўласцівасці квадратычнай функцыі. Адзін з іх сцвярджаў, што, не выконваючы вылічэнняў, можа даказаць, што $f(5{,}2145) > f(3{,}987)$, а $f(-1{,}23) > (1{,}59)$, калі зададзена функцыя $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$. «Якая ўласцівасць квадратычнай функцыі выкарыстоўваецца?» — зацікавіўся яго сябар.



Рыс. 64

Пабудуем графік функцыі $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$ (рыс. 64).

На восі абсцыс пункт 5,2145 размешчаны справа ад пункта 3,987, і абодва яны размешчаны справа ад пункта 2. Пункты графіка, размешчаныя правей вяршыні (2; –1), з павелічэннем значэнняў абсцыс «паднімаюцца ўверх», дакладней, значэнні ардынат гэтых пунктаў (значэнні функцыі) павялічваюцца з павелічэннем значэнняў аргумента. Паколькі $5{,}2145 > 3{,}987 > 2$, то $f(5{,}2145) > f(3{,}987)$.

Такім чынам, для функцыі $f(x) = 0{,}5(x - 2)^2 - 1$ пры $x > 2$ большаму значэнню аргумента адпавядае большае значэнне функцыі. Гавораць, што дадзеная функцыя нарастае на прамежку $[2; +\infty)$ або што $[2; +\infty)$ — **прамежак нарастання функцыі**.

Азначэнне. Функцыя нарастае на некаторым прамежку, калі **большаму значэнню** аргумента з гэтага прамежку адпавядае **большае значэнне** функцыі.

На прамежку $(-\infty;\ 2]$ пункты графіка «апускаюцца ўніз» пры павелічэнні значэнняў іх абсцыс, г. зн. з павелічэннем значэнняў аргумента на гэтым прамежку значэнні функцыі памяншаюцца.

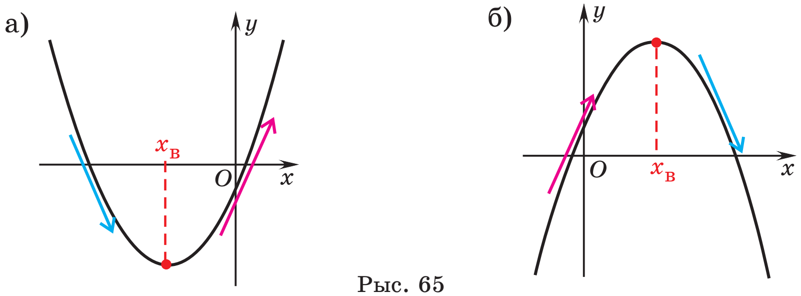
> **Азначэнне. Функцыя спадае** на некаторым прамежку, калі **большаму значэнню** аргумента з гэтага прамежку адпавядае **меншае значэнне** функцыі.

Так, для функцыі $f(x) = 0{,}5(x-2)^2 - 1$ правільна, што $f(-1{,}23) > f(1{,}59)$, паколькі $-1{,}23 < 1{,}59$, а лікі $-1{,}23$ і $1{,}59$ належаць прамежку, на якім функцыя спадае (**прамежку спадання функцыі**).

У агульным выпадку для функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$ маем:

калі $a > 0$ (галіны парабалы накіраваны ўверх), то функцыя спадае на прамежку $(-\infty;\ x_в]$ і нарастае на прамежку $[x_в;\ +\infty)$ (рыс. 65, *а*);

калі $a < 0$ (галіны парабалы накіраваны ўніз), то функцыя спадае на прамежку $[x_в;\ +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty;\ x_в]$ (рыс. 65, *б*).



Рыс. 65

Прыклад. Знайдзіце прамежкі спадання і нарастання квадратычнай функцыі:

а) $f(x) = x^2 - 4x + 3$; б) $f(x) = -x^2 + 5$.

Рашэнне. а) Галіны парабалы накіраваны ўверх, паколькі $a = 1 > 0$. Знойдзем абсцысу вяршыні парабалы: $x_в = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$.

Складзём табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$ 2 $+\infty$
$f(x)$, $a > 0$	↘ ↗

Функцыя $f(x) = x^2 - 4x + 3$ спадае на прамежку $(-\infty;\ 2]$ і нарастае на прамежку $[2;\ +\infty)$.

б) Галіны парабалы накіраваны ўніз ($a = -1 < 0$) і $x_в = 0$. Складзём табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	↗ ↘

Функцыя $f(x) = -x^2 + 5$ спадае на прамежку $[0;\ +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty;\ 0]$.

Каб вызначыць прамежкі нарастання і спадання квадратычнай функцыі, трэба:

① Знайсці абсцысу вяршыні парабалы $x_в = -\dfrac{b}{2a}$.

② Вызначыць знак першага каэфіцыента.

③ Запоўніць табліцу змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента.

x	$-\infty$ $x_в$ $+\infty$
$f(x)$, $a > 0$	↘ ↗

або

x	$-\infty$ $x_в$ $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	↗ ↘

④ Запісаць адказ.
(Калі $a > 0$, то функцыя спадае на прамежку $(-\infty;\ x_в]$ і нарастае на прамежку $[x_в;\ +\infty)$;
калі $a < 0$, то функцыя спадае на прамежку $[x_в;\ +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty;\ x_в]$.)

Знайдзіце прамежкі нарастання і спадання квадратычнай функцыі

$$y = -2x^2 - 6x + 8.$$

① $x_в = -\dfrac{-6}{2 \cdot (-2)} = -1{,}5.$

② $a = -2 < 0.$

③

x	$-\infty$ $-1{,}5$ $+\infty$
$f(x)$, $a < 0$	↗ ↘

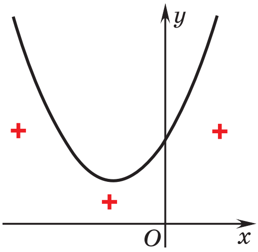
④ *Адказ*: прамежак нарастання $(-\infty;\ -1{,}5]$;

прамежак спадання $[-1{,}5;\ +\infty)$.

Прамежкі спадання і нарастання функцыі называюцца прамежкамі манатоннасці функцыі.

Прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі

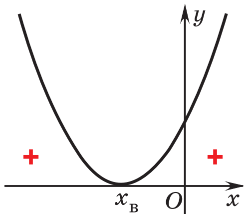
Для таго каб вызначыць, на якім прамежку значэнні квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$ дадатныя, а на якім адмоўныя, выкарыстаем яе схематычны відарыс.



Рыс. 66

Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 66, прымае толькі дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, паколькі пры ўсіх $x \in \boldsymbol{R}$ графік гэтай функцыі размешчаны вышэй за вось абсцыс, г. зн.

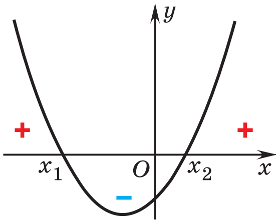
$$y > 0 \text{ пры } x \in (-\infty; +\infty).$$



Рыс. 67

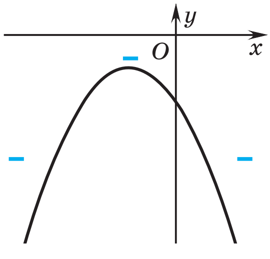
Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 67, прымае толькі дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, акрамя $x = x_в$, паколькі пры ўсіх $x \neq x_в$ графік функцыі размешчаны вышэй за вось абсцыс. Значыць,

$$y > 0 \text{ пры } x \in (-\infty; x_в) \cup (x_в; +\infty).$$



Рыс. 68

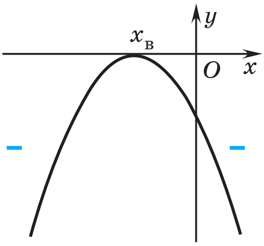
Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 68, прымае дадатныя значэнні на прамежках $(-\infty; x_1)$ і $(x_2; +\infty)$, адмоўныя значэнні — паміж нулямі функцыі, г. зн. на прамежку $(x_1; x_2)$.



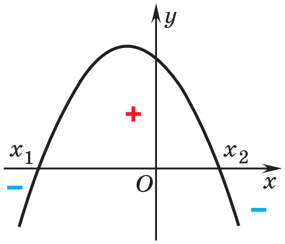
Рыс. 69

Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 69, прымае толькі адмоўныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, паколькі пры ўсіх $x \in \boldsymbol{R}$ графік гэтай функцыі размешчаны ніжэй за вось абсцыс, г. зн.

$$y < 0 \text{ пры } x \in (-\infty; +\infty).$$



Рыс. 70



Рыс. 71

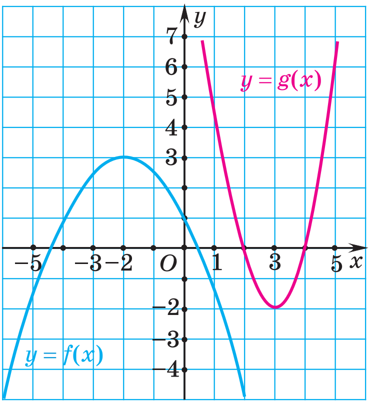
Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 70, прымае толькі адмоўныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, акрамя $x = x_{\text{в}}$, паколькі пры ўсіх $x \neq x_{\text{в}}$ графік функцыі размешчаны ніжэй за вось абсцыс. Значыць,

$$y < 0 \text{ пры } x \in (-\infty;\ x_{\text{в}}) \cup (x_{\text{в}};\ +\infty).$$

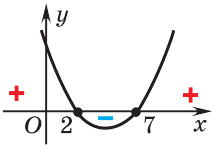
Квадратычная функцыя, графік якой паказаны на рысунку 71, прымае дадатныя значэнні паміж нулямі функцыі, г. зн. на прамежку $(x_1;\ x_2)$. Адмоўныя значэнні гэта функцыя прымае на прамежках $(-\infty;\ x_1)$ і $(x_2;\ +\infty)$.

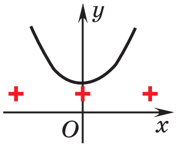
Прамежкі, на якіх функцыя прымае толькі дадатныя або толькі адмоўныя значэнні, называюцца прамежкамі знакапастаянства функцыі.

<table>
<tr><th colspan="2">Манатоннасць квадратычнай функцыі</th></tr>
<tr>
<td>Знайдзіце прамежкі нарастання і спадання функцыі $y = x^2 - 4x + 3$.</td>
<td>① Знойдзем абсцысу вяршыні парабалы:
$x_{\text{в}} = -\frac{-4}{2} = 2.$
② Вызначым знак першага каэфіцыента: $a = 1 > 0$.
③
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$,
$a > 0$</td><td>↘ ↗</td></tr>
</table>
④ *Адказ*: функцыя нарастае на прамежку $[2;\ +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty;\ 2]$.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Знайдзіце прамежкі манатоннасці функцыі
$y = -5(x+7)^2+1$.</td>
<td>① $x_в = -7$.
② $a = -5 < 0$.
③
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ -7 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$,
$a < 0$</td><td>↗ ↘</td></tr>
</table>
④ *Адказ*: функцыя спадае на прамежку $[-7; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; -7]$.</td>
</tr>
<tr>
<td>На рысунку 72 паказаны графікі функцый $y = f(x)$ і $y = g(x)$. Вызначыце прамежкі нарастання і спадання гэтых функцый.


Рыс. 72</td>
<td>Функцыі $y = f(x)$ адпавядае парабала, галіны якой накіраваны ўніз. Абсцыса вяршыні парабалы роўна $x_в = -2$. Гэта функцыя нарастае на прамежку $(-\infty; -2]$ і спадае на прамежку $[-2; +\infty)$.
Парабала, галіны якой накіраваны ўверх, адпавядае функцыі $y = g(x)$. Паколькі $x_в = 3$, то функцыя нарастае на прамежку $[3; +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty; 3]$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Дадзена функцыя
$f(x) = -7(x-5)^2 - 1$.
Не выконваючы вылічэнняў, размясціце ў парадку нарастання:
а) $f(9{,}8)$; $f(6{,}2)$; $f(5{,}6)$;
б) $f(-1{,}2)$; $f(2{,}8)$; $f(4{,}9)$.</td>
<td>Функцыя $f(x) = -7(x-5)^2 - 1$ спадае на прамежку $[5; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; 5]$.
а) Лікі 9,8; 6,2 і 5,6 належаць прамежку спадання функцыі, таму з таго, што $9{,}8 > 6{,}2 > 5{,}6$, вынікае $f(9{,}8) < f(6{,}2) < f(5{,}6)$.</td>
</tr>
</table>

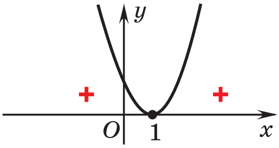
<table>
<tr><td></td><td>б) Лікі –1,2; 2,8 і 4,9 належаць прамежку нарастання функцыі, таму з таго, што $-1{,}2 < 2{,}8 < 4{,}9$, вынікае $f(-1{,}2) < f(2{,}8) < f(4{,}9)$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі</td></tr>
<tr><td>Вызначыце прамежкі знакапастаянства функцыі:
а) $y = x^2 - 9x + 14$;
б) $y = x^2 + 4$;
в) $y = (x - 1)^2$.</td><td>а) Пабудуем схему графіка функцыі $y = x^2 - 9x + 14$. Для гэтага вызначым нулі функцыі, г. зн. рэшым ураўненне $x^2 - 9x + 14 = 0$. Карані ўраўнення: $x_1 = 2$; $x_2 = 7$.
Паколькі $a = 1$, то галіны парабалы накіраваны ўверх.


Адмоўныя значэнні функцыя прымае паміж нулямі функцыі, г. зн. на прамежку (2; 7). Дадатныя значэнні функцыя прымае на прамежках (–∞; 2) і (7; +∞).
б) Пабудуем схему графіка функцыі $y = x^2 + 4$. Графік не перасякае вось абсцыс, галіны парабалы накіраваны ўверх.


Функцыя прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента $x \in \boldsymbol{R}$.</td></tr>
</table>

в) Пабудуем схему графіка функцыі $y=(x-1)^2$.

Графік функцыі мае з воссю абсцыс толькі адзін агульны пункт $x=1$, галіны парабалы накіраваны ўверх.



Функцыя прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента, акрамя $x=1$, г. зн. $y>0$ пры $x \in (-\infty;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$.

Суаднясіце табліцы змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента з функцыямі:

а) $f(x)=-3(x+1)^2+2$;   б) $g(x)=3(x-1)^2+2$;   в) $h(x)=3(x-2)^2+1$.

1)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
	↘		↗

2)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
	↗		↘

3)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
	↘		↗

Якія з дадзеных функцый прымаюць толькі дадатныя значэнні?

3.85. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце функцыю, якая нарастае на прамежку $(-\infty;\ 5]$:

а) $f(x) = (x-5)^2 + 3$;   б) $f(x) = (x-3)^2 + 5$;

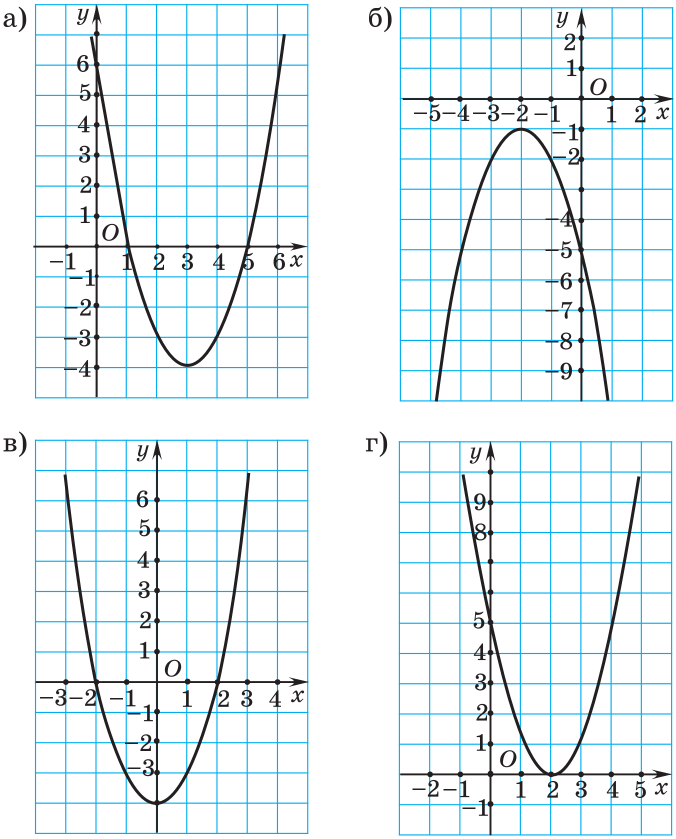
в) $f(x) = -(x-5)^2 + 3$;   г) $f(x) = -(x-3)^2 + 5$.

3.86. Знайдзіце прамежкі нарастання і спадання квадратычнай функцыі, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $y = x^2 - 6x + 4$;   б) $y = -x^2 + 8x - 1$;

в) $y = 4x^2 + 12x - 5$;   г) $y = -3x^2 - 6x + 8$;

д) $y = 9x^2 - 6x$;   е) $y = -5x^2 + 7$.



Рыс. 73

3.87. Складзіце табліцы змянення функцыі ў залежнасці ад змянення значэнняў аргумента для квадратычных функцый, графікі якіх паказаны на рысунку 73.

3.88. Прывядзіце па два прыклады квадратычных функцый, якія:

а) спадаюць на прамежку [8; +∞) і нарастаюць на прамежку (−∞; 8];

б) нарастаюць на прамежку [−5; +∞) і спадаюць на прамежку (−∞; −5].

3.89. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце яе прамежкі манатоннасці:

а) $y = (x - 6)^2 - 1$; б) $y = -2x^2 - 4x + 16$;

в) $y = (x - 1)(x + 5)$; г) $y = -x^2 + 6x$.

Ці можна знайсці прамежкі манатоннасці квадратычнай функцыі, не выконваючы пабудову графіка?

3.90. Вядома, што квадратычная функцыя $y = f(x)$ спадае на прамежку $[3; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; 3]$. Запішыце ўраўненне восі сіметрыі графіка функцыі $y = f(x)$.

3.91. Прамая $x = -4$ — вось сіметрыі парабалы, якая з’яўляецца графікам квадратычнай функцыі $y = f(x)$. Вядома, што галіны парабалы накіраваны ўніз. Знайдзіце прамежкі манатоннасці функцыі $y = f(x)$.

3.92. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі:

а) $y = (x - 7)^2$; б) $y = -2x^2 + 8$; в) $y = -3(x + 2)^2$.

Знайдзіце прамежак спадання функцыі.

3.93. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце ўсе функцыі, якія нарастаюць на прамежку $(-\infty; 2]$:

а) $y = (x - 2)^2 - 1$; б) $y = -7(x - 2)^2 + 4$;

в) $y = -5x^2 + 20x + 3$; г) $y = -x^2 - 2$;

д) $y = x^2 - 2x - 7$; е) $y = -6x^2 + 12$.

Прыдумайце прыклады квадратычных функцый, якія спадаюць на прамежку $(-\infty; -2]$.

3.94. Дадзена функцыя $f(x) = (x + 6)^2 - 8$. Не выконваючы вылічэнняў, параўнайце:

а) $f(3)$ і $f(5{,}2)$; б) $f(-9)$ і $f(-7)$;

в) $f(-5{,}23)$ і $f(-4{,}72)$; г) $f(-\sqrt{65})$ і $f(-\sqrt{45})$.

3.95. Дадзена функцыя

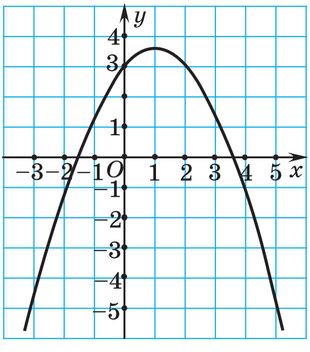
$$g(x) = -x^2 + 8x - 1.$$

Не выконваючы вылічэнняў, размясціце ў парадку спадання:

а) $f(5); f(6{,}2)$ і $f(7{,}4)$;

б) $f(-2); f(1{,}8)$ і $f(-3{,}7)$.

3.96. На рысунку 74 паказаны графік квадратычнай функцыі $y = f(x)$. Ці правільна, што $f(3) > 0$, $f(-1) < 0$, $f(0) = 0$, $f(5) < 0$? Вызначыце некалькі значэнняў аргумента, пры якіх $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.



Рыс. 74

3.97. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства функцыі:

а) $y = x^2 - 8x + 7$; б) $y = -2x^2 + 5x - 2$;

в) $y = x^2 + 8x + 16$; г) $y = -3x^2 + x - 5$;

д) $y = -9x^2 - 6x - 1$; е) $y = 2x^2 + 9$.

3.98. Знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні:

а) $y = -(x - 8)^2 + 16$; б) $y = (3x - 1)(x + 5)$;

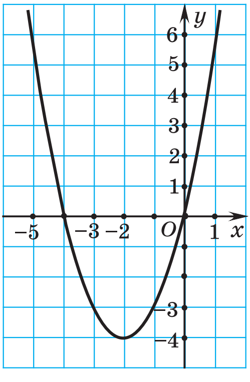
в) $y = -x^2 + 9$; г) $y = x(x + 5)$.

3.99. Прыдумайце прыклад квадратычнай функцыі, якая прымае дадатныя значэнні толькі на: а) прамежку (–3; 3); б) прамежку (–1; 5); в) прамежках (–∞; 1) і (6; +∞).

3.100. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y = -x^2 + 4$. Знайдзіце: а) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні; б) прамежак, на якім функцыя спадае.

3.101. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $f(x) = 2x^2 + 6x$. Знайдзіце: а) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні; б) прамежак нарастання функцыі; в) мноства значэнняў функцыі; г) усе значэнні аргумента, для якіх выконваецца няроўнасць $f(x) \leqslant 0$.

3.102. На рысунку 75 паказаны графік квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$. Запішыце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найменшае значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.



Рыс. 75

3.103. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ і назавіце:

а) абсяг вызначэння функцыі;

б) мноства значэнняў функцыі;

в) найменшае значэнне функцыі;

г) ураўненне восі сіметрыі парабалы;

д) нулі функцыі;

е) прамежкі знакапастаянства функцыі;

ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.104. Прыдумайце прыклад квадратычнай функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$, якая нарастае на прамежку $[1; +\infty)$ і прымае дадатныя значэнні пры ўсіх значэннях аргумента.

3.105. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y = -2(x+1)^2 + 8$ і назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найбольшае значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.106. Прыдумайце прыклад квадратычнай функцыі $g(x) = ax^2 + bx + c$, якая мае найменшае значэнне ў пункце $A\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ і прымае адмоўныя значэнні на прамежку (–3; 4).

3.107. Вядома, што галіны парабалы $y = ax^2 + bx + c$ накіраваны ўніз, а нулямі функцыі з'яўляюцца лікі 8 і 32. Знайдзіце: а) прамежкі знакапастаянства функцыі; б) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.108*. Знайдзіце, пры якім значэнні ліку n функцыя $y = -3x^2 + x + n$ прымае толькі адмоўныя значэнні.

3.109*. Вядома, што функцыя $y = 10x^2 + mx + k$ не мае нулёў. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства функцыі.

3.110*. Знайдзіце, пры якім значэнні b прамежак $(-\infty; -2]$ з'яўляецца прамежкам спадання функцыі $y = 3x^2 + bx - 11$.

3.111*. Прамая $x = -1$ з'яўляецца воссю сіметрыі парабалы $f(x) = ax^2 + (a^2 - 8)x - 2$, галіны якой накіраваны ўніз. Знайдзіце прамежкі манатоннасці і прамежкі знакапастаянства функцыі $y = f(x)$.

3.112*. Пры якім значэнні ліку a графік квадратычнай функцыі $y = ax^2 - 4x + 5$ датыкаецца да восі абсцыс?

3.113*. Пры якім значэнні ліку a адзін з пунктаў перасячэння парабалы $y = x^2 + (a-4)x + a - 4$ з воссю абсцыс ляжыць справа ад пачатку каардынат, а другі — злева?

3.114. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце функцыю, якая спадае на прамежку $(-\infty;\ 7]$:

а) $f(x) = (x-2)^2 - 7$; б) $f(x) = (x-7)^2 + 2$;

в) $f(x) = -(x-7)^2 + 2$; г) $f(x) = (x+7)^2 - 3$.

3.115. Знайдзіце прамежкі нарастання і спадання квадратычнай функцыі, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $y = x^2 + 10x - 3$; б) $y = -5x^2 - 15x + 7$;

в) $y = 4x^2 - 5$; г) $y = -8x^2 + 2x$.

3.116. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце яе прамежкі манатоннасці:

а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = -2(x+3)^2 + 8$;

в) $y = (x-3)(x+1)$; г) $y = -x^2 + 4x$.

3.117. Вядома, што квадратычная функцыя $y = f(x)$ спадае на прамежку $(-\infty;\ -6]$ і нарастае на прамежку $[-6;\ +\infty)$. Запішыце ўраўненне восі сіметрыі графіка функцыі $y = f(x)$.

3.118. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі і знайдзіце прамежак нарастання функцыі:

а) $y = (x+2)^2$; б) $y = -x^2 + 1$; в) $y = -2(x-3)^2$.

3.119. Сярод дадзеных квадратычных функцый выберыце ўсе функцыі, якія спадаюць на прамежку $[-1;\ +\infty)$:

а) $y = (x-1)^2 - 2$; б) $y = -(x+1)^2 + 3$;

в) $y = -x^2 + 1$; г) $y = -x^2 - 2x - 6$.

Прыдумайце прыклад квадратычнай функцыі, якая нарастае на прамежку $(-\infty;\ 1]$.

3.120. Дадзена функцыя $f(x) = (x-4)^2 + 5$. Не выконваючы вылічэнняў, параўнайце:

а) $f(5)$ і $f(6)$; б) $f(2)$ і $f(3)$; в) $f(-2{,}4)$ і $f(3{,}75)$.

3.121. Дадзена функцыя $g(x) = -3x^2 - 12x + 2$. Не выконваючы вылічэнняў, размясціце ў парадку нарастання:

а) $g(-3)$; $g(-4{,}8)$ і $g(-6{,}5)$; б) $g(10)$; $g(18)$ і $g(15)$.

3.122. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства функцыі:

а) $y = x^2 + 2x - 8$; б) $y = -3x^2 + 10x - 3$;

в) $y = x^2 - 4x + 4$; г) $y = -2x^2 + 3x - 7$.

3.123. Знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні:

а) $y = (x-1)^2 - 9$; б) $y = (x+9)(3-2x)$;

в) $y = x^2 - 4$; г) $y = x(5-x)$.

3.124. Прыдумайце прыклад квадратычнай функцыі, якая прымае адмоўныя значэнні толькі на: а) прамежку $(-5; 5)$; б) прамежках $(-\infty; 4)$ і $(7; +\infty)$.

3.125. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y=-x^2+2x$. Знайдзіце: а) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні; б) прамежак, на якім функцыя нарастае.

3.126. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y=\frac{1}{2}x^2-x-4$ і запішыце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найменшае значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.127. Пабудуйце графік квадратычнай функцыі $y=-(x-5)^2+1$ і запішыце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найбольшае значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

3.128*. Знайдзіце, пры якім значэнні ліку m функцыя $y=2x^2-3x+m$ прымае толькі дадатныя значэнні.

* * *

3.129. Выканайце дзеянні: $1\frac{5}{36}+0{,}07:(0{,}85\cdot 0{,}4-0{,}4)$.

3.130. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\frac{5^{13}\cdot(5^{10})^2}{5^{31}}$; б) $\frac{12^8}{27^2\cdot 2^{15}}$.

3.131. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{14}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{11}{5-\sqrt{3}}$.

3.132. Рашыце няроўнасць $(0{,}2x-3)^2 \geqslant (0{,}1x+6)(0{,}4x-1)$.

3.133. Крама закупіла на аптовай базе 100 кг сліў па цане 3 р. за кілаграм. Падчас сартавання высветлілася, што 10 % пладоў страціла таварны від. Якую мінімальную рознічную цану павінна ўстанавіць крама на слівы, каб атрымаць не менш за 20 % прыбытку?

§ 15. Квадратныя няроўнасці

3.134. Рашыце няроўнасць:

а) $2x - 6 \leqslant 0$; б) $-7x - 4 > 2$; в) $8 + 2{,}5x > 0$.

3.135. Пры якім значэнні аргумента значэнні функцыі $y = 2x - 6$: а) дадатныя; б) адмоўныя; в) недадатныя?

3.136. Калі для значэнняў аргумента з некаторага інтэрвалу функцыя прымае толькі дадатныя значэнні, то:

а) графік функцыі на гэтым інтэрвале размешчаны вышэй за вось абсцыс;

б) графік функцыі на гэтым інтэрвале размешчаны правей за вось ардынат;

в) размяшчэнне графіка нельга вызначыць.

Выберыце правільны адказ.

Разгледзім задачу. Фірма вырабляе растваральнік, максімальная сутачная вытворчасць 1500 л. Калі выраблявецца x сотняў літраў растваральніку ў дзень, сабекошт прадукцыі разлічваецца па формуле $C(x) = x^2 - 8x + 64$. Вызначыце аб'ём вытворчасці растваральніку, пры якім яго сабекошт не перавышае 57 р. за 100 літраў.

Паколькі кожнаму значэнню аргумента x, які не перавышае 1500 л, адпавядае значэнне $C(x)$, а па ўмове патрабуецца знайсці такія значэнні x, пры якіх сабекошт не перавышае 57 р. за 100 літраў, то трэба рашыць няроўнасць $C(x) \leqslant 57$, або $x^2 - 8x + 64 \leqslant 57$, або $x^2 - 8x + 7 \leqslant 0$. Атрыманая няроўнасць — **квадратная**.

Няроўнасці выгляду $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geqslant 0$, $ax^2 + bx + c \leqslant 0$, дзе $a \neq 0$, называюцца квадратнымі.

Для таго каб знайсці значэнні зменнай, пры якіх трохчлен $ax^2 + bx + c$ прымае дадатныя, адмоўныя, недадатныя або неадмоўныя значэнні, г. зн. рашыць квадратную няроўнасць, можна выкарыстаць уласцівасці функцыі $y = ax^2 + bx + c$.

Для рашэння квадратнай няроўнасці дастаткова пабудаваць схему графіка функцыі $y = ax^2 + bx + c$, вызначыўшы яе нулі.

Разгледзім прыклады рашэння квадратных няроўнасцей.

Квадратныя няроўнасці

$3x^2 - 10x + 3 > 0$

$x^2 - 5 < 0$

$x^2 + 6x \geqslant 0$

$4x^2 - 4x + 1 \leqslant 0$

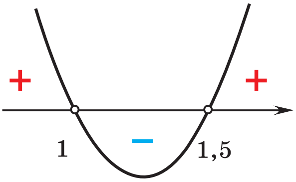
Рэшым няроўнасць $2x^2 - 5x + 3 > 0$.

Для рашэння няроўнасці дастаткова ведаць размяшчэнне пунктаў графіка квадратычнай функцыі $y = ax^2 + bx + c$ адносна восі абсцыс. Таму знойдзем нулі функцыі: $2x^2 - 5x + 3 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 1{,}5$. Адзначым іх на восі абсцыс.

Вызначым напрамак галін парабалы: $a = 2 > 0$ — галіны накіраваны ўверх.

Пабудуем схему графіка функцыі і вызначым, пры якіх значэннях аргумента парабала ляжыць вышэй за вось абсцыс, г. зн. $2x^2 - 5x + 3 > 0$ (рыс. 76). Атрымаем рашэнне няроўнасці:

$$x \in (-\infty;\ 1) \cup (1{,}5;\ +\infty).$$



Рыс. 76

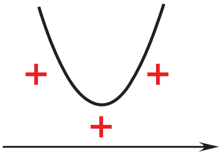
Адказ: $x \in (-\infty;\ 1) \cup (1{,}5;\ +\infty)$.

Рэшым няроўнасць $-2x^2 + 5x - 3 > 0$. Памножым абедзве часткі няроўнасці на (–1) і атрымаем раўназначную няроўнасць $2x^2 - 5x + 3 < 0$.

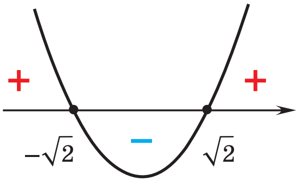
Выкарыстаем схему графіка функцыі $y = 2x^2 - 5x + 3$ і вызначым, пры якіх значэннях аргумента парабала ляжыць ніжэй за вось абсцыс (гл. рыс. 76). Рашэннем няроўнасці $2x^2 - 5x + 3 < 0$ з'яўляецца прамежак $(1;\ 1{,}5)$.

Адказ: $x \in (1;\ 1{,}5)$.

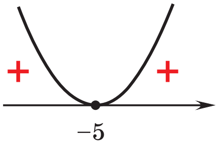
Для рашэння няроўнасці $-x^2 + 3x - 4 > 0$ памножым абедзве яе часткі на –1, атрымаем раўназначную няроўнасць $x^2 - 3x + 4 < 0$. Пабудуем схему графіка функцыі $y = x^2 - 3x + 4$ і вызначым, пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі $y = x^2 - 3x + 4$ адмоўныя, г. зн. пры якіх значэннях аргумента парабала ляжыць ніжэй за вось абсцыс. Галіны парабалы накіраваны ўверх. Дыскрымінант ураўнення $x^2 - 3x + 4 = 0$ адмоўны, значыць, графік функцыі не перасякае вось абсцыс



Рыс. 77



Рыс. 78



Рыс. 79

(рыс. 77), парабала ляжыць вышэй за яе і пры ўсіх значэннях аргумента значэнні функцыі дадатныя. Такім чынам, няроўнасць $x^2 - 3x + 4 < 0$ не мае рашэнняў.

Адказ: $x \in \varnothing$.

Рэшым няроўнасць $3x^2 - 6 \geqslant 0$. Пабудуем схему графіка функцыі $y = 3x^2 - 6$. Нулі функцыі: $x_1 = -\sqrt{2}$, $x_2 = \sqrt{2}$, галіны парабалы накіраваны ўверх. Парабала (рыс. 78) ляжыць не ніжэй за вось абсцыс пры $x \in \left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$. Значыць, аб'яднанне гэтых прамежкаў з'яўляецца рашэннем няроўнасці.

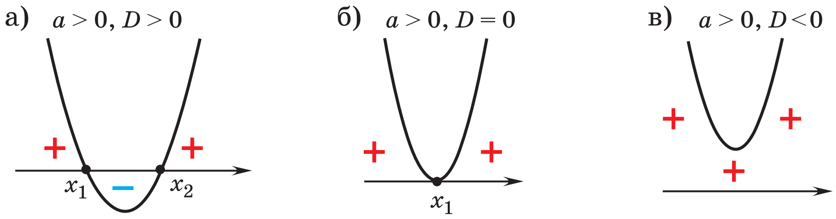
Адказ: $x \in \left(-\infty; -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}; +\infty\right)$.

Рэшым няроўнасць $(x + 5)^2 \leqslant 0$. Пабудуем схему графіка функцыі $y = (x + 5)^2$. Нуль функцыі $x = -5$, галіны парабалы накіраваны ўверх (рыс. 79). Няроўнасць $(x + 5)^2 \leqslant 0$ задавальняе толькі адно значэнне зменнай $x = -5$.

Адказ: $x \in \{-5\}$.

Такім чынам, для таго каб рашыць квадратную няроўнасць, дастаткова пабудаваць схематычны відарыс графіка функцыі $f(x) = ax^2 + bx + c$ (рыс. 80) і ў адпаведнасці са знакам няроўнасці прааналізаваць размяшчэнне графіка гэтай функцыі адносна восі абсцыс.

Калі ў квадратнай няроўнасці першы каэфіцыент адмоўны, то, памножыўшы абедзве часткі няроўнасці на −1, можна перайсці да раўназначнай няроўнасці.



Рыс. 80

Каб рашыць квадратную няроўнасць, можна:

① Пабудаваць схему графіка функцыі $y = ax^2 + bx + c$.

② У адпаведнасці са знакам няроўнасці вызначыць значэнні зменнай x, якія задавальняюць няроўнасць.

③ Запісаць адказ.

Рашыце няроўнасць

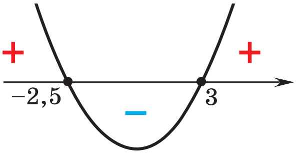
$$2x^2 - x - 15 \leqslant 0.$$

① Нулі функцыі

$$y = 2x^2 - x - 15:$$

$$x_1 = 3,\ x_2 = -2{,}5.$$

Галіны парабалы накіраваны ўверх ($a = 2 > 0$).



② Адмоўныя значэнні функцыя $y = 2x^2 - x - 15$ прымае паміж нулямі.

Паколькі дадзеная няроўнасць нястрогая, рашэннем няроўнасці з'яўляецца адрэзак $[-2{,}5;\ 3]$.

③ *Адказ*: $x \in [-2{,}5;\ 3]$.

Рашэнне квадратных няроўнасцей

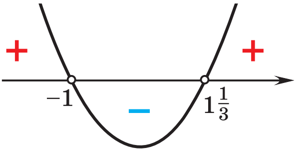
Выкарыстаўшы алгарытм, рашыце няроўнасць $-3x^2 + x + 4 < 0$.

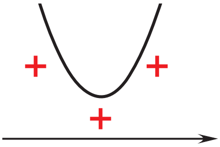
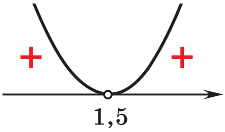
Памножым абедзве часткі няроўнасці на -1, атрымаем раўназначную няроўнасць $3x^2 - x - 4 > 0$.

① Знойдзем нулі функцыі $y = 3x^2 - x - 4$:

$$x_1 = -1,\ x_2 = 1\frac{1}{3}.$$

Галіны парабалы накіраваны ўверх ($a = 3 > 0$).



	② Дадатныя значэнні функцыя $y = 3x^2 - x - 4$ прымае злева ад меншага кораня або справа ад большага. ③ *Адказ*: $x \in (-\infty;\ -1) \cup \left(1\frac{1}{3};\ +\infty\right)$.
Рашыце няроўнасць: а) $x^2 + 3 > 0$; б) $4x^2 - 12x + 9 > 0$.	а) ① Ураўненне $x^2 + 3 = 0$ не мае каранёў, г. зн. функцыя $y = x^2 + 3$ не мае нулёў. Галіны парабалы накіраваны ўверх.  ② Дадатныя значэнні функцыя $y = x^2 + 3$ прымае пры ўсіх значэннях аргумента. ③ *Адказ*: $x \in \boldsymbol{R}$. б) ① Знойдзем нулі функцыі $y = 4x^2 - 12x + 9$: $4x^2 - 12x + 9 = 0$; $(2x - 3)^2 = 0$; $x = 1{,}5$. Галіны парабалы накіраваны ўверх.  ② Дадатныя значэнні функцыя прымае пры ўсіх значэннях x, акрамя $x = 1{,}5$. ③ *Адказ*: $x \in (-\infty;\ 1{,}5) \cup (1{,}5;\ +\infty)$.

1. Калі парабала $y = ax^2 + bx + c$ размешчана вышэй за вось абсцыс, то няроўнасць $ax^2 + bx + c \leqslant 0$:

а) мае адно рашэнне;
б) не мае рашэнняў;
в) мае бясконца многа рашэнняў.
Выберыце правільны адказ.

2. Калі галіны парабалы $y = ax^2 + bx + c$ накіраваны ўверх, то няроўнасць $ax^2 + bx + c > 0$ можа:

а) мець адно рашэнне;
б) не мець рашэнняў;
в) мець бясконца многа рашэнняў.
Выберыце правільны адказ.

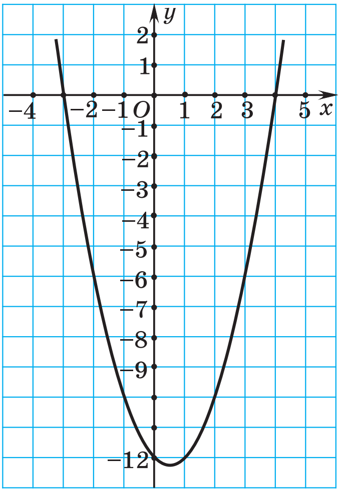
3.137. Выкарыстаўшы азначэнне квадратнай няроўнасці, сярод дадзеных няроўнасцей выберыце квадратныя:

а) $8x^2 + 5x - 4 \leqslant 0$;   б) $-3x^2 + 9x - 1 > 0$;
в) $x^2 + 7 \geqslant 0$;   г) $6x + 25 \leqslant 0$;
д) $-10x^2 + 7x < 0$;   е) $18 - x > 0$.

Прыдумайце па два прыклады строгіх і нястрогіх квадратных няроўнасцей.

3.138. На рысунку 81 паказаны графік функцыі $y = x^2 - x - 12$. Рашыце няроўнасць:

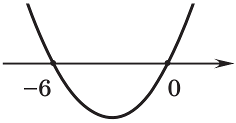
а) $x^2 - x - 12 > 0$;
б) $x^2 - x - 12 \geqslant 0$;
в) $x^2 - x - 12 < 0$;
г) $x^2 - x - 12 \leqslant 0$.



Рыс. 81

3.139. Выкарыстаўшы схему графіка функцыі $y = x^2 + 6x$, паказаную на рысунку 82, рашыце няроўнасць:

а) $x^2 + 6x > 0$;   б) $x^2 + 6x \geqslant 0$;
в) $x^2 + 6x < 0$;   г) $x^2 + 6x \leqslant 0$.



Рыс. 82

3.140. Рашыце квадратную няроўнасць, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $x^2 + 5x - 6 > 0$;
б) $x^2 + 2x - 8 < 0$;

в) $6x^2 + x \geqslant 0$; г) $x^2 - 25 \leqslant 0$;
д) $x^2 - 14x + 49 > 0$; е) $9x^2 - 30x + 25 < 0$;
ж) $4x^2 + 4x + 1 \geqslant 0$; з) $x^2 - x + \frac{1}{4} \leqslant 0$;
і) $2x^2 - 7x + 7 > 0$; к) $5x^2 - x + 7 < 0$;
л) $8x^2 - 3x + 5 \geqslant 0$; м) $3x^2 - 2x + 9 \leqslant 0$.

3.141. Рашыце квадратную няроўнасць:

а) $-3x^2 + 5x + 8 \geqslant 0$; б) $-x^2 + 6x - 8 < 0$;
в) $-5x^2 - 6x + 8 \geqslant 0$; г) $-x^2 - 6x - 9 < 0$.

3.142. Прывядзіце прыклад квадратнай няроўнасці, рашэннем якой з’яўляюцца ўсе лікі.

3.143. Рашыце квадратную няроўнасць:

а) $x^2 - 9 > 0$; б) $4 - x^2 > 0$; в) $-x^2 + 15 \leqslant 0$;
г) $x^2 + 9 > 0$; д) $-2x^2 - 7 \geqslant 0$; е) $8x^2 - 2 > 0$;
ж) $5x^2 \leqslant 0$; з) $-7x^2 < 0$; і) $-3x^2 \leqslant 0$.

3.144. Знайдзіце ўсе значэнні зменнай, пры якіх двухчлен:

а) $-x^2 + 16$ прымае недадатныя значэнні;

б) $-5x^2 - 8$ прымае адмоўныя значэнні.

3.145. Рашыце квадратную няроўнасць:

а) $x^2 - 5x < 0$; б) $x^2 + x \geqslant 0$; в) $8x - x^2 > 0$;
г) $x - x^2 \leqslant 0$; д) $2x^2 - 18x \geqslant 0$; е) $0{,}3x + 9x^2 \leqslant 0$;
ж) $3x - 5x^2 < 0$; з) $x - 9x^2 \geqslant 0$; і) $2x - 0{,}1x^2 > 0$.

3.146. Знайдзіце ўсе цэлыя рашэнні няроўнасці:

а) $x^2 + 3x \leqslant 0$; б) $5x^2 + x - 4 \leqslant 0$;
в) $13 - x^2 > 0$; г) $3 + x - 0{,}25x^2 > 0$.

3.147. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх функцыя:

а) $y = -3x^2 + 7x - 4$ прымае адмоўныя значэнні;

б) $y = 5x - x^2 - 4$ прымае неадмоўныя значэнні;

в) $y = 9x - 2x^2$ прымае дадатныя значэнні.

3.148. Прыдумайце прыклад квадратнай няроўнасці, рашэннем якой з’яўляецца:

а) прамежак $[-3; 3]$;

б) лік 8.

3.149. Рашыце няроўнасць:

а) $-10x^2 \leqslant -9x - 1$; б) $x^2 > 4$; в) $x^2 \geqslant -6x$;
г) $4x^2 + 1 > 4x$; д) $3x + 2 \leqslant 2x^2$; е) $2x^2 \geqslant 14$;
ж) $3x + 6 < -4x^2$; з) $x \geqslant x^2$; і) $-x \leqslant 3x^2$.

3.150. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнні трохчлена:

а) $4x^2 + 3x + 5$ не перавышаюць 6;
б) $\frac{1}{3}x^2 - x + 8$ большыя за 8;
в) $-3x^2 + 8x + 6$ не меншыя за $-\frac{2}{3}$.

3.151. Рашыце няроўнасць:

а) $x^2 - 2x - 5 < 0$; б) $-6x^2 \leqslant x - 3$;
в) $2x^2 - 3 > 4x$; г) $8x + 3 \geqslant x^2$.

3.152. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае сэнс выраз:

а) $\sqrt{2 + x - x^2}$; б) $\sqrt{8x^2 - x}$;
в) $\sqrt{45 - 9x^2}$; г) $\sqrt{5x - 2x^2 - 2}$.

3.153. Прыдумайце два прыклады квадратных няроўнасцей, якія не маюць рашэння.

3.154. Рашыце няроўнасць:

а) $2x^2 + 6x - 1 > x^2 - 2x - 16$;
б) $5x^2 - 12x \leqslant x^2 + 8x - 25$;
в) $12x^2 + 15 \geqslant 11x^2 + 7x - 6$;
г) $2x^2 + 4x - 2 > 5x^2 - 9x + 8$.

3.155. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнні выразу:

а) $3x^2 + 30x + 10$ большыя за значэнні выразу $x - x^2 + 3$;

б) $13x^2 - x + 9$ не перавышаюць значэнняў выразу $7x^2 + 18x - 6$.

3.156. Рашыце няроўнасць:

а) $(x + 3)^2 > 4$; б) $(2x - 1)^2 \leqslant 9$;
в) $36 < (x - 6)^2$; г) $(3x + 2)^2 \geqslant 25$.

3.157. На дачным участку плануюць пабудаваць аднапавярховы дом прамавугольнай формы, даўжыня якога на 6 м большая за шырыню. Знайдзіце, якую шырыню павінен мець дом, каб яго плошча была не меншая за 72 м^2.

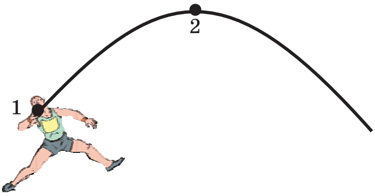
3.158. Выканайце неабходныя тоесныя пераўтварэнні і рашыце няроўнасць:

а) $2x(x-1) < 3(x+1)$;
б) $x(x+1) \geqslant 2(1-2x-x^2)$;
в) $(x-8)(x+5) \geqslant -40$;
г) $(x-1)(2x+3) < 3$;
д) $(x-8)(x+2) \leqslant -6x$;
е) $(2-x)(3x+1) < 5x-1$.

3.159. Вызначыце, ці існуюць такія значэнні аргумента, пры якіх функцыя $y = x^2 - 12x + 40$ прымае значэнні, меншыя за 5.

3.160. Знайдзіце найменшае і найбольшае цэлыя рашэнні няроўнасці:

а) $(3x+1)(5x-2) \leqslant 12x^2 + 7x + 1$;
б) $(4x-1)(x+7) < 2x^2 + 29x - 3$;
в) $(x+4)(2x-3) \geqslant (5x-6)(x-3) + 10$;
г) $(x-4)(3x+1) - (2x-6)(x-2) < 4$.



Рыс. 83

3.161. Траекторыя ядра, якое штурхнуў спартсмен пад вуглом да гарызонту, ёсць парабала (рыс. 83), зададзеная ўраўненнем $y = -x^2 + 3x + 1{,}2$, дзе x — час руху ядра (у секундах), а y — вышыня яго пад'ёму (у метрах) адносна зямлі. Вызначыце:

а) на якой вышыні знаходзілася ядро ў становішчы *1*; *2*;

б) колькі часу ядро знаходзілася на вышыні, меншай чым у становішчы *2*, але большай чым у становішчы *1*.

3.162. Выкарыстаўшы формулы скарочанага множання, рашыце няроўнасць:

а) $5(x-1)^2 \leqslant 5 - 6x$;
б) $(x+1)^2 - 14 > 5(1+x)$;
в) $(x-2)^2 \geqslant 1 - (x-1)^2$;
г) $(x+2)^2 + 13x < (3x-1)^2$;
д) $2(2x+1) - (x-1)(x+1) \geqslant 2(x+1)^2$;
е) $(5x+1)^2 + (1-5x)(5x+1) > 2(x^2+1)$.

3.163. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай:

а) квадрат двухчлена $x+1$ меншы за квадрат двухчлена $2x-1$;

б) квадрат двухчлена $3x - 5$ не перавышае квадрат двухчлена $x+7$.

3.164. Дакажыце, што пры ўсіх значэннях зменнай правільная няроўнасць $-3x^2 + x \leqslant \frac{1}{3}$.

3.165. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{x^2}{10} + 2 \leqslant \frac{9x}{10}$; б) $\frac{x^2}{3} \geqslant \frac{3x+3}{4}$;

в) $\frac{x^2+2}{14} > \frac{x^2-23}{4}$; г) $\frac{x^2}{3} - \frac{3x-5}{4} < \frac{2x}{3}$;

д) $\frac{x^2+2}{6} - \frac{3x-1}{8} \leqslant 1$; е) $2x^2 - \frac{x+1}{2} < \frac{x-3}{3}$.

3.166. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі:

а) $y = x^2 - 0{,}25$ большыя за значэнні функцыі $y = \frac{5-2x}{4}$;

б) $y = \frac{x^2}{3}$ не меншыя за значэнні функцыі $y = 2x - 3$.

3.167. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{(x-2)^2}{2} < \frac{2x-4}{3}$;

б) $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{4} \leqslant 1 - x$;

в) $\frac{(2x-1)^2}{10} > \frac{(x-1)^2}{5} + \frac{1-x}{2}$;

г) $\frac{(x-1)^2}{2} + 7\frac{2}{3} \geqslant \frac{(x-7)^2}{4} + \frac{x^2-5x}{3}$.

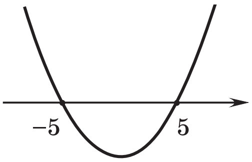
3.168*. Знайдзіце, пры якіх значэннях k ураўненне $x^2 + kx + 9 = 0$ мае два розныя карані.

3.169*. Знайдзіце значэнні a, пры якіх ураўненне $x^2 + ax + 16 = 0$ не мае каранёў.

3.170. Выкарыстаўшы схему графіка функцыі $y = x^2 - 25$, паказаную на рысунку 84, рашыце няроўнасць:

а) $x^2 - 25 > 0$; б) $x^2 - 25 \geqslant 0$;

в) $x^2 - 25 < 0$; г) $x^2 - 25 \leqslant 0$.



Рыс. 84

3.171. Рашыце квадратную няроўнасць, выкарыстаўшы алгарытм:

а) $x^2 + 6x - 7 \geqslant 0$; б) $x^2 - 3x + 2 < 0$;

в) $x^2 - 7x > 0$; г) $x^2 - 4 \leqslant 0$;

д) $x^2 - 8x + 16 > 0$; е) $9x^2 + 6x + 1 \leqslant 0$;

ж) $8x^2 + 3 \geqslant 0$; з) $3x^2 - x + 9 < 0$.

3.172. Рашыце квадратную няроўнасць:

а) $6x^2 - 7x + 2 > 0$; б) $-x^2 + 4x + 5 < 0$;

в) $x^2 - 1 \geqslant 0$; г) $16 - x^2 > 0$;

д) $3x - 9x^2 > 0$; е) $-2x^2 - 5x + 3 \leqslant 0$;

ж) $7x^2 - x + 1 > 0$; з) $x^2 - 8x + 16 \leqslant 0$.

3.173. Знайдзіце ўсе цэлыя рашэнні няроўнасці:

а) $x^2 - 4x < 0$; б) $x^2 - 5x - 6 \leqslant 0$;

в) $x^2 - 6 < 0$; г) $-4x^2 + 3x + 1 \geqslant 0$.

3.174. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх функцыя:

а) $y = 4 + x^2 - 5x$ прымае дадатныя значэнні;

б) $y = 36 - 4x^2$ прымае неадмоўныя значэнні.

3.175. Рашыце няроўнасць:

а) $-9x^2 \geqslant -8x - 1$; б) $x^2 < 36$;

в) $x^2 \leqslant 3x$; г) $x^2 + 9 > 6x$;

д) $3x + 7 < -2x^2$; е) $3x^2 \leqslant 15$;

ж) $5x^2 + 1 \geqslant 2x$; з) $7x \leqslant x^2$.

3.176. Рашыце няроўнасць:

а) $x^2 + 2x - 7 < 0$; б) $7x - 1 \leqslant 5x^2$.

3.177. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай мае сэнс выраз:

а) $\sqrt{10x - 3 - 3x^2}$; б) $\sqrt{5x - 3x^2}$.

3.178. Рашыце няроўнасць:

а) $4x^2 - 7x + 7 > 3x^2 - 11x + 52$;

б) $10x^2 + 8x - 2 \leqslant x^2 - 16x - 18$.

3.179. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнні двухчлена $6x^2 - 4x$ меншыя за значэнні трохчлена $4x^2 + 3x + 9$.

3.180. Рашыце няроўнасць:

а) $(x-2)^2 < 1$; б) $(4x-1)^2 \geqslant 9$;

в) $4 > (x+3)^2$; г) $(3x-4)^2 \leqslant 16$.

3.181. Напярэдадні правядзення цырымоніі ўзнагароджання пераможцаў конкурсу прафесійнага майстэрства ў зале для правядзення ўрачыстасцей расстаўляюць крэслы. Колькасць крэслаў у кожным радзе павінна быць на 15 большай, чым колькасць радоў у зале. Знайдзіце, колькі радоў крэслаў можна ўстанавіць, калі ў зале адначасова можна размясціць не больш за 250 чалавек.

3.182. Знайдзіце найменшае і найбольшае цэлыя рашэнні няроўнасці:

а) $2(2x^2-7) < -8x-9$; б) $x(x-4) \leqslant 2x-8$;

в) $(x+5)(x-7) \leqslant -35$; г) $(x-8)(x+3) < 1-5x$.

3.183. Рашыце няроўнасць:

а) $(x+3)(x-2) \leqslant 6-x^2-x$;

б) $2x(3x+1) > (3x-1)(x+3)$.

3.184. Выкарыстаўшы формулы скарочанага множання, рашыце няроўнасць:

а) $(x+4)^2 \geqslant 6x+40$;

б) $(2x+1)^2+2 \leqslant 2(x-3x^2)$;

в) $(3x+1)^2+33 > (2x+5)^2$;

г) $(x-1)(x+1) > x^2+4-(x-5)^2$.

3.185. Знайдзіце, пры якіх значэннях зменнай значэнне квадрата двухчлена $3x-2$ не перавышае значэнняў выразу $3x^2-10x+8$.

3.186. Дакажыце, што не існуе такіх значэнняў зменнай, пры якіх выконваецца няроўнасць $-5x^2+2x > \frac{1}{5}$.

3.187. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{x^2}{2} \leqslant \frac{11x-4}{5}$; б) $\frac{x-1}{3}+\frac{x^2}{5} \geqslant \frac{7}{15}$;

в) $\frac{x^2-5}{2}-\frac{x-8}{5} < 3$; г) $\frac{x^2+6x}{12}-\frac{2x+3}{4} > 6$.

3.188. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі $y=x^2+2x$ не большыя за значэнні функцыі $y=\frac{7x+3}{4}$.

3.189. Рашыце няроўнасць:

а) $\frac{(x+2)(x+3)}{15} - \frac{x-1}{3} > \frac{x+3}{5}$; б) $\frac{(2x-5)^2}{8} \geqslant 5 - 3x$;

в) $\frac{3-x^2}{4} - \frac{x}{3} \geqslant \frac{(x-3)^2}{12}$; г) $\frac{(x-1)^2}{12} + \frac{3x+1}{6} > \frac{(x+1)^2}{3}$.

3.190*. Знайдзіце такія значэнні a, пры якіх ураўненне $2x^2 + ax + 2 = 0$ мае два розныя карані.

* * *

3.191. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{\text{НАК}(25, 40)}{\text{НАД}(25, 40)}$.

3.192. Вылічыце:

а) $\frac{81^{-2} \cdot 3^5}{9^{-2}}$; б) $\frac{0{,}125^3 \cdot 32^2}{0{,}5^{-2}}$.

3.193. Рашыце сістэму ўраўненняў $\begin{cases} 5x + \frac{1}{2}y = -3, \\ -4x - \frac{3}{4}y = 1. \end{cases}$

3.194. Па кальцавым маршруце курсіравалі два аўтобусы з інтэрвалам 50 мін. У сувязі з увядзеннем у эксплуатацыю новага жылога раёна на маршрут плануецца вывесці яшчэ тры аўтобусы. Якім стане інтэрвал руху пасля павелічэння колькасці аўтобусаў на маршруце? На колькі працэнтаў скароціцца інтэрвал руху?

3.195. Раскладзіце на множнікі:

а) $y^3 - 49y$; б) $-3a^2 - 6ab - 3b^2$;

в) $(a-6)^2 - 9a^2$; г) $c^2 - b^2 - c + b$.

3.196. Выканайце дзеянні:

а) $(3\sqrt{2} - 2)(4\sqrt{2} + 7) - 13\sqrt{2}$; б) $(3\sqrt{2} + 2)^2 + (6 - \sqrt{2})^2$.

3.197. Насельніцтва Беларусі складае каля 9 500 000 чал., а яе тэрыторыя прыблізна роўна 207 600 км^2. Знайдзіце шчыльнасць насельніцтва Беларусі (колькасць жыхароў, якая прыпадае на 1 км^2 тэрыторыі). З дапамогай даведачнай літаратуры або Інтэрнэту знайдзіце інфармацыю аб шчыльнасці насельніцтва ў кожным з абласных цэнтраў Беларусі. Падайце атрыманыя вынікі ў выглядзе слупковай дыяграмы.

§ 16. Сістэмы і сукупнасці квадратных няроўнасцей

3.198. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} -2(x-2,5)>0, \\ 2x-(2-x)\leqslant 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2x-2,6\leqslant 0, \\ x-2(1-3x)\leqslant 0. \end{cases}$

3.199. Знайдзіце рашэнне сукупнасці няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l} 3x-4\leqslant -15, \\ 2(x-3)>8; \end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l} 3x-4\geqslant -15, \\ 2(x-3)<8. \end{array}\right.$

Разгледзім рашэнне некалькіх задач.

Задача 1. Плошча ўчастка для плануемай дзіцячай пляцоўкі павінна быць не меншай за 39 м^2 і не большай за 144 м^2. Якія памеры ўчастка, калі яго даўжыня на 10 м большая за шырыню?

Рашэнне. Абазначым шырыню пляцоўкі праз x м, тады яе даўжыня $(x+10)$ м, а плошча $x(x+10)$ м^2. Па ўмове задачы адначасова павінны выконвацца дзве ўмовы: $x(x+10)\geqslant 39$ і $x(x+10)\leqslant 144$. Аб'яднаем гэтыя ўмовы ў сістэму

$$\begin{cases} x(x+10)\geqslant 39, \\ x(x+10)\leqslant 144. \end{cases}$$

Рэшым кожную няроўнасць сістэмы:

1) $x(x+10)\geqslant 39;$ $x^2+10x-39\geqslant 0;$ $x_1=-13,$ $x_2=3;$
$x\in(-\infty;\ -13]\cup[3;\ +\infty);$

2) $x(x+10)\leqslant 144;$ $x^2+10x-144\leqslant 0;$ $x_1=-18,$ $x_2=8;$
$x\in[-18;\ 8].$

Знойдзем перасячэнне мностваў рашэнняў першай і другой няроўнасцей (рыс. 85). Рашэннем сістэмы няроўнасцей з'яўляецца аб'яднанне адрэзкаў $[-18;\ -13]\cup[3;\ 8]$.

Рыс. 85

Умову задачы задавальняюць толькі дадатныя значэнні x, г. зн. $x\in[3;\ 8]$.

Адказ: шырыня пляцоўкі можа змяняцца ад 3 да 8 м, а адпаведныя значэнні даўжыні — ад 13 да 18 м.

Задача 2. Пры планаванні залы для канферэнцый, разлічанай не больш чым на 360 месцаў, праектнай арганізацыі трэба было ўлічыць наступныя ўмовы: колькасць радоў павінна быць або на два меншай, чым колькасць месцаў у радзе, або на 9 большай. Якая колькасць радоў можа быць у зале, калі іх павінна быць не менш за 10?

Рашэнне. Абазначым колькасць радоў у зале праз x. Па першай умове атрымаем $x(x+2) \leqslant 360$, па другой умове — $x(x-9) \leqslant 360$. Паколькі павінна выконвацца або першая, або другая ўмова, то аб’ядноем абедзве ўмовы ў сукупнасць

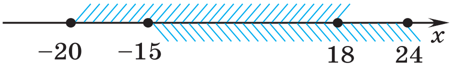
$$\left[\begin{array}{l} x(x+2) \leqslant 360, \\ x(x-9) \leqslant 360. \end{array}\right.$$

Рэшым кожную няроўнасць сукупнасці:

1) $x(x+2) \leqslant 360$; $x^2+2x-360 \leqslant 0$; $x_1=-20$, $x_2=18$; $x \in [-20; 18]$;

2) $x(x-9) \leqslant 360$; $x^2-9x-360 \leqslant 0$; $x_1=-15$, $x_2=24$; $x \in [-15; 24]$.

Знойдзем аб’яднанне мностваў рашэнняў першай і другой няроўнасцей (рыс. 86). Рашэннем сукупнасці няроўнасцей з’яўляецца адрэзак $x \in [-20; 24]$.



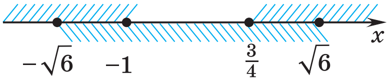
Рыс. 86

Па ўмове задачы колькасць радоў павінна быць не меншай за 10, колькасць радоў з’яўляецца натуральным лікам. Тады $x \in \{10, 11, ..., 24\}$.

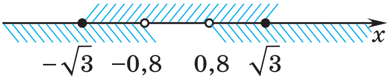
Адказ: $x \in \{10, 11, ..., 24\}$.

Сістэмы квадратных няроўнасцей

Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} 4x^2 \geqslant -(x-3), \\ x^2 \leqslant 6. \end{cases}$	Рэшым кожную няроўнасць сістэмы: 1) $4x^2 \geqslant -(x-3)$; $4x^2+x-3 \geqslant 0$; $x_1=-1$, $x_2=\frac{3}{4}$ — нулі функцыі $y=4x^2+x-3$. Рашэннем няроўнасці $4x^2 \geqslant -(x-3)$ з’яўляецца аб’яднанне прамежкаў $(-\infty; -1] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$. 2) $x^2 \leqslant 6$; $x^2-6 \leqslant 0$; $x_1=-\sqrt{6}$, $x_2=\sqrt{6}$ — нулі функцыі $y=x^2-6$.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Рашэннем няроўнасці $x^2 - 6 \leqslant 0$ з’яўляецца адрэзак $\left[-\sqrt{6};\ \sqrt{6}\right]$.
Знойдзем перасячэнне мностваў рашэнняў няроўнасцей сістэмы.


Рашэнне сістэмы няроўнасцей: $\left[-\sqrt{6}; -1\right] \cup \left[\frac{3}{4};\ \sqrt{6}\right]$.
Адказ: $\left[-\sqrt{6}; -1\right] \cup \left[\frac{3}{4};\ \sqrt{6}\right]$.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">**Сукупнасці квадратных няроўнасцей**</td>
</tr>
<tr>
<td>Знайдзіце рашэнне сукупнасці няроўнасцей
$\left[\begin{array}{l}3x^2 \leqslant 9,\\ 4x^2 > 2{,}56.\end{array}\right.$</td>
<td>Рэшым кожную няроўнасць сукупнасці:
1) $3x^2 \leqslant 9$; $x^2 \leqslant 3$; $x^2 - 3 \leqslant 0$.
Нулі функцыі $y = x^2 - 3$:
$x_1 = -\sqrt{3}$; $x_2 = \sqrt{3}$.
Рашэннем няроўнасці $x^2 - 3 \leqslant 0$ з’яўляецца адрэзак $\left[-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right]$.
2) $4x^2 > 2{,}56$; $x^2 > 0{,}64$;
$x^2 - 0{,}64 > 0$.
Нулі функцыі $y = x^2 - 0{,}64$: $x_1 = -0{,}8$; $x_2 = 0{,}8$. Рашэннем няроўнасці $x^2 - 0{,}64 > 0$ з’яўляецца аб’яднанне прамежкаў:
$(-\infty; -0{,}8) \cup (0{,}8; +\infty)$.</td>
</tr>
</table>

	Знойдзем аб’яднанне мностваў рашэнняў першай і другой няроўнасцей.  Аб’яднаннем мностваў з’яўляецца ўся лікавая прамая. *Адказ*: $x \in \boldsymbol{R}$.

1. Ці можа рашэннем сістэмы квадратных няроўнасцей быць пустое мноства?

2. Ці можа рашэннем сістэмы квадратных няроўнасцей быць мноства, якое складаецца з аднаго ліку?

3. Ці можа рашэннем сукупнасці квадратных няроўнасцей быць мноства, якое складаецца з аднаго ліку?

3.200. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geqslant 0, \\ x^2 - 4x - 5 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - x - 20 \leqslant 0, \\ x^2 + 3x - 18 \geqslant 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - x - 12 > 0, \\ x^2 + 4x - 5 \geqslant 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + 7x - 8 \leqslant 0, \\ x^2 + 8x + 12 < 0. \end{cases}$

3.201. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх функцыя $y = x^2 + x$ прымае адмоўныя значэнні, а функцыя $y = -x^2 + 2x + 3$ прымае неадмоўныя значэнні.

3.202. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 3x^2 - x - 4 < 0, \\ x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 + 5x + 2 \geqslant 0, \\ x - 1 \leqslant 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x^2 + 5x - 6 > 0, \\ 3 - 2x \geqslant 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x^2 - 5x + 2 \leqslant 0, \\ 4 - 5x > 0. \end{cases}$

3.203. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх і функцыя $y = 2x^2 + 9x + 4$, і функцыя $y = 6 - 5x$ прымаюць неадмоўныя значэнні.

3.204. Знайдзіце найменшае цэлае рашэнне сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 - 8x \leqslant 0, \\ x^2 + 3x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 25 > 0, \\ x^2 - 49 \leqslant 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - 6x \leqslant 0, \\ 4x^2 - 9 > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 - 5 \leqslant 0, \\ x^2 + x \geqslant 0. \end{cases}$

3.205. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх графік функцыі $y = -x^2$ размешчаны вышэй за прамую $y = -9$ і ніжэй за прамую $y = -1$.

3.206. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 - 2x - 24 \leqslant 0, \\ x^2 \geqslant 16; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 + x - 3 \leqslant 0, \\ -x^2 < 2x. \end{cases}$

3.207. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} + \sqrt{2 - x}$; б) $\sqrt{36 - x^2} - \sqrt{2x - 12}$.

3.208. У лекцыйнай аўдыторыі колькасць радоў на 8 большая за колькасць месцаў у адным радзе, пры гэтым агульная колькасць месцаў у аўдыторыі не перавышае 105, а колькасць радоў не меншая за 9. Якая найбольшая магчымая колькасць радоў у гэтай аўдыторыі?

3.209. Знайдзіце колькасць цэлых рашэнняў сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 - 4x - 5 < 0, \\ \dfrac{x-1}{4} > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{4} + \dfrac{x+2}{6} < 1, \\ 9 - x^2 \geqslant 0. \end{cases}$

3.210. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне сістэмы няроўнасцей $\begin{cases} -2x + 3 \geqslant 3(x + 2), \\ -x^2 - 4x > 0. \end{cases}$

3.211. Рашыце двайную няроўнасць, выкарыстаўшы запіс няроўнасці з дапамогай сістэмы:

а) $0 \leqslant x^2 + 8x < 9$; б) $3 < x^2 - 8x + 23 \leqslant 16$;

в) $2x < x^2 - 24 < 10x$; г) $2x - 1 < x^2 \leqslant 4x - 3$.

3.212. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases}(x+2)^2 \leqslant (2x-3)^2 - 8(x-5),\\ x^2 - x - 42 < 0;\end{cases}$

б) $\begin{cases}(x-2)^2 < (2x+3)^2 - 8(x+5),\\ x^2 + x - 42 \leqslant 0.\end{cases}$

3.213. Рашыце сукупнасць квадратных няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 2x - 8 > 0,\\ x^2 + 4x - 5 \leqslant 0;\end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 2x - 35 \geqslant 0,\\ x^2 + 10x + 9 > 0;\end{array}\right.$

в) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 4x \geqslant 0,\\ x^2 - x - 6 < 0;\end{array}\right.$ г) $\left[\begin{array}{l}x^2 > 25,\\ x^2 - 6x + 5 \leqslant 0.\end{array}\right.$

3.214. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх графік функцыі $y = x^2 - x$ размешчаны вышэй за прамую $y = 20$ або ніжэй за прамую $y = 12$.

3.215. Рашыце сукупнасць квадратных няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l}x^2 + x - 6 \geqslant 0,\\ x^2 + 2x + 7 < 0;\end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 4x + 3 < 0,\\ 2x^2 + x + 1 \geqslant 0.\end{array}\right.$

3.216. Для праходжання практыкі студэнт можа выбраць адзін з двух графікаў: колькасць дзён у тыдзень на 1 меншая, чым колькасць гадзін працы ў адзін дзень, або колькасць гадзін працы на 1 меншая, чым колькасць працоўных дзён у тыдзень. Колькасць працоўных гадзін павінна быць не меншай за 30. Колькі працоўных дзён можа быць у студэнта на практыцы?

3.217. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 7x - 8 \geqslant 0,\\ x < 0;\end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l}2x^2 + 5x - 3 \leqslant 0,\\ 3 - x > 0;\end{array}\right.$

в) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 12x \leqslant 0,\\ 15 - 3x > 0;\end{array}\right.$ г) $\left[\begin{array}{l}x^2 - 4 \geqslant 0,\\ 1 - 2x \leqslant 0.\end{array}\right.$

3.218. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases}x^2 - 5x - 24 > 0,\\ x^2 - 5x - 36 \leqslant 0;\end{cases}$ б) $\begin{cases}x^2 - 5x - 6 \leqslant 0,\\ x^2 - 3x - 10 > 0.\end{cases}$

3.219. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх функцыя $y = x^2 + x - 6$ прымае неадмоўныя значэнні, а функцыя $y = -x^2 + 4x$ — дадатныя значэнні.

3.220. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 < 0, \\ x \leqslant 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 + 7x - 9 \geqslant 0, \\ 7 - 4x < 0. \end{cases}$

3.221. Знайдзіце найменшае і найбольшае цэлыя рашэнні сістэмы няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 + 6x > 0, \\ x^2 - 2x \leqslant 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 36 < 0, \\ 9x^2 - 1 \geqslant 0. \end{cases}$

3.222. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх графік функцыі $y = 2x^2$ размешчаны вышэй за прамую $y = 8$ і ніжэй за прамую $y = 18$.

3.223. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 + 2x - 15 \geqslant 0, \\ x^2 \leqslant 25; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 - 9x + 4 \geqslant 0, \\ -x^2 > -4x. \end{cases}$

3.224. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $\sqrt{-x^2 + x + 2} + \sqrt{1 - x}$; б) $\sqrt{25 - x^2} - \sqrt{2x - 10}$.

3.225. Сябры рыхтавалі навагоднія падарункі для групы дзяцей з дзіцячага сада. Пры гэтым яны заўважылі, што калі падарункаў будзе столькі ж, колькі цукерак у кожным падарунку, то колькасць усіх цукерак не перавысіць 400, а калі цукерак у кожным падарунку будзе на 10 менш, чым падарункаў, то колькасць цукерак не перавысіць 144. Якая максімальна магчымая колькасць падарункаў?

3.226. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне сістэмы няроўнасцей $\begin{cases} 2(1 - x) < 7x + 5, \\ 4 - x^2 \geqslant 0. \end{cases}$

3.227. Рашыце двайную няроўнасць, выкарыстаўшы запіс няроўнасці з дапамогай сістэмы:

а) $0 < x^2 - 6x \leqslant 7$; б) $x + 2 < x^2 \leqslant 16$.

3.228. Рашыце сукупнасць квадратных няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l} x^2 - 2x - 3 \leqslant 0, \\ x^2 - 11x + 28 < 0; \end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l} x^2 - 4 \leqslant 0, \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0. \end{array}\right.$

3.229. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх графік функцыі $y = -3x^2$ размешчаны вышэй за прамую $y = -3$ або ніжэй за прамую $y = -12$.

3.230. Рашыце сукупнасць квадратных няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l} x^2 + 5x + 6 > 0, \\ x^2 - x + 3 \leqslant 0; \end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l} 2x^2 - 5x + 2 \leqslant 0, \\ x^2 + 3x + 7 > 0. \end{array}\right.$

3.231. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l} 4x^2 + 5x - 6 < 0, \\ x + 2 \leqslant 0; \end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l} x^2 - 36 \leqslant 0, \\ 5 - 2x > 0. \end{array}\right.$

* * *

3.232. Вылічыце:

а) $\sqrt{1\frac{24}{25}} - \frac{1}{7}\sqrt{1,96}$; б) $\frac{3\sqrt{6,25} - 2\sqrt{3,24}}{\sqrt{900}}$.

3.233. Параўнайце значэнні выразаў $a^{-3} - b^{-3}$ і $(a - b)^{-3}$ пры $a = 0,5$; $b = 0,25$.

3.234. Раскладзіце на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 + 7x - 18$; б) $5x^2 - 14x - 3$; в) $-25x^2 + 10x - 1$.

3.235. Рыхтуючыся да алімпіяды па матэматыцы, да якой заставалася 17 дзён, васьмікласнік запланаваў рашаць кожны дзень аднолькавую колькасць задач. Рашэнне задач так яго захапіла, што ён рашаў штодзень на 5 задач больш, чым планаваў, і таму за 5 дзён да пачатку алімпіяды папрасіў у настаўніка дадатковае заданне для падрыхтоўкі. Колькі задач рашаў васьмікласнік штодзень?

3.236. Функцыя зададзена формулай $y = -8$. Выберыце ўсе правільныя сцверджанні: а) графік функцыі праходзіць праз пункт $A(100; -8)$; б) функцыя не мае нулёў; в) графік функцыі праходзіць праз пачатак каардынат; г) графік функцыі сіметрычны адносна восі ардынат; д) графік функцыі не перасякае вось абсцыс.

3.237. Выканайце замену зменнай і рашыце ўраўненне $(x^2 + 2x)^2 - (x + 1)^2 = 55$.

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння гэтага раздзела я павінен:

- умець адрозніваць квадратычную функцыю ў розных формах яе запісу;
- умець знаходзіць:
  - нулі квадратычнай функцыі;
  - прамежкі манатоннасці квадратычнай функцыі;
  - прамежкі знакапастаянства квадратычнай функцыі;
  - найбольшае або найменшае значэнне квадратычнай функцыі;
- ведаць алгарытм пабудовы графіка квадратычнай функцыі і ўмець будаваць парабалу па ўраўненні квадратычнай функцыі, запісаным у розных формах;
- ведаць, якія рэальныя працэсы можна апісваць пры дапамозе квадратычнай функцыі;
- ведаць алгарытм рашэння квадратных няроўнасцей і ўмець рашаць квадратныя няроўнасці;
- умець рашаць сістэмы і сукупнасці квадратных няроўнасцей.

Я правяраю свае веды

1. Якую функцыю называюць квадратычнай? Сярод дадзеных функцый выберыце квадратычныя:

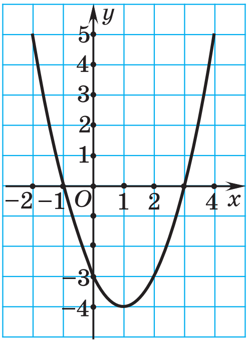
а) $y = -x^2 - 8x + 4$; б) $y = x^2 + 2x$; в) $y = -7x^2 - 1$;
г) $y = -4x + 3$; д) $y = -8x^2$; е) $y = x^3 - 4x^2$.

Як называецца графік квадратычнай функцыі?

2. На рысунку 87 паказаны графік адной з функцый:

а) $y = x - 4$; б) $y = x^2 - 2x - 3$;
в) $y = 3x - 1$; г) $y = -x^2 - x - 3$.

Вызначыце, графік якой функцыі паказаны на рысунку.



Рыс. 87

3. Квадратычная функцыя зададзена формулай $f(x) = -x^2 + 5x -3$. Знайдзіце:

а) $f\ (0)$; б) $f(2)$; в) $f(-1)$.

4. Вызначыце напрамак галін і знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы:

а) $y = 4x^2 - 8x + 1$; б) $y = -3(x + 6)^2 + 5$;
в) $y = (x - 6)(x + 2)$; г) $y = -5x^2 + 9$.

5. Рашыце квадратную няроўнасць:

а) $x^2 - 11x + 10 \geqslant 0$; б) $4x^2 + 9x + 2 < 0$;

в) $x^2 + x + 6 > 0$; г) $x^2 - 8x + 16 \leqslant 0$;

д) $3x^2 - x < 0$; е) $4x^2 - 9 \geqslant 0$.

6. Пабудуйце графікі квадратычных функцый $f(x) = (x - 4)^2 - 1$, $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$ і $h(x) = (x - 2)(x + 6)$. Для кожнай з функцый назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найменшае (найбольшае) значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі. Ці можна выканаць заданні а) — ж) без пабудовы графіка?

7. Рашыце сістэму квадратных няроўнасцей:

а) $\begin{cases} x^2 - 9x - 10 < 0, \\ 6x - x^2 \leqslant 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - x - 12 > 0, \\ x^2 + 3x - 10 \leqslant 0. \end{cases}$

8. Рашыце сукупнасць няроўнасцей:

а) $\left[\begin{array}{l} 2x^2 - 11x - 6 < 0, \\ x + 4 \leqslant 0; \end{array}\right.$ б) $\left[\begin{array}{l} x^2 - 1 \leqslant 0, \\ x^2 - 3x > 0. \end{array}\right.$

9. Фірма выарабляе ад 0 да 60 керамічных ваз у дзень. Прыбытак у рублях задаецца функцыяй $B(x) = -x^2 + 60x - 500$, дзе x — колькасць ваз.

а) Разлічыце прыбытак пры продажы 40 ваз.

б) Знайдзіце колькасць вырабляемых ваз, найбольш выгадную для продажу.

10. Знайдзіце, пры якіх значэннях t ураўненне:

а) $2x^2 - tx + 8 = 0$ мае два карані;

б) $5x^2 + tx + 3 = 0$ не мае каранёў.

Практычная матэматыка

1. Калі перыметр прамавугольнага ўчастка зямлі роўны 100 м, то якая яго найбольшая плошча?

2. Веласіпедыст, выязджаючы з горада са скорасцю $v_0 = 12\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$, пачынае разганяцца з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 2\ \frac{\text{км}}{\text{г}^2}$, дасягаючы скорасці $20\ \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Залежнасць шляху s (км) веласіпедыста ад часу t яго руху за горадам задаецца выразам $s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Вызначыце найбольшы час, на працягу якога веласіпедыст будзе знаходзіцца ў зоне пакрыцця сотавай сувязі, калі аператар гарантуе наяўнасць сувязі ў радыусе, не большым за 20 км ад горада.

3. Мяч кінулі вертыкальна ўверх з вышыні 1,2 м з пачатковай скорасцю, модуль якой $v_0 = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Залежнасць вышыні пад'ёму мяча над зямлёй h (м) ад часу палёту t (с) выражаецца формулай $h = -5t^2 + 10t + 1{,}2$. На якую максімальную вышыню паднімецца мяч?

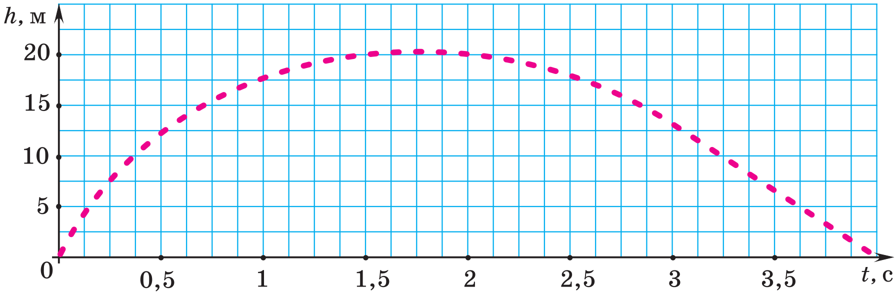
4. Падчас вучэнняў даследуецца запуск ракеты ў ваду. З дапамогай камеры адзначаецца вышыня h, на якой знаходзіцца ракета ў залежнасці ад часу t (рыс. 88). Мяркуецца, што залежнасць вышыні h ад часу t задаецца ўраўненнем $h(t) = -\frac{1}{2}g(t - \alpha)^2 + \beta$, дзе g — паскарэнне свабоднага падзення, модуль якога можна лічыць роўным $10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

а) На якой вышыні знаходзіцца ракета праз 1 с? Праз 3 с?

б) Знайдзіце h у верхнім пункце траекторыі.

в) Знайдзіце значэнні α і β.

г) Якая функцыя выгляду $h(t) = at + b$ можа мадэляваць рух для $t > 3$ с?



Рыс. 88

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вывады

Даследчае заданне 1. Вызначыце, якія часткі малюнка (рыс. 89) адпавядаюць наступным функцыям:

1) $y = -\frac{1}{3}(x-5)^2 + 5,\ x \in [2;\ 8];$

2) $y = -(x-8)^2 + 7,\ x \in [7{,}5;\ 9];$

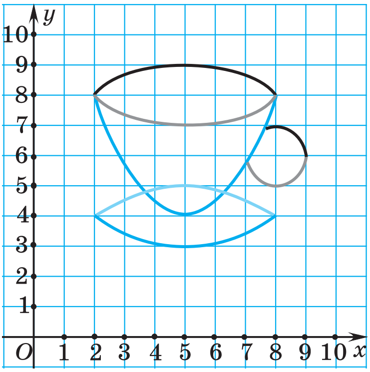
3) $y = -\frac{1}{3}(x-5)^2 + 9,\ x \in [2;\ 8];$

4) $y = \frac{1}{3}(x-5)^2 + 7,\ x \in [2;\ 8];$

5) $y = (x-8)^2 + 5,\ x \in [7{,}2;\ 9];$

6) $y = \frac{4}{9}(x-5)^2 + 4,\ x \in [2;\ 8];$

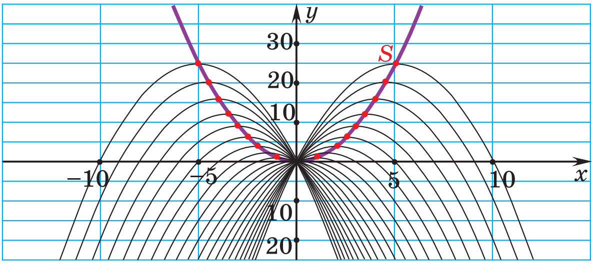
7) $y = \frac{1}{3}(x-5)^2 + 3,\ x \in [2;\ 8].$



Рыс. 89

Пры дапамозе графікаў пабудуйце свой малюнак.

Даследчае заданне 2. Разгледзім сям'ю графікаў функцый $y = x^2 + kx$, дзе k можа змяняцца ад –10 да 10 з крокам 1. Адзначым вяршыні парабал чырвонымі пунктамі і злучым іх плаўнай лініяй (рыс. 90). Якую гіпотэзу можна выказаць? Чаму?



Рыс. 90

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Удзельнікаў парада планавалі расставіць так, каб у кожным радзе стаяла па 24 чал. Аднак аказалася, што не ўсе прыбылыя змогуць удзельнічаць у парадзе, і іх пераставілі так, што колькасць радоў стала на 2 меншай, а колькасць чалавек у радзе — на 26 большай за новую колькасць радоў. Вызначыце, колькі чалавек прыбылі на парад, ведаючы, што, калі б усе яны ўдзельнічалі, то іх можна было б расставіць так, каб колькасць радоў была роўна колькасці чалавек у радзе.

2. Вядома, што графік квадратычнай функцыі $y = x^2 + px + q$ датыкаецца да прамой $y = 2x + p$. Дакажыце, што ўсе такія квадратычныя функцыі маюць адно і тое ж найменшае значэнне.

Раздзел 4

ФУНКЦЫІ $y = \frac{k}{x}$, ДЗЕ $k \neq 0$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

§ 17. Уласцівасці і графік функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$

4.1. Калі 4 снегаўборачныя машыны расчышчаюць трасу за 2 г, то за які час гэту ж работу выканаюць 6 машын такой жа магутнасці?

4.2. З дапамогай 10 камбайнаў аграфірма планавала сабраць ураджай за 6 дзён. Колькі такіх жа камбайнаў трэба дадаць, каб скараціць тэрміны ўборачнай на 2 дні?

4.3. У турыстычным кемпінгу для 24 чалавек зроблены запас харчавання на 9 дзён. На колькі дзён хопіць гэтага запасу, калі ў кемпінг прыбудзе 36 чалавек?

Многія задачы апісваюць адваротна прапарцыянальную залежнасць паміж велічынямі. Калі адну са зменных велічынь абазначыць праз x, а другую — праз y, то атрымаецца формула $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, што задае функцыю, якая называецца **адваротнай прапарцыянальнасцю.**

Адваротная прапарцыянальнасць

$y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$

Разгледзім уласцівасці і графік гэтай функцыі.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі дроб $\frac{k}{x}$ мае сэнс пры ўсіх значэннях x, акрамя нуля, то $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Графічна гэта азначае, што графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ не перасякае вось ардынат.

2. Мноства значэнняў функцыі. Паколькі $k \neq 0$, то $\frac{k}{x} \neq 0$, значыць, $y \neq 0$, г. зн. $E = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Графічна гэта азначае, што графік функцыі не перасякае вось абсцыс.

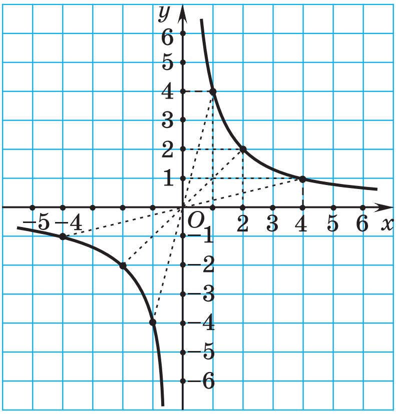
3. Нулі функцыі. Паколькі $y \neq 0$, то функцыя $y = \frac{k}{x}$ не мае нулёў.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. Калі $k > 0$, то $y > 0$ пры $x \in (0; +\infty)$, $y < 0$ пры $x \in (-\infty; 0)$.

Калі $k < 0$, то $y > 0$ пры $x \in (-\infty; 0)$, $y < 0$ пры $x \in (0; +\infty)$.

5. Графік функцыі. Пабудуем графік функцыі $y = \frac{4}{x}$ ($k = 4 > 0$). Выберам некалькі значэнняў аргумента і складзём табліцу значэнняў функцыі.

x	–4	–2	–1	1	2	4
y	–1	–2	–4	4	2	1



Рыс. 91

Адзначым атрыманыя пункты на каардынатнай плоскасці і злучым іх плаўнай лініяй (рыс. 91). Графік адваротнай прапарцыянальнасці называецца **гіпербалай** (ад грэч. *hyperbole* — пераход, лішак, перабольшванне).

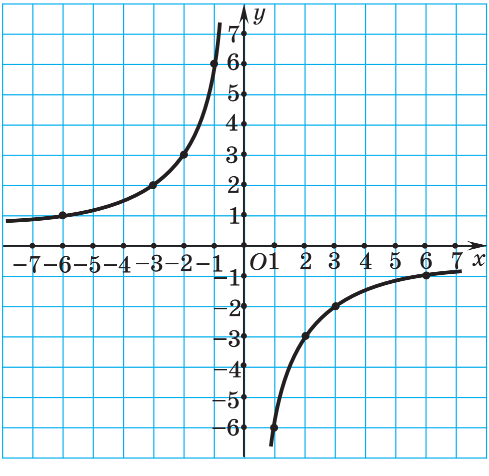
Гіпербала мае дзве галіны. Галіны гіпербалы сіметрычныя адносна пачатку каардынат.

Калі $k > 0$, то графік адваротнай прапарцыянальнасці размешчаны ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях.

Пабудуем графік функцыі $y = -\frac{6}{x}$ ($k = -6 < 0$).

x	–6	–3	–2	–1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	–6	–3	–2	–1

Адзначым атрыманыя пункты на каардынатнай плоскасці і злучым іх плаўнай лініяй (рыс. 92).



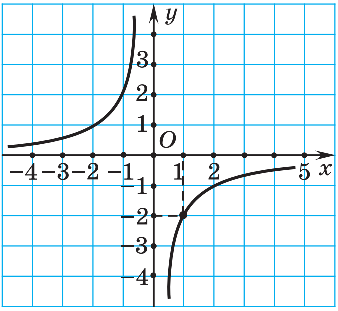
Рыс. 92

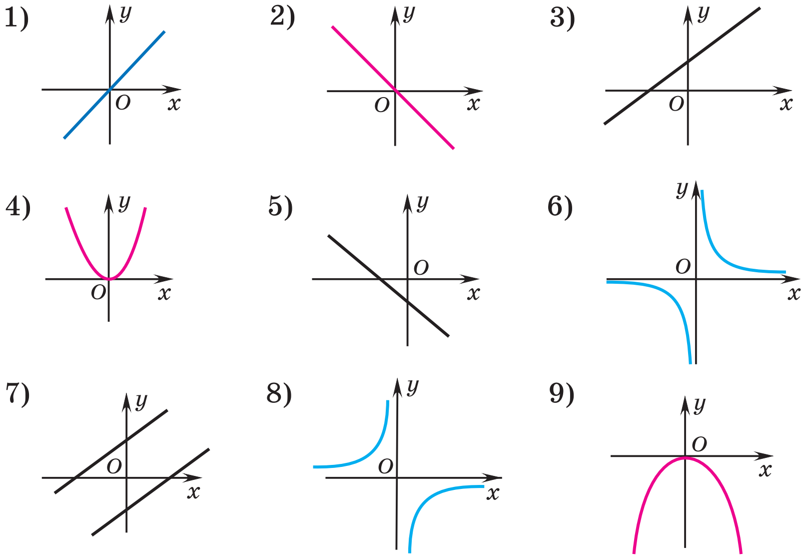
Калі $k < 0$, то графік адваротнай прапарцыянальнасці размешчаны ў другой і чацвёртай каардынатных чвэрцях.

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. Калі $k > 0$, то з павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі памяншаюцца на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$, г. зн. функцыя спадае на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

Калі $k < 0$, то з павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі павялічваюцца на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$, г. зн. функцыя $y = \frac{k}{x}$ нарастае на кожным з прамежкаў $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

Уласцівасці адваротнай прапарцыянальнасці	
Ці з'яўляецца функцыя адваротнай прапарцыянальнасцю: а) $y = \frac{0{,}4}{x}$; б) $y = -\frac{1}{x}$; в) $y = \frac{x}{5}$?	а) Функцыя $y = \frac{0{,}4}{x}$ мае выгляд $y = \frac{k}{x}$, дзе $k = 0{,}4$, значыць, яна з'яўляецца адваротнай прапарцыянальнасцю. б) Функцыя $y = -\frac{1}{x}$ мае выгляд $y = \frac{k}{x}$, дзе $k = -1$, значыць, яна з'яўляецца адваротнай прапарцыянальнасцю. в) Функцыя $y = \frac{x}{5}$ лінейная $\left(y = kx + b,\ k = \frac{1}{5},\ b = 0\right)$.
Якія з наступных функцый прымаюць дадатныя значэнні для $x \in (-\infty; 0)$: $y = \frac{1{,}8}{x}$; $y = -\frac{5}{x}$; $y = \frac{12}{x}$; $y = -\frac{3}{x}$?	Функцыя $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, прымае дадатныя значэнні для $x \in (-\infty; 0)$, калі $k < 0$. Гэта ўмова выконваецца для функцый $y = -\frac{5}{x}$ і $y = -\frac{3}{x}$.
Параўнайце: а) $f(3{,}54)$ і $f(4{,}24)$, калі $f(x) = \frac{15}{x}$; б) $g(10{,}8)$ і $g(12{,}9)$, калі $g(x) = -\frac{29}{x}$.	а) Функцыя $f(x) = \frac{15}{x}$ спадае на прамежку $(0; +\infty)$. Паколькі $3{,}54 < 4{,}24$ і $\{3{,}54; 4{,}24\} \subset (0; +\infty)$, то $f(3{,}54) > f(4{,}24)$.

	б) Функцыя $g(x) = -\frac{29}{x}$ нарастае на прамежку $(0; +\infty)$, таму $g(10{,}8) < g(12{,}9)$.
Графік адваротнай прапарцыянальнасці	
У якіх каардынатных чвэрцях размешчаны графік функцыі: а) $f(x) = -\frac{24}{x}$; б) $h(x) = \frac{4{,}5}{x}$?	а) Калі $k < 0$, то графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ размешчаны ў другой і чацвёртай каардынатных чвэрцях, значыць, у гэтых чвэрцях размешчаны графік функцыі $f(x) = -\frac{24}{x}$. б) Калі $k > 0$, то графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ размешчаны ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях, значыць, у гэтых чвэрцях размешчаны графік функцыі $h(x) = \frac{4{,}5}{x}$.
Па графіку адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{k}{x}$ (рыс. 93) вызначыце каэфіцыент k.  Рыс. 93	На гіпербале выберам які-небудзь пункт і вызначым яго каардынаты, напрыклад пункт (1; −2). Падставім каардынаты гэтага пункта ва ўраўненне гіпербалы $y = \frac{k}{x}$, атрымаем ураўненне $-2 = \frac{k}{1}$, адкуль $k = -2$.



Рыс. 94

1. Вызначыце, якія з паказаных на рысунку 94 графікаў з'яўляюцца гіпербаламі.

2. Які з графікаў (гл. рыс. 94) адпавядае функцыі:

а) $y = \frac{k}{x}$, дзе $k > 0$; б) $y = \frac{k}{x}$, дзе $k < 0$?

4.4. Выберыце функцыі, графікамі якіх з'яўляюцца гіпербалы:

а) $y = -\frac{11}{x}$; б) $y = \frac{5}{x}$; в) $y = \frac{x}{7}$;

г) $y = \frac{x}{9} - 6$; д) $y = -\frac{1,8}{x}$; е) $y = x^2 + 1$.

4.5. Для адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = -\frac{10}{x}$ знайдзіце:

а) $f(5)$, $f(-2)$ і $f(-20)$;

б) значэнне аргумента, пры якім $f(x) = -4$.

4.6. Выберыце пункты, якія належаць графіку адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{45}{x}$:

а) $A(45;\ 1)$; б) $B(-10;\ -4,5)$; в) $C(0,1;\ 4,5)$;

г) $D(-2;\ 22,5)$; д) $E(0,45;\ 100)$; е) $F(2;\ 90)$.

4.7. Для кожнай з функцый $f(x) = -\frac{2}{x}$; $g(x) = \frac{4,6}{x}$; $h(x) = -\frac{0,3}{x}$ і $p(x) = \frac{39}{x}$ знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае адмоўныя значэнні. Прывядзіце прыклад адваротнай прапарцыянальнасці, якая прымае дадатныя значэнні пры $x \in (0; +\infty)$.

4.8. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $f(x) = -\frac{13}{x}$. Параўнайце:

а) $f(2)$ і $f(3)$; б) $f(-7)$ і $f(-5)$;

в) $f(18,4)$ і $f(18,9)$; г) $f(-56,29)$ і $f(-67,48)$.

4.9. Дадзена функцыя $g(x) = \frac{29}{x}$. Размясціце ў парадку спадання:

а) $g(13)$; $g(23)$; $g(38)$; б) $g(-6,49)$; $g(-6,52)$; $g(-6,78)$.

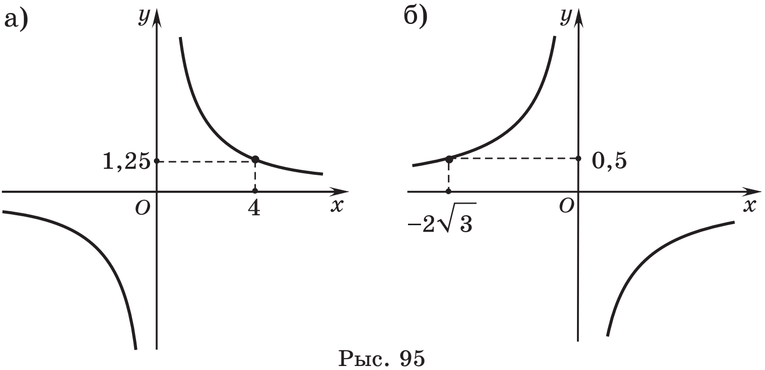
4.10. Фірма, якая аказвае паслугі па перавозцы грузаў, мае ў сваім распараджэнні некалькі тыпаў машын рознай грузападымальнасці. (Грузападымальнасць — максімальная маса грузу, на перавозку якога разлічаны дадзены транспартны сродак.) Патрабуецца перавезці груз масай 250 т. Вызначыце залежнасць паміж грузападымальнасцю машыны (m) і колькасцю машын аднолькавай грузападымальнасці (n), неабходных для перавозкі гэтага грузу.

4.11. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $y = \frac{k}{x}$. Знайдзіце каэфіцыент k, калі вядома, што: а) пры значэнні аргумента, роўным 2,5, значэнне функцыі роўна 0,2; б) графік функцыі праходзіць праз пункт з каардынатамі (–10; 8).

4.12. Назавіце абсяг вызначэння функцыі $y = \frac{8}{x}$ і пабудуйце яе графік. Нарастае ці спадае дадзеная функцыя пры $x < 0$?

4.13. Назавіце мноства значэнняў функцыі $y = -\frac{12}{x}$ і пабудуйце яе графік. Ці правільна, што значэнні функцыі адмоўныя пры $x < 0$? Знайдзіце каардынаты пунктаў, у якіх гіпербала $y = -\frac{12}{x}$ перасякаецца з прамой $y = -4$; $y = 6$.

4.14. Выразіце колькасць тавару n, які можна купіць на суму 20 р., як функцыю ад цаны тавару x (р.). Пабудуйце графік гэтай функцыі.



Рыс. 95

4.15. Па графіку адваротнай прапарцыянальнасці (рыс. 95) вызначыце каэфіцыент k.

4.16. Вядома, што графік адваротнай прапарцыянальнасці праходзіць праз пункт $A\left(3\sqrt{5};\ -\sqrt{5}\right)$. Ці дастаткова гэтых даных для пабудовы графіка функцыі? Калі дастаткова, то пабудуйце гэты графік.

4.17. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \frac{7{,}8}{x}$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(-9{,}5) + f(9{,}5)$; б) $f\left(\sqrt{3}\right) + f\left(-\sqrt{3}\right)$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ знайдзіце $f(a) + f(-a)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

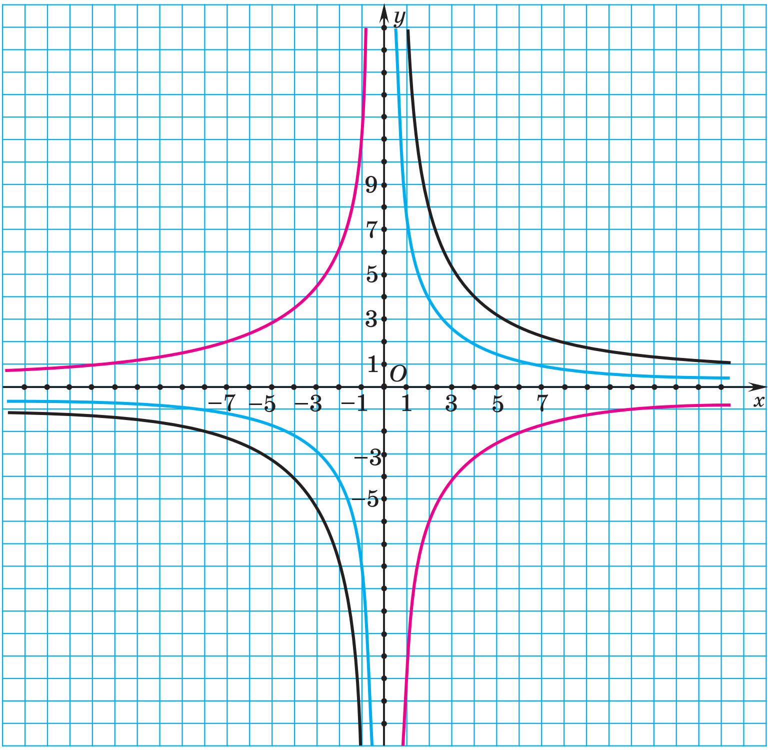
4.18. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = \frac{6}{x}$ і $y = -x + 5$; б) $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$.

4.19. Для кожнай з адваротных прапарцыянальнасцей, графікі якіх паказаны на рысунку 96, знайдзіце каэфіцыент k. Вызначыце, якому з дадзеных графікаў належыць пункт $(-64;\ -0{,}25)$.

4.20. Графік адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{k}{x}$ размешчаны ў першай і трэцяй каардынатных чвэрцях. Знайдзіце прамежкі знакапастаянства і прамежкі манатоннасці дадзенай функцыі.

4.21*. Вядома, што графік адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт $A(-13;\ 59)$.



Рыс. 96

Вызначыце, ці мае агульныя пункты гіпербала $f(x) = \frac{k}{x}$ і графік функцыі:

а) $g(x) = \frac{17}{x}$; б) $h(x) = -5x$.

4.22*. Знайдзіце каардынаты некалькіх пунктаў, якія належаць графіку функцыі $y = -\frac{10}{x}$ і знаходзяцца ад восі:

а) абсцыс на адлегласці, меншай за 0,5;

б) ардынат на адлегласці, большай за 100.

4.23*. Ці правільна, што ўсе пункты, для кожнага з якіх здабытак каардынат роўны 18, утвараюць на каардынатнай плоскасці гіпербалу?

4.24*. Ці існуюць такія значэнні k і b, што графікі функцый $y = \frac{k}{x}$ і $y = kx + b$ праходзяць праз пункт:

а) (3; 1); б) (0,1; −2); в) (−1,2; −0,5)?

4.25*. Знайдзіце, колькі пунктаў, у якіх абсцыса процілеглая ардынаце, мае графік функцыі:

а) $y = -\frac{25}{x}$; б) $y = -\frac{3}{x}$.

Знайдзіце каардынаты ўсіх такіх пунктаў. Рацыянальнымі ці ірацыянальнымі з'яўляюцца каардынаты гэтых пунктаў?

4.26*. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = -\frac{6}{|x|}$; б) $y = \frac{8}{|x|}$.

4.27. Выберыце функцыі, якія з'яўляюцца адваротнай прапарцыянальнасцю:

а) $y = \frac{15}{x}$; б) $y = \frac{x}{9}$; в) $y = -\frac{7}{x}$;

г) $y = \frac{6{,}2}{x}$; д) $y = -\frac{x}{4} + 1$; е) $y = x^2$.

4.28. Для адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{14}{x}$ знайдзіце: а) $f(-2)$ і $f(3{,}5)$; б) значэнне аргумента, пры якім $f(x) = 7$.

4.29. Выберыце функцыю, графіку якой належыць пункт $A(-0{,}1;\ 12)$:

а) $f(x) = -\frac{12}{x}$; б) $g(x) = -\frac{120}{x}$;

в) $h(x) = -\frac{1{,}2}{x}$; г) $p(x) = \frac{12}{x}$.

4.30. Выберыце функцыі, якія прымаюць дадатныя значэнні пры $x \in (0;\ +\infty)$:

а) $f(x) = -\frac{9}{x}$; б) $f(x) = -\frac{5{,}3}{x}$; в) $f(x) = \frac{17}{x}$;

г) $f(x) = \frac{9{,}4}{x}$; д) $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{x}$; е) $f(x) = \frac{\sqrt{5}}{x}$.

4.31. Адваротная прапарцыянальнасць зададзена формулай $f(x) = -\frac{19}{x}$. Параўнайце:

а) $f(7)$ і $f(12)$; б) $f(-3{,}8)$ і $f(-3{,}9)$.

4.32. Графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт з каардынатамі $(5;\ -1{,}2)$. Знайдзіце каэфіцыент k.

4.33. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = \frac{6}{x}$; б) $y = -\frac{8}{x}$.

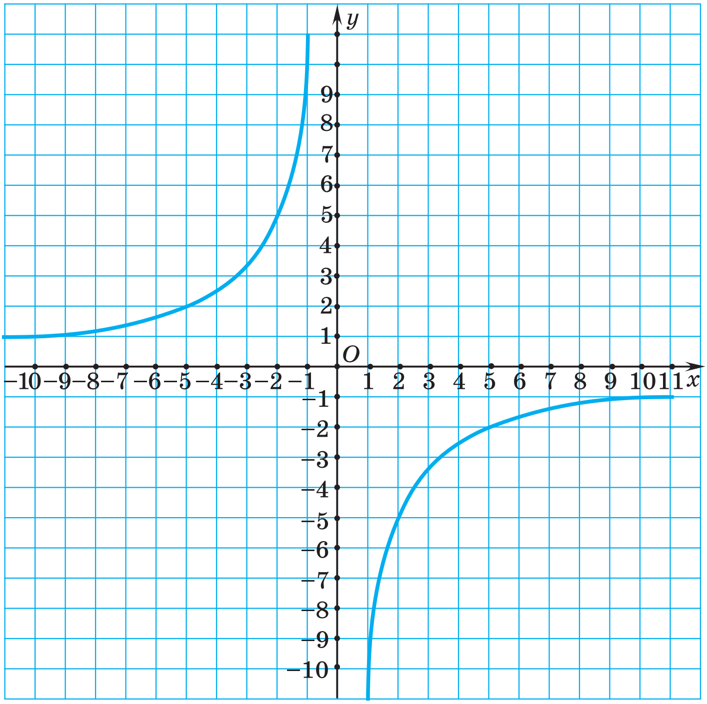
Запішыце абсяг вызначэння, мноства значэнняў і прамежкі знакапастаянства функцыі.

4.34. Плошча прамавугольнага ўчастка зямлі роўна 15 а. Адна з яго старон роўна x м. Выразіце даўжыню другой стараны ўчастка як функцыю ад x і пабудуйце графік гэтай функцыі, выбраўшы зручныя адзінкавыя адрэзкі па восях каардынат.

4.35. Знайдзіце, пры якім значэнні k графік функцыі $y = \frac{k}{x}$ праходзіць праз пункт $A\left(12\sqrt{2};\ \sqrt{2}\right)$. Пабудуйце гэты графік.

4.36. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{8}{x}$ і $y = 2x$, знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў.

4.37. На рысунку 97 паказаны графік адваротнай прапарцыянальнасці $f(x) = \frac{k}{x}$. Знайдзіце каэфіцыент k. Вызначыце, ці належаць пункты (–100; 1); (50; –0,5) графіку дадзенай функцыі.



Рыс. 97

4.38. Вядома, што адваротная прапарцыянальнасць $y = \frac{k}{x}$ спадае на прамежку $(-\infty; 0)$. У якіх каардынатных чвэрцях размешчаны яе графік? Знайдзіце прамежкі знакапастаянства дадзенай функцыі.

4.39*. Знайдзіце, колькі пунктаў, у якіх абсцыса роўна ардынаце, мае графік функцыі: а) $y = \frac{36}{x}$; б) $y = \frac{5}{x}$. Знайдзіце каардынаты ўсіх такіх пунктаў.

4.40*. Пабудуйце графік функцыі $y = -\frac{15}{|x|}$.

4.41. Размясціце ў парадку нарастання лікі a, a^2 і a^3, калі $a < -1$.

4.42. Знайдзіце значэнне выразу $\frac{6^{-3} \cdot 2^{-4}}{18^{-2}}$.

4.43. Вылічыце: $\frac{|-21| + |-4|}{|24| \cdot |-5|}$.

4.44. Вынесіце множнік за знак кораня ў выразе $\sqrt{18x^6}$ пры $x \leqslant 0$.

4.45. Сябры падарылі аднакласніку акварыум, які мае форму прамавугольнага паралелепіпеда. Даўжыня акварыума $6\frac{2}{5}$ дм, шырыня $2\frac{1}{4}$ дм, вышыня $1\frac{7}{8}$ дм. Колькі поўных 4-літровых вёдраў вады прыйшлося ўліць у акварыум, каб напоўніць яго да $\frac{8}{9}$ вышыні?

§ 18. Уласцівасці і графік функцыі $y = x^3$

4.46. Знайдзіце аб'ём куба, калі даўжыня яго канта роўна:
а) 6 см; б) 10 дм; в) x м.

4.47. Знайдзіце значэнне выразу: 2^3; $(-3)^3$; $\left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\left(-\frac{4}{7}\right)^3$; $(0{,}1)^3$.

У матэматыцы функцыі выгляду $y = x^k$ вывучаюць для розных значэнняў k. Мы ўжо разгледзелі ўласцівасці функцыі $y = x^2$, $k = 2$ і адваротнай прапарцыянальнасці $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$, $k = -1$.

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = x^3$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі выраз x^3 з'яўляецца ступенню з натуральным паказчыкам, то ён мае сэнс для любога рэчаіснага ліку x, значыць, абсягам вызначэння функцыі $y = x^3$ з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі: $D = \boldsymbol{R}$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Ступень x^3 можа прымаць дадатныя і адмоўныя значэнні, быць роўнай нулю. Мноствам значэнняў функцыі $y = x^3$ з'яўляецца прамежак $(-\infty;\ +\infty)$: $E = \boldsymbol{R}$.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $x^3 = 0$, пры $x = 0$, то гэта значэнне аргумента ёсць нуль функцыі.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. Функцыя прымае дадатныя значэнні ($y > 0$), калі $x \in (0;\ +\infty)$. Функцыя прымае адмоўныя значэнні ($y < 0$), калі $x \in (-\infty;\ 0)$.

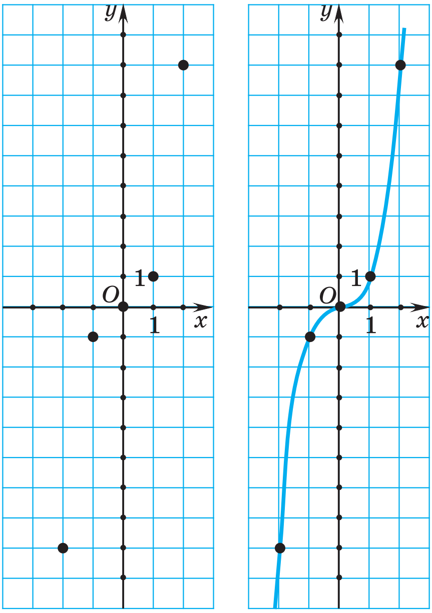
5. Графік функцыі $y = x^3$. Для пабудовы графіка функцыі $y = x^3$ складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	–2	–1	0	1	2
y	–8	–1	0	1	8

Злучыўшы атрыманыя пункты плаўнай лініяй, пабудуем графік функцыі $y = x^3$ (рыс. 98). Гэта лінія называецца ***кубічнай парабалай***.

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. З павелічэннем значэнняў аргумента значэнні функцыі павялічваюцца, г. зн. функцыя нарастае на прамежку $(-\infty; +\infty)$.

7. Пункты графіка функцыі $y = x^3$ **сіметрычныя** адносна пункта (0; 0).

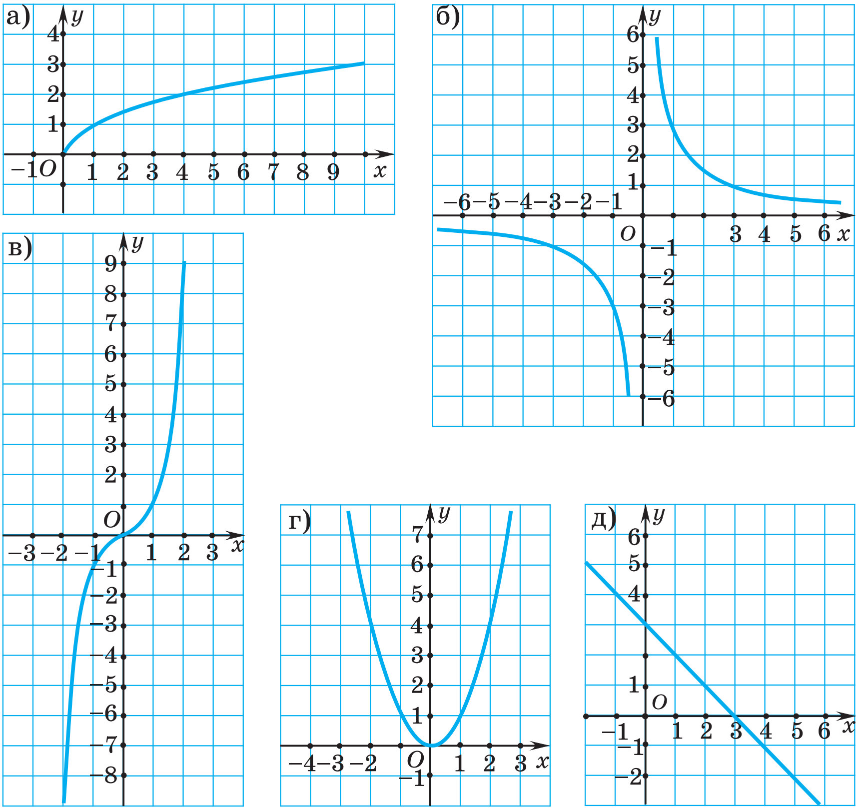


Рыс. 98

<table>
<tr><th colspan="2">Уласцівасці функцыі $y = x^3$</th></tr>
<tr><td>Знайдзіце значэнні функцыі $y = x^3$, калі:
а) $x = 0,02$; б) $x = -0,02$;
в) $x = 1,2$; г) $x = -1,2$.</td><td>а) $0,02^3 = 0,000008$;
б) $(-0,02)^3 = -0,000008$;
в) $1,2^3 = 1,44 \cdot 1,2 = 1,728$;
г) $(-1,2)^3 = -1,728$.</td></tr>
<tr><td>Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце:
а) $f(2,356)$ і $f(2,365)$;
б) $f(-4,006)$ і $f(-4,0006)$.</td><td>а) Паколькі функцыя $f(x) = x^3$ нарастальная для $x \in \boldsymbol{R}$, то з таго, што $2,356 < 2,365$, вынікае, што $f(2,356) < f(2,365)$.
б) Паколькі $-4,006 < -4,0006$, то $f(-4,006) < f(-4,0006)$, бо функцыя $f(x) = x^3$ нарастальная для $x \in \boldsymbol{R}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Графік функцыі $y = x^3$</th></tr>
<tr><td>Ці належыць графіку функцыі $y = x^3$ пункт з каардынатамі:
а) (1; 0);
б) (1; 1);
в) (1; –1);
г) (–1; –1)?</td><td>а) Падставім каардынаты пункта ва ўраўненне $y = x^3$, атрымаем $1^3 = 0$. Гэта роўнасць няправільная, значыць, пункт (1; 0) не належыць графіку функцыі $y = x^3$.
б) Роўнасць $1^3 = 1$ правільная, значыць, пункт (1; 1) належыць графіку функцыі $y = x^3$.
в) Роўнасць $1^3 = -1$ няправільная, значыць, пункт (1; –1) не належыць графіку функцыі $y = x^3$.
г) Роўнасць $(-1)^3 = -1$ правільная, значыць, пункт (–1; –1) належыць графіку функцыі $y = x^3$.</td></tr>
</table>

Пункт $M(m;\ n)$ належыць графіку функцыі $y = x^3$. Якія з пунктаў таксама належыць гэтаму графіку: а) $N(-m;\ n)$; б) $K(m;\ -n)$; в) $L(-m;\ -n)$?	Паколькі графік функцыі $y = x^3$ сіметрычны адносна пачатку каардынат, то каардынаты сіметрычных пунктаў — процілеглыя лікі. У пункта L каардынаты ёсць лікі, процілеглыя лікам m і n. Такім чынам, графіку функцыі $y = x^3$ належыць пункт L.

? Вызначыце, які з графікаў (рыс. 99) з'яўляецца кубічнай парабалай.



Рыс. 99

4.48. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце $f(0)$; $f(4)$; $f(-5)$; $f(-0{,}01)$; $f(0{,}5)$.

4.49. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі роўна 1; 0; -8; $2\sqrt{2}$.

4.50. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = x^3$:

а) $A(-5;\ -125)$; б) $B(4;\ -64)$; в) $C(10;\ 100)$;

г) $D(-0{,}1;\ -0{,}001)$; д) $E(2;\ 6)$; е) $M\left(\sqrt{3};\ 3\sqrt{3}\right)$.

Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, якія належаць графіку функцыі $y = x^3$.

4.51. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце:

а) $f(2{,}1)$ і $f(3{,}9)$; б) $f(-8{,}97)$ і $f(-9{,}52)$;

в) $f\left(-\sqrt{5}\right)$ і $f(-2)$; г) $f\left(2\sqrt{3}\right)$ і $f(13)$.

4.52. Дадзена функцыя $g(x) = x^3$. Размясціце ў парадку спадання $g(-2{,}8)$; $g(0)$; $g(-4{,}65)$ і $g(15)$.

4.53. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = x^3$ і $y = 2 - x$; б) $y = x^3$ і $y = \frac{16}{x}$.

4.54. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(-3) + f(3) - f(5)$; б) $f(2{,}45) + f(-2{,}45) + f(0)$;

в) $f\left(-\sqrt{7}\right) + f\left(\sqrt{7}\right)$; г) $f\left(\sqrt{2}\right) + f\left(-\sqrt{2}\right) + f(-1)$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце $f(a) + f(-a) + f(1)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

4.55. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x^3$ і $y = x$. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = x^3$ і $y = x$.

4.56. Знайдзіце значэнні функцыі $y = x^3$ пры значэннях аргумента, роўных 1; -3; 0,1; $-2{,}5$.

4.57. Для функцыі $f(x) = x^3$ знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $f(x) = -1$; $f(x) = 27$; $f(x) = -125$; $f(x) = 7\sqrt{7}$.

4.58. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = x^3$:

а) $A(0;\ 0)$; б) $B(6;\ 216)$;

в) $C(-10;\ -1000)$; г) $D(0,2;\ -0,008)$.

4.59. Функцыя зададзена формулай $f(x) = x^3$. Параўнайце:

а) $f(3,6)$ і $f(4,8)$; б) $f(-10,25)$ і $f(-8,26)$;

в) $f\left(\sqrt{11}\right)$ і $f(3)$; г) $f\left(-\sqrt{3}\right)$ і $f\left(-\sqrt{2}\right)$.

4.60. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x^3$ і $y = -8$, знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.

4.61. Знайдзіце значэнне выразу $f(18) + f(-18) - f(-1)$, калі $f(x) = x^3$.

4.62. Выканайце дзеянні:

а) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$; б) $\frac{4^7 \cdot 64}{16^4}$.

4.63. Кіраўніцтва вытворчай фірмы лічыць размяшчэнне рэкламы ў рубрыках на сайце фірмы эфектыўным, калі рубрыку чытае не менш за 50 % наведвальнікаў сайта. Анкетаванне паказала, што са 100 700 наведвальнікаў сайта 41 600 чалавек чытаюць рубрыку «Навіны вытворцы», 39 250 — рубрыку «Адпачынак», 30 650 — абедзве гэтыя рубрыкі. Усе астатнія наведвальнікі сайта чытаюць толькі рубрыку «Тэхналогіі». Ці будзе размяшчэнне рэкламы ў рубрыцы «Тэхналогіі» эфектыўным?

§ 19. Уласцівасці і графік функцыі $y = |x|$

4.64. Знайдзіце значэнне выразу $|x|$, калі:

а) $x = 1,5$; б) $x = -4,5$; в) $x = 6,5$.

4.65. Знайдзіце значэнне выразу $|-1| + |2,4| + |-4,5|$.

У многіх практычных задачах ставіцца пытанне аб вылічэнні адлегласці паміж двума пунктамі. Для рашэння такіх задач выкарыстоўваецца паняцце модуля ліку. Азначэнне модуля ліку як адлегласці ад пачатку адліку да пункта на каардынатнай прамой, якія адпавядае гэтаму ліку, прыводзіць да правіла: модуль ліку роўны самому ліку, калі лік неадмоўны, і роўны процілегламу яму ліку, калі лік адмоўны, г. зн. $|a| = \begin{cases} a, \text{калі } a \geqslant 0, \\ -a, \text{калі } a < 0. \end{cases}$

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y = |x|$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі $|x|$ вызначаецца для любога рэчаіснага ліку, то абсягам вызначэння функцыі $y = |x|$ з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі: $D = \boldsymbol{R}$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Паколькі па азначэнні модуля ліку значэнне выразу $|x|$ неадмоўнае для любога ліку x, то мноствам значэнняў функцыі $y = |x|$ з'яўляецца мноства неадмоўных лікаў: $E = [0; +\infty)$.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y = 0$, г. зн. $|x| = 0$, пры $x = 0$, то $x = 0$ ёсць нуль функцыі.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. $y > 0$ для $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

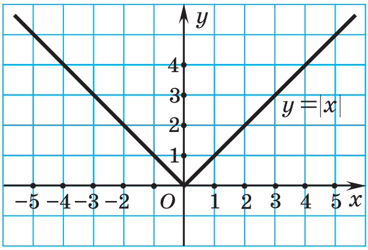
5. Графік функцыі. Пабудуем графік функцыі

$$y = |x| = \begin{cases} x, \text{ калі } x \geqslant 0, \\ -x, \text{ калі } x < 0. \end{cases}$$

Паколькі пры $x \geqslant 0$ $|x| = x$, то пры $x \geqslant 0$ графік функцыі $y = |x|$ ёсць частка прамой $y = x$ — прамень з пачаткам у пункце (0; 0), г. зн. бісектрыса першага каардынатнага вугла.

Паколькі пры $x < 0$ $|x| = -x$, то пры $x < 0$ графік функцыі $y = |x|$ ёсць частка прамой $y = -x$, размешчаная ў другой каардынатнай чвэрці.

Аб'яднаем часткі графікаў функцый $y = x$ пры $x \in [0; +\infty)$ і $y = -x$ пры $x \in (-\infty; 0)$ і атрымаем графік функцыі $y = |x|$ (рыс. 100).



Рыс. 100

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. Функцыя $y = |x|$ нарастае на прамежку $[0; +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty; 0]$.

7. Пункты графіка функцыі $y = |x|$ **сіметрычныя** адносна восі ардынат.

Уласцівасці функцыі $y = |x|$

Функцыя зададзена формулай $f(x) = \vert x\vert$. Параўнайце: а) $f(2,3)$ і $f(-2,3)$; б) $f(-4)$ і $f(0)$.	а) Паколькі $\vert 2,3\vert = \vert -2,3\vert$, то $f(2,3) = f(-2,3)$; б) $f(-4) > f(0)$, паколькі $f(-4) = \vert -4\vert = 4$, а $f(0) = \vert 0\vert = 0$.
Колькі існуе значэнняў аргумента, пры якіх значэнне функцыі $y = \vert x\vert$ роўна: а) 6,287; б) 0; в) −5,5?	а) Падставім ва ўраўненне $y = \vert x\vert$ значэнне $y = 6,287$, атрымаем $6,287 = \vert x\vert$. Гэта ўраўненне мае два карані: 6,287 і −6,287. б) Падставім ва ўраўненне $y = \vert x\vert$ значэнне $y = 0$, атрымаем $0 = \vert x\vert$. Гэта ўраўненне мае адзін корань $x = 0$. в) Падставім ва ўраўненне $y = \vert x\vert$ значэнне $y = -5,5$, атрымаем $-5,5 = \vert x\vert$. Гэта ўраўненне не мае каранёў, паколькі модуль ліку ёсць неадмоўны лік.

Графік функцыі $y = |x|$

Вызначыце, ці належыць пункт графіку функцыі $y = \vert x\vert$: а) (3; 3); б) (−4; 4); в) (2; −2); г) (−5; 4).	а) Падставім каардынаты пункта ва ўраўненне $y = \vert x\vert$, атрымаем $3 = \vert 3\vert$. Гэта роўнасць правільная, значыць, пункт (3; 3) належыць графіку функцыі $y = \vert x\vert$. б) Роўнасць $4 = \vert -4\vert$ правільная, значыць, пункт (−4; 4) належыць графіку функцыі $y = \vert x\vert$.

	в) Роўнасць $-2 = \|2\|$ няправільная, значыць, пункт (2; –2) не належыць графіку функцыі $y = \|x\|$. г) Роўнасць $4 = \|-5\|$ няправільная, значыць, пункт (–5; 4) не належыць графіку функцыі $y = \|x\|$.
Колькі пунктаў перасячэння мае графік функцыі $y = \|x\|$ з прамой $y = c$, калі: а) $c = 6$; б) $c = 0$; в) $c = -5$?	а) Прамая $y = 6$ паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт (0; 6). Яна перасякае графік функцыі $y = \|x\|$ у двух пунктах. б) Прамая $y = 0$ — вось абсцыс. Яна перасякае графік функцыі $y = \|x\|$ у адным пункце. в) Прамая $y = -5$ паралельна восі абсцыс і праходзіць праз пункт (0; –5). Яна не перасякае графік функцыі $y = \|x\|$.

? Колькі каранёў маюць ураўненні:
а) $|x| = 4$ і $x^2 = 16$; б) $|x| = 0$ і $x^2 = 0$; в) $|x| = -3$ і $x^2 = -3$?

4.66. Знайдзіце значэнні функцыі $y = |x|$ пры значэнні аргумента, роўным 1; –1; 0; –3,5; 3,5.

4.67. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце значэнні аргумента, пры якіх:

а) $f(x) = 7$; б) $f(x) = 3{,}9$; в) $f(x) = 0$.

4.68. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = |x|$:

а) $A(0;\ 0)$; б) $B(-7;\ -7)$; в) $C(-1{,}25;\ 1{,}25)$;

г) $D(11;\ -11)$; д) $E(28{,}9;\ 28{,}9)$; е) $N\left(-\sqrt{3};\ \sqrt{3}\right)$.

Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, што належаць графіку функцыі $y = |x|$.

4.69. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Параўнайце:

а) $f(80{,}7)$ і $f(83{,}9)$; б) $f(-5{,}43)$ і $f(-6{,}21)$;

в) $f\left(-\sqrt{7}\right)$ і $f\left(-2\sqrt{2}\right)$; г) $f\left(2\sqrt{5}\right)$ і $f\left(-\sqrt{20}\right)$.

4.70. Дадзена функцыя $g(x) = |x|$. Размясціце ў парадку спадання $g(-2{,}8)$; $g(-3{,}1)$; $g(-4{,}6)$.

4.71. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = |x|$ і $y = \frac{x}{2} + 3$; б) $y = |x|$ і $y = -\frac{4}{x}$;

в) $y = |x|$ і $y = x^2 - 2$.

4.72. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(-10) - f(10) + f(85)$; б) $f\left(\sqrt{3}\right) - f\left(-\sqrt{3}\right) + f\left(\sqrt{2}\right)$.

Абагульніце атрыманыя вынікі. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце $f(a) - f(-a) + f(5)$, дзе a — любы рэчаісны лік.

4.73. Пабудуйце графікі функцый $y = |x|$ і $y = x^2$. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = |x|$ і $y = x^2$.

4.74*. У розных сістэмах каардынат пабудуйце графікі функцый $y = x$; $y = \sqrt{x^2}$ і $y = \left(\sqrt{x}\right)^2$. Ці правільна, што графікі ўсіх гэтых функцый розныя?

4.75. Для функцыі $f(x) = |x|$ знайдзіце $f(4)$; $f(-4)$; $f(-0{,}8)$; $f(0{,}8)$.

4.76. Для функцыі $y = |x|$ знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх значэнне функцыі роўна 5; 0; 48.

4.77. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = |x|$:

а) $A(8;\ -8)$; б) $B(1;\ 1)$;

в) $C(-6{,}2;\ -6{,}2)$; г) $D(-18{,}3;\ 18{,}3)$.

4.78. Функцыя зададзена формулай $f(x) = |x|$. Параўнайце:

а) $f(7)$ і $f(10)$; б) $f(-56{,}32)$ і $f(-58{,}97)$;

в) $f\left(3\sqrt{3}\right)$ і $f(5)$; г) $f\left(\sqrt{8}\right)$ і $f\left(-2\sqrt{2}\right)$.

4.79. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = |x|$ і $y = 5$; б) $y = |x|$ і $y = -x^2 + 6$.

4.80. Функцыя зададзена формулай $f(x)=|x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(2{,}6)-f(-2{,}6)-f(15)$;   б) $-f\left(2\sqrt{15}\right)+f\left(\sqrt{60}\right)+f(8)$.

4.81. Вылічыце: а) $\frac{(3\sqrt{8})^2}{24}$; б) $6\sqrt{1{,}21}-2\left(\sqrt{2}\right)^2$.

4.82. Знайдзіце колькасць цэлых рашэнняў няроўнасці

$$\frac{x^2+6x}{6}-\frac{2x+3}{2}\leqslant 12.$$

4.83. Група васьмікласнікаў высаджвала кветкі ў гарадскім парку 4 г, а група сямікласнікаў — 3 г. Разам яны высадзілі 440 кветак. Колькі кветак высадзілі васьмікласнікі, калі за 1 г работы дзве групы разам высадзілі 130 кветак?

§ 20. Уласцівасці і графік функцыі $y=\sqrt{x}$

4.84. Знайдзіце даўжыню стараны квадрата, калі яго плошча роўна: а) 36 см^2; б) 10 дм^2; в) x м^2.

4.85. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{32}-\sqrt{8}+\sqrt{18}$.

4.86. Параўнайце $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ і $2\sqrt{0{,}25}$.

Залежнасць паміж дзвюма зменнымі велічынямі, пры якой кожнаму значэнню адной зменнай велічыні x з мноства неадмоўных лікаў ставіцца ў адпаведнасць значэнне $\sqrt{x}$, задае функцыю $y=\sqrt{x}$.

Разгледзім уласцівасці і графік функцыі $y=\sqrt{x}$.

1. Абсяг вызначэння функцыі. Паколькі па азначэнні квадратнага кораня з ліку $\left(\sqrt{x}\right)^2=x$, а $\left(\sqrt{x}\right)^2\geqslant 0$, то аргумент x прымае толькі неадмоўныя значэнні, г. зн. $D=[0;+\infty)$.

2. Мноства значэнняў функцыі. Па азначэнні арыфметычны квадратны корань з ліку ёсць неадмоўны лік, г. зн. мноствам значэнняў функцыі $y=\sqrt{x}$ з'яўляецца мноства неадмоўных лікаў: $E(y)=[0;+\infty)$.

3. Нулі функцыі. Паколькі $y=0$, г. зн. $\sqrt{x}=0$, пры $x=0$, то значэнне $x=0$ з'яўляецца нулём функцыі.

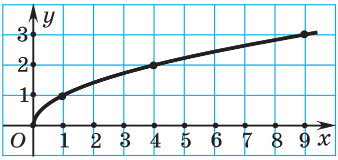
Тры разгледжаныя ўласцівасці дазваляюць сцвярджаць, што графік функцыі $y = \sqrt{x}$ ляжыць у першай каардынатнай чвэрці і праходзіць праз пачатак каардынат.

4. Прамежкі знакапастаянства функцыі. $y > 0$ пры ўсіх $x \in (0; +\infty)$.

5. Графік функцыі $y = \sqrt{x}$. Для пабудовы графіка функцыі $y = \sqrt{x}$ складзём табліцу значэнняў функцыі, якія адпавядаюць некаторым значэнням аргумента.

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

Злучым пункты плаўнай лініяй, атрымаем графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 101).

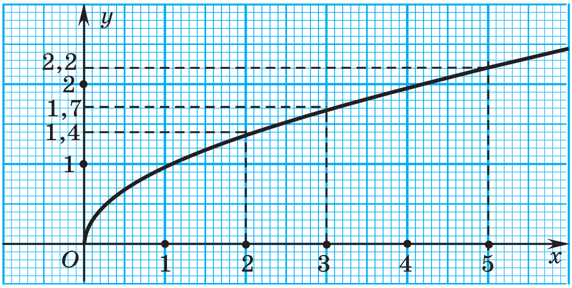


Рыс. 101

6. Прамежкі манатоннасці функцыі. З павелічэннем значэнняў аргумента x значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ павялічваюцца, значыць, функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае для ўсіх $x \in [0; +\infty)$.

Уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$	
Знайдзіце значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$, калі: а) $x = 0{,}04$; б) $x = 1{,}21$; в) $x = 4{,}84$; г) $x = 1225$.	а) Падставім значэнне $x = 0{,}04$ у формулу $y = \sqrt{x}$, атрымаем $y = \sqrt{0{,}04} = 0{,}2$; б) $y = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$; в) $y = \sqrt{4{,}84} = 2{,}2$; г) $y = \sqrt{1225} = 35$.
Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце: а) $f(8{,}35)$ і $f(5{,}35)$; б) $f(41{,}06)$ і $f(42{,}06)$.	а) Паколькі функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастае на прамежку $[0; +\infty)$, то з таго, што $8{,}35 > 5{,}35$, вынікае, што $f(8{,}35) > f(5{,}35)$. б) Паколькі $41{,}06 < 42{,}06$ і функцыя $y = \sqrt{x}$ нарастальная для $x \in [0; +\infty)$, то $f(41{,}06) < f(42{,}06)$.

Графік функцыі $y = \sqrt{x}$	
Якія з пунктаў: а) (1; 1); б) (16; 4); в) (1; –1); г) (16; –4) — належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$?	а) Падставім каардынаты пункта (1; 1) ва ўраўненне $y = \sqrt{x}$, атрымаем $\sqrt{1} = 1$. Гэта правільная роўнасць, значыць, пункт (1; 1) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. б) Роўнасць $\sqrt{16} = 4$ правільная, значыць, пункт (16; 4) належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. в) Роўнасць $\sqrt{1} = -1$ няправільная, значыць, пункт (1; –1) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$. г) Роўнасць $\sqrt{16} = -4$ няправільная, значыць, пункт (16; –4) не належыць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.
Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ на адрэзку [0; 5] (рыс. 102), знайдзіце прыбліжанае значэнне $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.	Па значэннях абсцыс пунктаў знойдзем прыбліжаныя значэнні ардынат пунктаў графіка: $\sqrt{2} \approx 1{,}4$, $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, $\sqrt{5} \approx 2{,}2$.



Рыс. 102

1. Выберыце функцыі, абсягам вызначэння якіх з'яўляюцца ўсе рэчаісныя лікі:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

2. Выберыце функцыі, якія пры ўсіх значэннях x з абсягу вызначэння прымаюць неадмоўныя значэнні:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = \frac{k}{x}$; г) $y = |x|$.

4.87. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце $f(0)$; $f(4)$; $f(0{,}25)$; $f(49)$; $f(6400)$.

4.88. Сярод лікаў 9; –3; 0; –1,25; 12,3; 8 выберыце тыя, што не належаць абсягу вызначэння функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.89. Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім значэнне функцыі $y = \sqrt{x}$ роўна 0; 1; 2,5; $\sqrt{7}$; $2\sqrt{5}$. Ці можа дадзеная функцыя прымаць значэнне, роўнае –8?

4.90. Выберыце пункты, праз якія праходзіць графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

а) $A(36;\ 6)$; б) $B(0{,}25;\ 0{,}5)$; в) $C(-1;\ 1)$;

г) $D(0{,}01;\ 0{,}1)$; д) $E(144;\ -12)$; е) $F\left(5;\ \sqrt{5}\right)$.

Вызначыце, якія з дадзеных пунктаў размешчаны ніжэй за графік функцыі $y = \sqrt{x}$, а якія вышэй. Запішыце каардынаты яшчэ якіх-небудзь двух пунктаў, што належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$.

4.91. Функцыя зададзена формулай $f(x) = \sqrt{x}$. Параўнайце:

а) $f(6)$ і $f(11)$; б) $f(29{,}18)$ і $f(31{,}9)$.

4.92. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $f(x) = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

а) $\sqrt{37}$ і $\sqrt{35}$; б) $\sqrt{24}$ і 5; в) $7\sqrt{3}$ і $4\sqrt{5}$.

4.93. Размясціце ў парадку нарастання лікі:

а) $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}$; 4; б) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{42}$.

4.94. Знайдзіце які-небудзь рацыянальны лік, што змяшчаецца паміж лікамі $\sqrt{5}$ і $\sqrt{6}$.

4.95. Паміж якімі паслядоўнымі цэлымі лікамі змяшчаецца лік $-\sqrt{18}$?

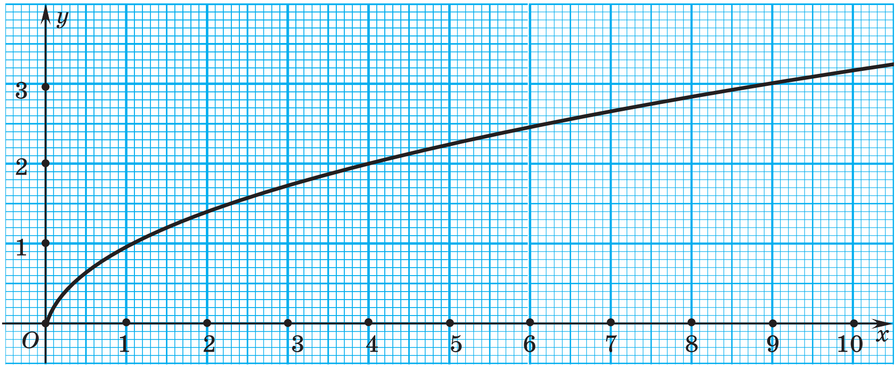
4.96. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

а) $y = 2$; б) $y = 1,5$; в) $y = -3$;

г) $y = 0$; д) $y = \sqrt{5}$; е) $y = -\sqrt{2}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.97. Выкарыстаўшы графік функцыі $y = \sqrt{x}$ (рыс. 103), знайдзіце прыбліжанае значэнне $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$.



Рыс. 103

4.98. Выберыце прамыя, якія перасякае графік функцыі $y = \sqrt{x}$:

а) $y = 3x$; б) $y = -x + 2$;

в) $y = 2x + 5$; г) $y = -4x - 3$.

4.99. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый і знайдзіце каардынаты іх агульных пунктаў:

а) $y = \sqrt{x}$ і $y = \frac{8}{x}$; б) $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 2$.

4.100. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ і $y = x$. Знайдзіце каардынаты агульных пунктаў пабудаваных графікаў. Параўнайце ўласцівасці функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x^2$.

4.101. Сярод функцый $y = \sqrt{x}$; $y = |x|$; $y = x^3$ і $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, выберыце функцыі:

а) нулём якіх з'яўляецца $x = 0$;

б) якія нарастаюць пры $x \in (0; +\infty)$;

в) значэнні якіх адмоўныя пры $x < 0$.

4.102*. Параўнайце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры $x = \left(\frac{5}{\sqrt{6}+1}\right)^2$ і $x = 7 - 2\sqrt{6}$.

4.103*. Дадзены функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ і $g(x) = |x|$. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $f(g(-25))$;　　б) $g(f(0{,}36))$.

4.104. Знайдзіце значэнні функцыі $y = \sqrt{x}$ пры значэнні аргумента, роўным 1; 25; 2,56.

4.105. Для функцыі $f(x) = \sqrt{x}$ знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $f(x) = 12$; $f(x) = 0{,}8$; $f(x) = 3\sqrt{2}$.

4.106. Выберыце пункты, якія належаць графіку функцыі $y = \sqrt{x}$:

а) $A(0;\ 0)$;　　б) $B(16;\ -4)$;　　в) $C(-100;\ 10)$;

г) $D(0{,}81;\ 0{,}9)$;　　д) $E\left(8;\ 2\sqrt{2}\right)$;　　е) $K\left(\sqrt{6};\ 36\right)$.

4.107. Дадзена функцыя $f(x) = \sqrt{x}$. Размясціце ў парадку нарастання $f(2)$; $f(5)$; $f(0{,}1)$ і $f(3{,}8)$.

4.108. Выкарыстаўшы ўласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, параўнайце лікі:

а) $\sqrt{11}$ і $\sqrt{13}$;　　б) $\sqrt{37}$ і 6;　　в) $2\sqrt{6}$ і $4\sqrt{7}$.

4.109. Размясціце ў парадку спадання лікі 7; $3\sqrt{5}$; $\sqrt{47}$.

4.110. Знайдзіце два паслядоўныя цэлыя лікі, паміж якімі змяшчаецца лік $\sqrt{95}$.

4.111. Вызначыце, ці перасякаецца графік функцыі $y = \sqrt{x}$ з прамой:

а) $y = 1$;　　б) $y = \frac{1}{3}$;　　в) $y = -7$;　　г) $y = \sqrt{13}$.

Калі перасякаецца, то знайдзіце каардынаты пункта перасячэння.

4.112. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \sqrt{x}$ і $y = x - 6$. Знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта.

4.113. За 800 г цукерак заплацілі 9 р. 60 к. Колькі можна купіць такіх жа цукерак на 3 р.?

4.114. Рашыце сістэму няроўнасцей $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \geqslant 0, \\ 2 - 3x > 0. \end{cases}$

4.115. Запішыце ў выглядзе здабытку:

а) $(y + 2)^2 - 2y(y + 2)$; б) $-3y^2 + 10y - 3$.

4.116. Выканайце дзеянні і запішыце вынік у стандартным выглядзе:

а) $13\,000^2$; б) $0{,}004^3$; в) 5000^{-4}.

Выніковая самаацэнка

Пасля вывучэння дадзенага раздзела я павінен:

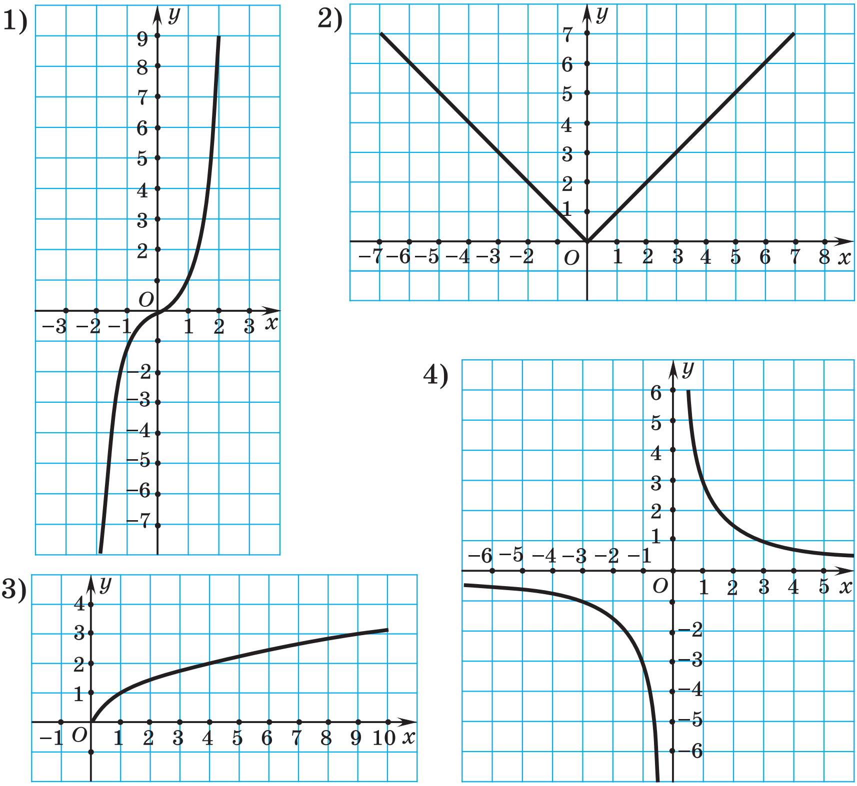
- ведаць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$;
- умець будаваць графік функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, для розных значэнняў k;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = x^3$, умець будаваць графік гэтай функцыі;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = x^3$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = \sqrt{x}$ пры рашэнні задач;
- ведаць уласцівасці функцыі $y = |x|$, умець будаваць яе графік;
- выкарыстоўваць уласцівасці функцыі $y = |x|$ і яе графік пры рашэнні задач.

Я правяраю свае веды

1. Устанавіце адпаведнасць паміж графікам функцыі (рыс. 104) і яе запісам пры дапамозе формулы:

а) $y = \sqrt{x}$; б) $y = x^3$; в) $y = |x|$; г) $y = \frac{3}{x}$.

Як называецца функцыя выгляду $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$? Як называецца графік гэтай функцыі?



Рыс. 104

2. Выберыце функцыі, графікам якіх належыць пункт $A(-2;\ 2)$:

а) $f(x) = |x|$;
б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{4}{x}$;
г) $f(x) = x^3$.

3. Знайдзіце $f(9)$ для функцыі:

а) $f(x) = |x|$;
б) $f(x) = \sqrt{x}$;
в) $f(x) = -\frac{18}{x}$;
г) $f(x) = x^3$.

4. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх выконваецца роўнасць $g(x) = 8$, калі:

а) $g(x) = |x|$;
б) $g(x) = \sqrt{x}$;
в) $g(x) = \frac{24}{x}$;
г) $g(x) = x^3$.

5. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{8}{x}$ і $y = \sqrt{x}$, знайдзіце каардынаты іх агульнага пункта. Ці маюць агульныя пункты графікі функцый:

а) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -\frac{5}{x}$; б) $y = \frac{8}{x}$ і $y = -2x$?

Ці можна адказаць на гэта пытанне, не выконваючы пабудову графікаў?

6. Для кожнай з функцый $f(x) = |x|$; $f(x) = \sqrt{x}$; $f(x) = \frac{k}{x}$, $k < 0$ і $f(x) = x^3$ назавіце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) нулі функцыі; г) прамежкі знакапастаянства функцыі; д) прамежкі манатоннасці функцыі.

7. Размясціце ў парадку нарастання $f(5{,}12)$; $f(13{,}7)$; $f(9{,}29)$, калі:

а) $f(x) = |x|$; б) $f(x) = \sqrt{x}$;

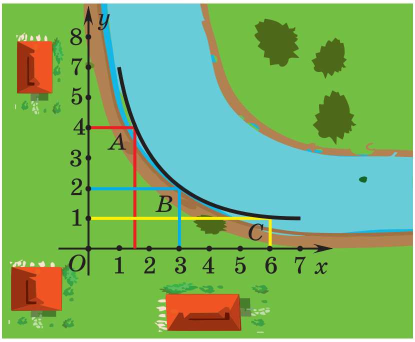
в) $f(x) = \frac{k}{x}$, $k > 0$; г) $f(x) = x^3$.

8. Вылічыце $f(-1{,}2) + f(1{,}2) + g(7{,}8) + g(-7{,}8) + h(9{,}5) - h(-9{,}5)$, калі $f(x) = \frac{79}{x}$, $g(x) = x^3$, $h(x) = |x|$.

9. Параўнайце $f\left(\frac{36}{8 - 2\sqrt{7}}\right)$ і $f\left(8 - 2\sqrt{7}\right)$, калі $f(x) = \sqrt{x}$.

10. Задайце формулай адваротную прапарцыянальнасць, графік якой праходзіць праз адзін з пунктаў перасячэння графікаў функцый $y = |x|$ і $y = x^3$.

Практычная матэматыка



Рыс. 105

1. Рака агібае садовае таварыства так, как паказана на рысунку 105. Дачнікам прапануецца зрабіць зону адпачынку на адным з трох участкаў. Пры выбары сярод прапанаваных варыянтаў участка максімальнай плошчы меркаванні падзяліліся. Якое рашэнне прапануеце вы?

2. Пасціла прадаецца ў выглядзе кубікаў з кантам 4 см і 8 см. Васьмікласнік выбраў два кубікі з кантам 4 см, а яго старэйшая сястра сцвярджае, што лепш купіць адзін кубік з кантам 8 см. Хто з іх зможа пачаставаць большую колькасць сяброў, падзяліўшы купленыя кубікі на меншыя, з кантам 2 см?

Займальная матэматыка

Даследуем, абагульняем, робім вывады

Даследчае заданне. а) Пабудуйце графікі функцый $f_1(x) = 2|x|$; $g_1(x) = 2\sqrt{x}$; $h_1(x) = 2x^3$ і $f_2(x) = 0{,}5|x|$; $g_2(x) = 0{,}5\sqrt{x}$; $h_2(x) = 0{,}5x^3$.

б) Абагульніце атрыманыя вынікі для функцый выгляду $f(x) = k|x|$; $g(x) = k\sqrt{x}$ і $h(x) = kx^3$, дзе $k \neq 0$.

Рыхтуемся да алімпіяд

1. Назва аднаго з гарадоў Беларусі зашыфравана пры дапамозе некаторага кода: –14 –10 –15 –19 –12. Расшыфруйце гэта слова.

2. Лік x такі, што сярод чатырох лікаў $x - \sqrt{2}$; $x^2 - 2\sqrt{2}$; $x + \frac{1}{x}$ і $x - \frac{1}{x}$ роўна адзін не з'яўляецца цэлым. Знайдзіце ўсе такія x.

Паўтарэнне курса алгебры 7—8-га класаў

Ступень з цэлым паказчыкам і яе ўласцівасці

Уласцівасці ступені з цэлым паказчыкам

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

2) $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$;

3) $(a^m)^n = a^{mn}$;

4) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$;

6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq 0$.

Калі $a \neq 0$, то $a^0 = 1$.

Стандартным выглядам ліку называюць яго запіс у выглядзе $a \cdot 10^n$, дзе $1 \leqslant a < 10$ і n — цэлы лік.

1. Выкарыстаўшы азначэнне ступені з цэлым паказчыкам, вылічыце:

а) 5^{-2}; 2^{-3}; 9^{-1}; 6^{-2}; 1^{-7};

б) $(-7)^{-2}$; $(-5)^{-3}$; $(-3)^{-1}$; $(-2)^{-2}$; $(-1)^{-4}$;

в) -4^{-2}; -3^{-3}; -8^{-1}; -5^{-2}; -1^{-8};

г) 7^0; -13^0; $(-15)^0$.

2. Знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; б) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$; в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$;

г) $(-0{,}2)^{-3}$; д) $(-2{,}5)^{-2}$; е) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{0}$.

3. Пры $a = 0{,}5$, $b = \frac{1}{3}$ знайдзіце значэнне выразу:

а) $a^{-1} + b^{-1}$; б) $(a + b)^{-1}$; в) $a^{-2} - b^{-2}$; г) $(a - b)^{-2}$.

4. Вызначыце парадак дзеянняў і знайдзіце значэнне выразу:

а) $9 \cdot 18^{-1}$; б) $100 : (-5)^{-2}$; в) $0{,}64 \cdot 0{,}4^{-2}$;

г) $-3^{-4} \cdot 27$; д) $0{,}1 : (-0{,}5)^{-3}$; е) $(-2)^{-5} : \frac{1}{8}$;

ж) $(-0{,}75)^{-3} : \frac{4}{9}$; з) $-0{,}2^{-4} \cdot 0{,}16$; і) $0{,}3 : (-0{,}1^4)$.

5. Параўнайце з нулём значэнне выразу:

а) $-(-3)^{-5}$; б) $-(-5)^{-6}$;

в) $(-3)^0 \cdot 6 - 5$; г) $-(-1{,}7)^{-6} \cdot (-2)^3$.

6. Выкарыстаўшы ўласцівасць ступені з цэлым паказчыкам, вылічыце:

а) $5^{-4}\cdot 5^{2}$; б) $0{,}5^{-7}\cdot 0{,}5^{6}$; в) $(-3)^{-5}\cdot(-3)^{7}$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot 2^{4}$; д) $2^{-8}:2^{-6}$; е) $(-0{,}4)^{-9}:\left(-\frac{2}{5}\right)^{-7}$;

ж) $\frac{3^{-2}}{3^{2}}$; з) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-6}:\left(1\frac{1}{3}\right)^{-5}$; і) $(10^{-3})^{-1}$;

к) $(8^{-5})^{0}$; л) $((-2)^{-3})^{-1}$; м) $((-5)^{-1})^{-3}$.

7. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $2b^{2}\cdot\frac{1}{8}b^{-3}$ пры $b=32^{-1}$; б) $27(c^{-2})^{3}\cdot 81(c^{-3})^{2}$ пры $c=3$.

8. Выкарыстаўшы ўласцівасці ступені з цэлым паказчыкам, знайдзіце значэнне выразу:

а) $\left(\frac{2}{7}\right)^{5}\cdot 7^{5}$; б) $\frac{7^{2}}{28^{2}}$; в) $5^{-4}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$;

г) $\frac{10^{-4}}{5^{-4}}$; д) $1{,}2^{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{4}$; е) $3^{-5}:1{,}5^{-5}$.

9. Выберыце рацыянальны спосаб рашэння і знайдзіце значэнне выразу:

а) $125\cdot 5^{-5}$; б) $100\cdot 10^{-7}$; в) $16^{-3}:2^{-6}$;

г) $(8^{2}\cdot 2^{-8})^{-1}$; д) $6^{-12}\cdot(6^{-5})^{-3}$; е) $(4^{-12}\cdot 2^{25})^{-5}$;

ж) $\frac{7^{-10}}{7^{-3}\cdot 7^{-5}}$; з) $\frac{5^{-3}\cdot 25^{-4}}{5^{-9}}$; і) $\frac{(6^{-2})^{3}}{36^{-2}}$;

к) $\frac{81^{-4}}{(3^{-5})^{4}}$; л) $\frac{5^{-5}}{25^{-3}\cdot 5^{3}}$; м) $\frac{0{,}5^{2}}{0{,}125^{-3}\cdot 4^{-5}}$.

10. Вылічыце, выбраўшы рацыянальны спосаб рашэння:

а) $\frac{15^{4}\cdot 5^{-6}}{45^{-3}\cdot 3^{9}}$; б) $\frac{6^{-10}}{81^{-2}\cdot 16^{-3}}$; в) $\frac{14^{5}\cdot 2^{-7}}{28^{-2}\cdot 7^{8}}$; г) $\frac{10^{-2}\cdot 15^{-4}}{30^{-6}}$.

11. Вядома, што $3^{m}=a$. Выразіце праз a:

а) 3^{m+1}; б) 3^{m-1}; в) 3^{2m}; г) 3^{3m+1}.

12. Дакажыце, што значэнне выразу:

а) $10^{18}+2$ дзеліцца на 3;

б) $10^{23}+10^{15}+7$ дзеліцца на 9.

13. Дакажыце, што значэнне выразу не залежыць ад n:

а) $5^{2n+7}:5^{2n-1}$; б) $\frac{8^{2n+2}}{4^{3n+1}}$; в) $\frac{21^{n+3}}{3^{n+1}\cdot 7^{n+2}}$.

14. Запішыце выраз у выглядзе ступені з асновай, роўнай натуральнаму ліку:

а) $2^n \cdot 8$; б) $7^{m+1} : 49$; в) $(3^{n+6})^3 : 3^{2n}$.

15. Запішыце ў стандартным выглядзе лікі:

12 300 050;	17;	0,000158;	9 000 000;
7586,258;	13,2046;	6 900 000;	0,03026.

16. Запішыце ў стандартным выглядзе лік і знайдзіце яго парадак:

$302 \cdot 10^{-6}$;	$3687 \cdot 10^9$;	$0{,}034 \cdot 10^{-8}$;
$0{,}00057 \cdot 10^{12}$;	$1428{,}33 \cdot 10^{-7}$;	$650{,}123 \cdot 10^5$.

17. Знайдзіце квадрат і куб ліку, запішыце атрыманы вынік у стандартным выглядзе:

а) $7 \cdot 10^8$; б) $1{,}2 \cdot 10^{-5}$.

18. Знайдзіце, у колькі разоў маса Месяца меншая за масу Зямлі, калі маса Зямлі роўна $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг, а маса Месяца роўна $7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг.

19. Знайдзіце, на колькі парадкаў:

а) лік 895 000 000 большы за лік 800 000;

б) лік 0,00000087 меншы за лік 0,0052.

20. Выразіце:

а) $3{,}7 \cdot 10^4$ т у грамах;

б) $5{,}83 \cdot 10^{12}$ кг у тонах;

в) $9{,}8 \cdot 10^{-7}$ км у міліметрах;

г) $5{,}6 \cdot 10^{-11}$ см у метрах.

Атрыманыя вынікі запішыце ў стандартным выглядзе.

Выразы і іх пераўтварэнні

Формулы скарочанага множання

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

Асноўныя спосабы раскладання мнагачленаў на множнікі:

- вынясенне агульнага множніка за дужкі;
- выкарыстанне формул скарочанага множання;
- групоўка складаемых.

21. Выканайце дзеянні і запішыце атрыманы вынік у выглядзе адначлена стандартнага выгляду:

а) $7a^3b \cdot a^2b^6$; б) $(-3a^8b)^4$;

в) $(-2ab^4)^2 \cdot abc$; г) $(-10a^6b^4)^3 : (5a^{17}b)$.

Знайдзіце каэфіцыент і ступень атрыманага выніку.

22. Прывядзіце да стандартнага выгляду выраз $\left(2\frac{1}{3}a^4b^8\right)^2 \cdot \left(-1\frac{2}{7}a^5b^{12}\right)$.

23. Знайдзіце суму і рознасць мнагачленаў $3x - 5y^2 - 1$ і $2x + 5y^2 - 3$.

24. Спрасціце выраз, раскрыўшы дужкі і прывёўшы падобныя складаемыя:

а) $18x - (x - 1) - (x + 6)$;

б) $3b - (b - 3) + (5b + 10)$;

в) $3x^2 - 4x + (5 + 9x - 2x^2)$;

г) $6ab + 5a - (7ab + 5a - 4)$;

д) $-3(x - 2y) - (2x + 3y) - 5x$;

е) $2(5a - 3b) - 7(6a + b)$;

ж) $5(a - 3b) - 2(4a + 5b) + 3b$;

з) $8m - 3(n + 2m) + 6(-n + m)$.

25. Рашыце ўраўненне:

а) $5x - (3x - 1) = 23$; б) $4 - (5 - x) - (3x - 6) = 0$;

в) $3(y - 5) - 4(y - 4) = 8$; г) $8(y - 5) + 2(5y - 4) = 10$.

26. Запішыце выраз у выглядзе мнагачлена стандартнага выгляду:

а) $-4a(a + 9)$; б) $(y - 2)(3y + 9)$;

в) $6a^2 - 2a(3a - b)$; г) $(n - 1)(n - 2) + 3n$;

д) $(b - 2)(b + 3) + 2b(1 - b)$; е) $(a - 8)(2a + 1) - (a + 1)(a - 6)$.

27. Спрасціце выраз $14a - (4a - 1)(3 - 2a)$ і знайдзіце яго значэнне пры $a = -\frac{1}{4}$.

28. Рашыце ўраўненне:

а) $(3x - 1)(5x + 4) - 15x^2 = 17$;

б) $5 - x(x - 3) = (6 - x)(x + 2)$.

29. Пераўтварыце ў мнагачлен:

а) $(-b + 6)^2$; б) $(-k - 1)^2$;

в) $(-5a + 2b)^2$; г) $\left(-7a + \frac{1}{7}b\right)^2$.

30. Выкарыстайце формулы скарочанага множання і правілы раскрыцця дужак для спрашчэння выразу:

а) $(a-b)(a+b)-a(a+2)$; б) $(x+1)^2+2x(4x-1)$;
в) $a(a-2b)-(a-b)^2$; г) $(m+5)^2-(m+4)(m-4)$;
д) $(a-4)(a+4)-(a-4)^2$; е) $(b-4)(b+3)-(b-6)^2$;
ж) $16a^2-(4a+1)(4a-1)$; з) $(3x-4y)^2-(3x+4y)^2$;
і) $(5a-2b)^2-(2a-5b)^2$; к) $(-a-2b)^2+(a-2b)^2$.

31. Спрасціце выраз $(3a-7b)^2-(-7a+3b)^2$ і знайдзіце яго значэнне пры $a=2{,}8$, $b=2{,}2$.

32. Рашыце ўраўненне $(x+6)^2-(x-5)(x+5)=79$.

33. Раскладзіце мнагачлен на множнікі:

а) $9a-15b$; б) $3m+mn$;
в) $5ab-5ac$; г) $6a^2-24ab$;
д) x^5+x^2; е) $28a^2b-7ab$;
ж) $3a^2-12a^4+9a^6$; з) $10x^4y^2+25x^2y-5x^2y^3$.

34. Раскладзіце мнагачлен на множнікі спосабам групоўкі:

а) $a^2+7a+ab+7b$; б) $x^2-2x+x-2$;
в) $5m-10n+2n^2-mn$; г) $4x^2-20xy+5xy-25y^2$.

35. Запішыце трохчлен у выглядзе квадрата двухчлена:

а) $a^2-10a+25$; б) $16x^2+8x+1$;
в) $40ab+16a^2+25b^2$; г) $m^8+4n^2-4m^4n$.

36. Раскладзіце на множнікі двухчлен:

а) n^2-16; б) $25-9a^2$; в) $36a^2-81b^4$;
г) m^2n^2-1; д) $9a^{12}-25$; е) $x^{18}-y^6$.

37. Запішыце мнагачлен у выглядзе здабытку:

а) $10a^2-10$; б) $5a^3-5a$;
в) $3b^3-3bc^2$; г) $-4x^5+4x^3-x$;
д) $a-5b+a^2-25b^2$; е) $mk^6-mk^4-k^6+k^4$.

38. Раскладзіце на множнікі, выкарыстаўшы розныя спосабы:

а) $(m-n)^2-km+kn$; б) $a-2b+4(2b-a)^2$;
в) $(2x+3y^3)^2-9y^6$; г) $0{,}36b^4-(1-0{,}8b^2)^2$;
д) $(3a-1)^2-(a+1)^2$; е) $(2x-1)^2-(4-7x)^2$.

39. Спрасціце выраз і знайдзіце яго значэнне:

а) $a(a-b)+b(b-a)$ пры $a=6{,}3,\ b=2{,}3$;

б) $a^2+ab-5a-5b$ пры $a=6{,}6,\ b=0{,}4$;

в) $(a-3b)^2-(3b+a)^2$ пры $ab=0{,}25$;

г) $6m^2+12mn+6n^2$ пры $m=56,\ n=44$;

д) $x^2-2xy+y^2+8$ пры $x-y=5$.

40. Выкарыстаўшы камбінацыю розных спосабаў, раскладзіце на множнікі мнагачлен $a^2+2ab+b^2-ac-bc$.

Лінейныя ўраўненні. Лінейныя няроўнасці. Лінейная функцыя

Ураўненні выгляду $ax=b$, дзе a і b — лікі, а x — зменная, называюцца **лінейнымі.**

Лінейнае ўраўненне з адной зменнай $ax=b$ можа:

- мець адзіны корань,
- не мець каранёў,
- мець бясконца многа каранёў.

Няроўнасці выгляду $ax>b$, $ax<b$, $ax\geqslant b$, $ax\leqslant b$, дзе a і b — лікі, а x — зменная, называюцца **лінейнымі няроўнасцямі з адной зменнай.**

Залежнасць паміж дзвюма зменнымі, пры якой **кожнаму значэнню** адной зменнай **адпавядае адзінае значэнне** другой зменнай, называецца **функцыянальнай залежнасцю** або **функцыяй.**

Функцыя выгляду $y=kx+b$, дзе k, b — некаторыя лікі, а x і y — зменныя, называецца **лінейнай функцыяй.**

Графікам лінейнай функцыі з'яўляецца прамая. У формуле $y=kx+b$ вуглавы каэфіцыент прамой k паказвае вугал нахілу прамой да восі абсцыс; b — ардыната пункта перасячэння прамой з воссю ардынат.

41. Рашыце ўраўненне:

а) $2 - 2(x - 1) = 14$;
б) $-3(x + 3) + 24 = 9$;
в) $3x + 2 = 12 - 3(3x + 3)$;
г) $5(5x + 3) - 10 = -7(4 - 3x)$;
д) $7(x - 3) - 4(x + 1) = 3x + 2$;
е) $5x - 12 = 2(2{,}5x - 1) - 10$.

42. Знайдзіце карані ўраўнення:

а) $\frac{x+2}{9} - \frac{x-1}{18} = 1$; б) $\frac{8-x}{2} - \frac{3-x}{6} = \frac{x+7}{15}$.

43. Знайдзіце нуль функцыі:

а) $f(x) = -x + 15$; б) $f(x) = \frac{2}{3}(x - 1) - 5$;
в) $f(x) = -0{,}1(2x + 5) - 7$; г) $f(x) = -3(7 - x) - 2(x - 4)$.

44. Рашыце ўраўненне:

а) $(2x + 3)^2 - 10 = 2x(2x + 5)$;
б) $(x - 2)(x - 3) - 12 = (x - 6)(x + 1)$.

45. Пакажыце, што ўраўненне $\frac{2x+1}{3} - \frac{x+5}{6} = \frac{x-4}{2}$ не мае каранёў.

46. Знайдзіце абсцысу пункта перасячэння графікаў функцый, не выконваючы пабудову графікаў:

а) $y = 5x - 1$ і $y = -x + 3$;
б) $y = 2 - 3(x - 6)$ і $y = 5x + 2$;
в) $y = \frac{x+3}{3} - \frac{x-4}{7}$ і $y = 1$.

47. Вядома, што $c < d$ — правільная лікавая няроўнасць. Выкарыстаўшы ўласцівасці няроўнасцей, запішыце правільную няроўнасць, якая атрымаецца, калі:

а) да абедзвюх частак няроўнасці дадаць лік 8;
б) ад абедзвюх частак няроўнасці адняць лік 1,2;
в) абедзве часткі няроўнасці памножыць на –5;
г) абедзве часткі няроўнасці падзяліць на $\frac{1}{6}$;
д) абедзве часткі няроўнасці падзяліць на –1.

48. Рашыце лінейную няроўнасць і запішыце два якія-небудзь лікі, што з'яўляюцца яе рашэннямі:

а) $-\frac{x}{7} > 3$; б) $\frac{x}{4} \geqslant -5$; в) $-\frac{3}{7}x > 15$.

49. Рашыце лінейную няроўнасць і запішыце два якія-небудзь лікі, што з'яўляюцца яе рашэннямі:

а) $2(3x - 2) - 3(2x - 3) \leqslant 15$;

б) $-5(x + 1) + 4(2x + 3) > 5x + 2$.

50. Знайдзіце ўсе значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя значэнні:

а) $y = \frac{1}{2}(3x - 1) - 10$; б) $y = -\frac{2}{3}(4x + 7) + 8$.

51. Рашыце няроўнасць $\frac{x - 1}{3} - 2x \leqslant \frac{3x + 1}{4}$ і знайдзіце яе найменшае цэлае рашэнне.

52. Не выконваючы пабудову графікаў, вызначыце, пры якіх значэннях аргумента графік функцыі $f(x) = \frac{x - 2}{3} - x$ размешчаны ніжэй за графік функцыі $f(x) = \frac{2x - 1}{5} - \frac{13x - 1}{15}$.

53. Рашыце няроўнасць:

а) $(x - 7)^2 \leqslant x(x - 14)$;

б) $(2x - 5)^2 - 0{,}5x < (2x - 1)(2x + 1) - 15$.

54. Знайдзіце найбольшае цэлае рашэнне няроўнасці

$$(x - 6)^2 \geqslant (x + 6)(x - 6) + 0{,}5.$$

55. Рашыце няроўнасць

$$(4x - 3)^2 + (7x + 1)^2 < (5x - 4)(13x + 1).$$

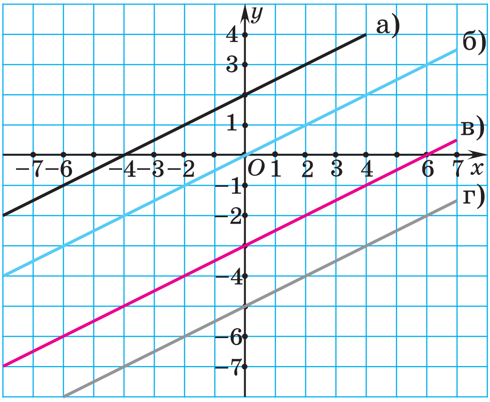
56. Дадзена лінейная функцыя $y = 3 - 4x$.

а) Знайдзіце значэнне функцыі, калі $x = 10$; $x = -0{,}5$; $x = 1{,}02$.

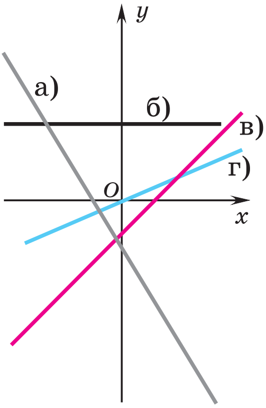
б) Знайдзіце значэнне аргумента, пры якім $y = 15$; $y = 0$; $y = -3{,}5$.

в) Вызначыце, ці належаць пункты $A(0; -1)$; $B(-2; -5)$; $C(5; -17)$ графіку функцыі.

57. Пабудуйце графікі функцый $y = 2x - 3$; $y = -x + 5$; $y = \frac{x}{2}$ і $y = -2$. Для кожнай з функцый знайдзіце: а) абсяг вызначэння; б) мноства значэнняў; в) нулі; г) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае дадатныя і адмоўныя значэнні; д) вуглавы каэфіцыент прамой; е) каардынаты пункта перасячэння графіка функцыі з воссю ардынат.



Рыс. 106



Рыс. 107

58. На рысунку 106 паказаны графікі функцый $y = 0{,}5x$, $y = 0{,}5x + 2$, $y = 0{,}5x - 3$, $y = 0{,}5x - 5$. Устанавіце адпаведнасць паміж функцыямі і іх графікамі.

59. Дадзена лінейная функцыя $y = 4x + b$. Знайдзіце, пры якім значэнні b графік гэтай функцыі:

а) праходзіць праз пачатак каардынат;

б) праходзіць праз пункт $P(-2;\ 1)$;

в) перасякае вось Oy у пункце з ардынатай 5;

г) праходзіць праз пункт перасячэння графікаў функцый $y = 0{,}5x + 1$ і $y = x - 1$.

60. На рысунку 107 паказаны графікі функцыі выгляду $y = kx + b$. Для кожнай з функцый вызначыце знакі каэфіцыентаў k і b.

61. Пабудуйце графік функцыі $y=\left(\frac{1}{2}x+3\right)\left(\frac{1}{3}x-4\right)-\frac{x^2}{6}+8$.

Сістэмы лінейных ураўненняў

Ураўненне выгляду $ax + by = c$, дзе x і y — зменныя, a, b і c — некаторыя лікі, называецца **лінейным ураўненнем з дзвюма зменнымі.**

Упарадкаваная пара лікаў $(x_0;\ y_0)$ называецца рашэннем ураўнення $ax + by = c$, калі пры падстаноўцы гэтых лікаў ва ўраўненне атрымліваецца правільная лікавая роўнасць.

Калі трэба знайсці ўсе пары лікаў (*x*; *y*), якія з'яўляюцца адначасова рашэннямі і першага, і другога ўраўнення, то гавораць, што зададзена сістэма двух лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$ дзе a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 — некаторыя лікі, а x і y — зменныя.

Сістэмы лінейных ураўненняў з дзвюма зменнымі можна рашаць спосабам падстаноўкі і спосабам складання.

62. Знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння з восямі каардынат графіка ўраўнення:

а) $2x + 7y = 14$; б) $x - 4y = 18$.

63. Пабудуйце графікі ўраўненняў сістэмы і вызначыце колькасць рашэнняў сістэмы:

а) $\begin{cases} 2x - y = 6, \\ -x + \frac{1}{2}y = -3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 3y = -1, \\ 2x - 6y = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 2. \end{cases}$

64. Рашыце сістэму ўраўненняў спосабам падстаноўкі:

а) $\begin{cases} x + 3y = 8, \\ 2x - y = -5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 4y = 20, \\ x + 2y = 0. \end{cases}$

65. Рашыце сістэму ўраўненняў:

а) $\begin{cases} 3(2x - 7y) + 5y = 62, \\ 2(x + 3y) = 2 + 2y; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{5y}{2} = 3, \\ 2x - 7y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \frac{x - y}{3} - \frac{x + y}{2} = -8, \\ 7x + y = -4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{3x - 7}{4} - \frac{2y - 3}{5} = 1, \\ \frac{2x - y}{2} - 1 = y - 2. \end{cases}$

66. Прамая $y = kx + b$ праходзіць праз пункты $T(-2; 7)$ і $K(3; 8)$. Запішыце ўраўненне гэтай прамой.

67. Не выконваючы пабудову, знайдзіце каардынаты пунктаў перасячэння графікаў ураўненняў $5y - 3x = 10$ і $2{,}5y + 0{,}5x = 3$.

68. Пякарня атрымала заказ ад буйнога гіпермаркета на выпечку пірагоў і тартоў. Кожны пірог каштуе 15 р., а кожны торт — 20 р. Менеджар, які прымаў заказ, не запісаў, колькі вырабаў кожнага наймення трэба прыгатаваць, але запомніў, што ўсяго трэба спячы 130 вырабаў на агульную суму 2100 р. Колькі пірагоў і колькі тартоў трэба спячы, каб выканаць заказ?

69. Вучань з Інтэрнэту загружае на камп'ютар два тэкставыя файлы. У першую секунду загрузілася $\frac{1}{4}$ першага файла і $\frac{1}{3}$ другога файла, што склала 340 Кбайт. За другую секунду загрузілася $\frac{1}{3}$ часткі першага файла, што засталася. Гэта на 60 Кбайт менш за палову часткі другога файла, што засталася. Знайдзіце памер кожнага файла.

70. На злёт турыстаў можна даехаць электрычкай або аўтобусам. Частка турыстаў можа выкарыстаць толькі аўтобус, а частка — толькі электрычку. Ці можна ўкласціся дакладна ў 500 р., вылучаных клубам для 50 удзельнікаў злёту, калі білет на аўтобус каштуе 11 р., а на электрычку — 6 р.?

Квадратныя карані

71. Сярод лікаў 36; 0; $-\frac{1}{9}$; 0,04; –25; 1; 0,49 выберыце тыя, з якіх можна здабыць квадратны корань. Растлумачце свой выбар.

72. Вылічыце:

а) $\sqrt{625} - 3\sqrt{144}$;   б) $\sqrt{11\frac{1}{9}} + \sqrt{10\frac{9}{16}}$;

в) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{25} - \sqrt{4^2 + 9}$;   г) $3\sqrt{0{,}25} + 5\sqrt{3{,}24}$.

73. Знайдзіце значэнне выразу пры $m = 0{,}04$, $n = \frac{1}{4}$:

а) $m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

б) $\left(\sqrt{m} + \sqrt{n}\right) : \sqrt{mn}$;

в) $\sqrt{m : n} + \sqrt{m + n + 0{,}2}$.

74. Вылічыце:

а) $(\sqrt{3})^2+\sqrt{2{,}25}$; б) $(2\sqrt{5})^2-(5\sqrt{2})^2$;

в) $(-\sqrt{6})^2+(-3\sqrt{7})^2$; г) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2+\sqrt{1\frac{19}{81}}$.

75. Выкарыстаўшы ўласцівасці квадратнага кораня, вылічыце:

а) $\sqrt{0{,}16\cdot 49}$; б) $\sqrt{2\cdot 800}$; в) $\sqrt{160}\cdot\sqrt{250}$;

г) $\sqrt{108}\cdot\sqrt{3}$; д) $\sqrt{\frac{36}{169}}$; е) $\sqrt{18\frac{1}{16}}$;

ж) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}}$; з) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0{,}225}}$; і) $\frac{\sqrt{64{,}8}}{\sqrt{0{,}2}}$.

76. Выканайце дзеянні і вызначыце, рацыянальным або ірацыянальным лікам з'яўляецца значэнне выразу:

а) $7\sqrt{300}-\sqrt{75}-5\sqrt{48}$; б) $3\sqrt{54}+\sqrt{96}-5\sqrt{150}$;

в) $(3\sqrt{5}-\sqrt{20})\cdot\sqrt{5}$; г) $(\sqrt{18}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}+0{,}5\sqrt{24}$;

д) $(6-\sqrt{3})^2$; е) $(\sqrt{5}-1)^2+\sqrt{20}$;

ж) $(7-\sqrt{5})(\sqrt{5}+7)$; з) $(\sqrt{7}-3)^2(16+6\sqrt{7})$.

77. Выкарыстаўшы ўласцівасці арыфметычнага квадратнага кораня, вылічыце значэнне выразу:

а) $\sqrt{80}+\sqrt{1{,}25}-\frac{1}{14}\sqrt{245}-\sqrt{180}$;

б) $(2-\sqrt{3})^2(7+4\sqrt{3})+3\sqrt{12\frac{1}{4}}$.

78. Пазбаўцеся ад ірацыянальнасці ў назоўніку дробу:

а) $\frac{21}{\sqrt{7}}$; б) $\frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$; в) $\frac{1}{2\sqrt{3}+1}$.

79. Спрасціце выраз $2x^3-\sqrt{25x^6}$, калі $x<0$.

80. Спрасціце выраз:

а) $\sqrt{(y-3)^2}+\sqrt{(5-y)^2}$ пры $3\leqslant y\leqslant 5$;

б) $\sqrt{4a^2+4a+1}-\sqrt{9a^2}$ пры $-4<a<-2$.

81. Унясіце множнік пад знак кораня:

а) $6\sqrt{2}$; б) $a\sqrt{7}$ пры $a\geqslant 0$;

в) $b\sqrt{3}$ пры $b<0$; г) $n\sqrt{n}$; д) $-c\sqrt{-c}$.

82. Знайдзіце значэнне выразу $A+B+C+D$, калі вядома, што:

$$A=\left(\sqrt{28}-\sqrt{175}+2\sqrt{63}\right):\left(2\sqrt{7}\right);$$

$$B=\left(2\sqrt{3}+5\right)^2+\left(10-\sqrt{3}\right)^2;$$

$$C=\frac{2}{3}\sqrt{27}+\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{6}\right);$$

$$D=\sqrt{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}+\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}.$$

83. Знайдзіце значэнне выразу $\sqrt{19-8\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}-2}$.

Квадратныя ўраўненні

84. Вызначыце від ураўнення і рашыце яго:

а) $12x^2+3x=0;$
б) $2x^2-18=0;$
в) $\frac{1}{3}x^2-6x=0;$
г) $x^2=25;$
д) $x^2+3=3-x;$
е) $12-x^2=11;$
ж) $17-x^2=14;$
з) $25+100x^2=0.$

85. Выкарыстаўшы формулу каранёў квадратнага ўраўнення, рашыце ўраўненне:

а) $x^2-6x-16=0;$
б) $3x^2+4x+5=0;$
в) $-x^2+7x-10=0;$
г) $32x^2-12x+1=0.$

86. Рашыце ўраўненне:

а) $(x+1)(3x+1)=5;$
б) $(2x+3)(3x+1)=10x-2;$
в) $(3x-1)(2x+6)=8(2x+3);$
г) $(2x+1)(x+2)-(x-1)(3x+1)=9;$
д) $(x-2)^2=4(x+6);$
е) $3(x+1)^2=(x+3)^2.$

87. Складзіце якое-небудзь квадратнае ўраўненне, што: а) не мае каранёў; б) мае два цэлыя карані; в) мае два ірацыянальныя карані; г) мае толькі адзін корань.

88. Рашыце ўраўненне, не выкарыстоўваючы формулы каранёў квадратнага ўраўнення:

а) $x^2-11x+18=0;$
б) $x^2-5x-14=0;$
в) $x^2-x-6=0;$
г) $x^2+2x-3=0;$
д) $x^2+4x-21=0;$
е) $x^2+16x+55=0.$

89. Выберыце квадратнае ўраўненне, каранямі якога з'яўляюцца лікі –1 і $\frac{1}{7}$:

а) $7x^2 + 6x + 1 = 0$;　　б) $-\frac{1}{7}x^2 + \frac{6}{7}x - 1 = 0$;

в) $x^2 - \frac{1}{7}x + 6 = 0$;　　г) $x^2 + \frac{1}{7}x - 6 = 0$;

д) $7x^2 + 6x - 1 = 0$.

90. Складзіце квадратнае ўраўненне з цэлымі каэфіцыентамі, калі:

а) яго карані 1 і –7;

б) яго карані $\frac{1}{6}$ і –6;

в) адзін з яго каранёў $5 - \sqrt{2}$.

91. Знайдзіце значэнне выразу $x_1 + x_2 + 2x_1x_2$, калі x_1 і x_2 — карані ўраўнення $2x^2 - 3x - 7 = 0$.

92. Ураўненне $x^2 + px - 13 = 0$ мае карані x_1 і x_2. Выразіце $x_1^2 + x_2^2$ праз p.

93. Раскладзіце, калі гэта магчыма, на множнікі квадратны трохчлен:

а) $x^2 - 7x - 8$;　　б) $4x^2 + 9x + 2$;　　в) $4x^2 - 3x + 1$.

94. Запішыце квадратны трохчлен у выглядзе здабытку двух двухчленаў:

а) $6x^2 - x - 1$;　　б) $-x^2 - 4x + 5$.

95. Рашыце біквадратнае ўраўненне:

а) $x^4 - 7x^2 + 6 = 0$;

б) $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$;

в) $5x^4 + 11x^2 + 2 = 0$.

96. Рашыце ўраўненне, выкарыстаўшы метад замены зменнай:

а) $(x^2 - 3)^4 + (x^2 - 3)^2 = 20$;

б) $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$;

в) $2(x^2 - x + 1)^2 - 3(x^2 - x + 1) = 2$;

г) $(x^2 + x)(x^2 + x - 4) - 12 = 0$;

д) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 5) = 84$;

е) $(x^2 - 3x + 1)(x^2 - 3x - 1) = 3$;

ж) $(2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 4) + 2 = 0$;

з) $(x^2 - 10x + 17)^2 - (x - 2)(x - 8) = 1$.

Квадратычная функцыя

97. Дадзены функцыі $f(x) = 4x^2 + 8x - 12$; $g(x) = 4(x + 1)^2 - 16$; $h(x) = 4(x - 1)(x + 3)$. Пакажыце, што $y = f(x)$; $y = g(x)$ і $y = h(x)$ з'яўляюцца трыма формамі запісу адной і той жа функцыі.

98. Функцыя зададзена формулай $y = 3x^2 + 2x - 5$. Знайдзіце:

а) значэнне функцыі пры $x = -\frac{2}{3}$;

б) нулі функцыі;

в) значэнні аргумента, пры якіх функцыя прымае значэнне, роўнае 3.

Ці праходзіць графік функцыі праз пункт $A(-4; 32)$?

99. Пабудуйце графік функцыі:

а) $y = x^2 - 6x + 5$; б) $y = -x^2 - 4x - 3$;

в) $y = x^2 + 2x + 3$; г) $y = -x^2 + 4x$;

д) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$; е) $y = -x^2 + 9$.

Для кожнай з функцый запішыце: а) абсяг вызначэння функцыі; б) мноства значэнняў функцыі; в) найбольшае (найменшае) значэнне функцыі; г) ураўненне восі сіметрыі парабалы; д) нулі функцыі; е) прамежкі знакапастаянства функцыі; ж) прамежкі манатоннасці функцыі.

100. Знайдзіце каардынаты вяршыні парабалы і прамежкі манатоннасці квадратычнай функцыі:

а) $f(x) = (x - 4)^2 + 5$; б) $g(x) = -(x + 2)^2 - 7$;

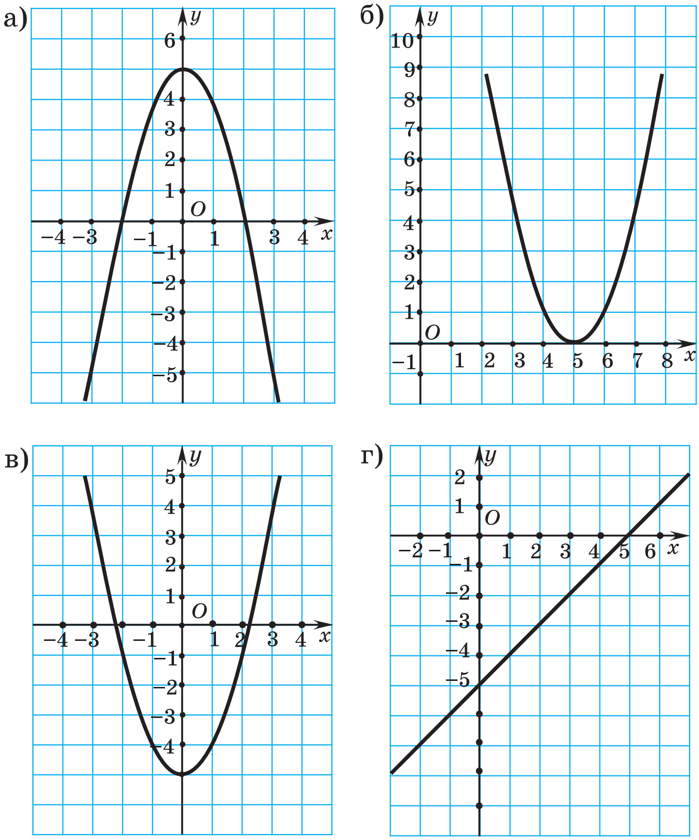
в) $h(x) = x^2 + 4$; г) $p(x) = -3(x - 1)^2$.

101. Выберыце графік функцыі, зададзенай формулай $y = x^2 - 5$ (рыс. 108).

102. У адной сістэме каардынат пабудуйце графікі функцый $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$; $y = -2(x + 5)^2 + 8$; $y = (x + 3)^2 - 9$; $y = -(x - 5)^2$.

103. Лікі –2 і 3 з'яўляюцца нулямі квадратычнай функцыі $y = 2x^2 + bx + c$. Знайдзіце b і c.

104. Пункт $A(2; 27)$ належыць графіку функцыі $f(x) = -x^2 + bx + 1$. Знайдзіце найбольшае значэнне функцыі.



Рыс. 108

105. Рашыце няроўнасць, выкарыстаўшы ўласцівасці квадратычнай функцыі:

а) $x^2 - 2x - 15 \geqslant 0$;
б) $3x^2 - 4x + 7 < 0$;
в) $4x^2 - 4x - 15 \leqslant 0$;
г) $x^2 - 8x + 16 \leqslant 0$;
д) $x^2 + 4x + 5 > 0$;
е) $x^2 + 10x - 24 < 0$;
ж) $x^2 \leqslant 36$;
з) $5x^2 + x > 0$;
і) $-4x^2 + 1 \leqslant 0$;
к) $8x^2 \geqslant 16$.

106. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу:

а) $\sqrt{x^2 - 7x - 18}$;
б) $\sqrt{13x - 6x^2 - 5}$;
в) $\sqrt{6x^2 - x}$;
г) $\sqrt{9 - 49x^2}$.

107. Рашыце няроўнасць:

а) $(2x+1)^2-(x+1)(x-7)\leqslant 5$;

б) $5x(x+4)-(3+2x)(2x-3)>30$.

108. Знайдзіце, пры якіх значэннях аргумента значэнні функцыі $f(x)=-x^2+3x+22$ большыя за адпаведныя значэнні функцыі $g(x)=4x+2$.

109. Знайдзіце суму найбольшага цэлага адмоўнага і найменшага цэлага дадатнага рашэнняў няроўнасці

$$\frac{(x-3)^2}{16}-\frac{(x-2)^2}{4}\leqslant\frac{1-x}{2}.$$

110. Рашыце сістэму няроўнасцей:

а) $\begin{cases}x^2-x-2\leqslant 0,\\ x>0;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x^2-5x+2>0,\\ x-2\geqslant 0;\end{cases}$

в) $\begin{cases}x^2-8x-9\geqslant 0,\\ x^2\geqslant 4;\end{cases}$ г) $\begin{cases}2x^2-11x-6\leqslant 0,\\ x^2-6x\geqslant 0.\end{cases}$

111. Рашыце двайную няроўнасць $6-x<x^2\leqslant 16$.

112. Знайдзіце абсяг вызначэння выразу

$$\sqrt{x^2-4x-12}+\sqrt{4-x^2}.$$

Адказы

Раздзел 1

Квадратныя карані і іх уласцівасці. Рэчаісныя лікі

1.35. а); в); д).

1.36. а) 3; б) 6; в) 20; г) 70; д) 0,5; е) 0,02; ж) 1,4; з) 1,5; і) $\frac{1}{4}$; к) $\frac{2}{5}$; л) $2\frac{2}{3}$; м) $1\frac{1}{9}$; н) $1\frac{2}{3}$; о) $1\frac{6}{7}$; п) $1\frac{4}{9}$; р) $2\frac{3}{11}$.

1.37. а) 0; б) 2; в) 30; г) 1,19; д) 6480; е) $\frac{42}{121}$; ж) $3\frac{1}{9}$; з) $3\frac{9}{25}$; і) $4\frac{13}{16}$.

1.38. а) 7; б) 2; в) 0,6; г) –0,1; д) –5,5; е) 1,3; ж) $-\frac{11}{56}$; з) 0,5; і) –65; к) 0,01; л) 30; м) $\frac{1}{3}$.

1.39. а) 65; 6500; 6,5; б) 38; 3800; 3,8.

1.40. 3,1; 2,89; 6,46; 2,5.

1.41. а) 24; б) $-6\frac{2}{3}$; в) 1,45; г) 0,185.

1.42. а) 7; б) 2; в) 1,8; г) немагчыма; д) 0; е) 1.

1.43. а) 10; б) 3; в) 0,5; г) 1.

1.44. а) 1,9; б) –151; в) $-1\frac{2}{3}$; г) 40,6.

1.45. а) 1,7; б) 0,8; в) 0,4; г) 0,9.

1.46. а) 11; б) 1,3; в) 9; г) 12.

1.47. 26,4 м.

1.48. 54 м.

1.49. 1,5 м.

1.50. –17.

1.79. а) Правільна; б) правільна; в) няправільна; г) правільна; д) няправільна.

1.80. $\sqrt{5}$; $\sqrt{4,9}$.

1.83. 1 і 2; 3 і 4; 4 і 5.

1.84. 7; 8; 9; 10.

1.85. а) $\sqrt{35} < 6$; б) $\sqrt{2} > 1,4$; в) $\pi > 3,1415$.

1.86. $\sqrt{7}$; 3; $\sqrt{13}$.

1.87. $4,5 < 2\sqrt{2} + \sqrt{3} < 4,8$.

1.146. а) 36; б) 8,3; в) 3; г) $\frac{11}{16}$; д) 18; е) 0,07.

1.147. а) 7; 11; 50; б) –1; –3; –8.

1.148. а) 221; б) –139.

1.149. а) 24; б) 1,5; в) 8,4; г) 0,88; д) $\frac{5}{8}$; е) $\frac{7}{18}$; ж) 1,7; з) $1\frac{7}{9}$.

1.150. а) 6; б) 9,75.

1.152. а) $\frac{28}{45}$; б) $\frac{13}{150}$; в) 6,75; г) $1\frac{1}{14}$.

1.153. а) 6; б) 12; в) 6; г) 0,2; д) 0,25; е) 0,2; ж) 8; з) 10; і) $\frac{1}{18}$.

1.154. а) 400; б) 30; в) 1,5; г) 18,7.

1.155. а) $\frac{1}{3}$; б) 5.

1.156. а) 0,8; б) $\frac{2}{3}$.

1.157. а) 24; б) –60; в) –52; г) –7.

1.158. а) 9; б) 160; в) 8; г) 3,9.

1.159. а) 42; б) 17,5; в) 0,48.

1.160. а) 72; б) $\frac{4}{7}$.

1.161. а) 41,5; б) 53,4.

1.162. а) 2; б) 42; в) 0,5.

1.164. а) 31; б) $1\frac{1}{3}$; в) 13; г) 18,1.

1.165. а) $|y|$; б) $7|a|$; в) $5|n|$; г) $\frac{4|x|}{9}$.

1.166. а) c; б) $-y$; в) $5a$; г) $-\frac{x}{3}$; д) $-2m$; е) $10c$; ж) $-\frac{n}{5}$; з) $-1{,}5b$.

1.167. а) a^9; б) $-3b^3$; в) $4n^9$; г) $-0{,}6m^5$; д) k^4; е) $-\frac{x^8}{5}$; ж) $\frac{c^2}{7}$; з) $-\frac{6y^{10}}{11}$.

1.168. а) 125; б) 16; в) 135; г) $\frac{4}{7}$.

1.169. а) 0,006; б) 700.

1.170. а) $\frac{2}{5}m^2n^5$; б) $-\frac{2}{5}m^2n^5$.

1.171. а) $a - 4$; б) $-b - 2$; в) $3b + 20{,}4$; г) $-4a + 9{,}6$.

1.172*. а) $-x + 3y$; б) 12.

1.239. а) $2\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{7}$; в) $7\sqrt{2}$; г) $10\sqrt{3}$; д) $6\sqrt{5}$; е) $7\sqrt{3}$; ж) $2\sqrt{5}$; з) $-\sqrt{5}$.

1.240. а) $|b|\sqrt{3}$; б) $3a^2\sqrt{2}$; в) $6k^2|p|\sqrt{2}$; г) $0{,}2y^4\left|z^3\right|\sqrt{x}$.

1.241. а) $n\sqrt{5}$; б) $-m\sqrt{7}$; в) $4m^2n^3\sqrt{3}$; г) $-\frac{2}{3}mn\sqrt{n}$; д) $m^4n^2\sqrt{24{,}1}$; е) $-m^9n^5\sqrt{4{,}3}$.

1.242. а) $6a\sqrt{b}$; б) $-4m^3n^3\sqrt{2n}$; в) $-1{,}1x^2y^3\sqrt{xy}$.

1.243. а) $x\sqrt{2x}$; б) $-y\sqrt{-y}$; в) $a^2b^2\sqrt{a}$.

1.244. а) $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{45}$; в) $-\sqrt{50}$; г) $\sqrt{5}$; д) $-\sqrt{28}$; е) $-\sqrt{2}$.

1.245. а) $\sqrt{4x}$; б) $\sqrt{2y}$; в) $-\sqrt{36a}$; г) $-\sqrt{2b^5}$.

1.246. а) $\sqrt{2k^2}$; б) $-\sqrt{2k^2}$.

1.247. а) $\sqrt{5n^2}$; б) $-\sqrt{3m^2}$; в) $\sqrt{x^3}$; г) $-\sqrt{(b-a)^3}$.

1.248. а) $9\sqrt{2}$; б) $-3\sqrt{3}$; в) $7\sqrt{7}$; г) $-\sqrt{5}$.

1.249. а) $10\sqrt{3}$; $2\sqrt{3}$; 72; 1,5; б) $-2\sqrt{2}$; $-4\sqrt{2}$; –6; –3; в) 0; $-4\sqrt{7}$; –28; –1.

1.250. а) $13\sqrt{5}$; б) $\sqrt{6}$; в) $6\sqrt{3}$; г) $\sqrt{3}$; д) $-11\sqrt{3}$; е) 0.

1.251. а) 3; б) 50; в) 0,4.

1.252. а) 9; б) –45; в) 8; г) 3.

1.253. а) $-\sqrt{3}-3\sqrt{2}$; б) $5\sqrt{5}+3\sqrt{3}$.

1.254. а) $4\sqrt{6}+8$; б) $3\sqrt{2}$; в) 9; г) –15.

1.255. а) $4+\sqrt{6}$; б) $5+13\sqrt{5}$; в) $43\sqrt{3}-74$; г) $13\sqrt{11}-51$; д) $3-2\sqrt{6}$; е) $187-34\sqrt{35}$.

1.256. $(4\sqrt{3}+2)$ см^2.

1.257. а) 19; б) –11; в) –3; г) 15.

1.258. а) $11+6\sqrt{2}$; б) $28-6\sqrt{3}$; в) $17+2\sqrt{66}$; г) $153-30\sqrt{2}$; д) 24,5; е) 12,5.

1.259. а) 11; б) 20; в) 0; г) 110; д) 4; е) 121.

1.260. а) $4\sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{21}}{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$.

1.261. а) $-4\sqrt{2}$; б) $10\sqrt{5}$; в) 9.

1.262. а) $\sqrt{2}-1$; б) $\frac{7+\sqrt{5}}{4}$; в) $4(\sqrt{7}-\sqrt{5})$; г) $3\sqrt{3}+\sqrt{13}$.

1.263. а) $9\sqrt{11}-3$; б) –2; в) $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$; г) $\sqrt{7}-3\sqrt{2}$.

1.265. а) $\sqrt{7}(1+\sqrt{7})$; б) $\sqrt{2}(1-\sqrt{2})$; в) $\sqrt{5}(7+\sqrt{5})$; г) $\sqrt{2}(\sqrt{7}-1)$.

1.266. а) $1+\sqrt{6}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{30}}{5}$; г) $-\frac{\sqrt{15}}{5}$.

1.267. а) 2; б) 3; в) 0,5.

1.268. а) $\sqrt{3}-1$; б) $\sqrt{5}-2$; в) $3\sqrt{2}-8$; г) 2.

1.269*. а) $1+\sqrt{3}$; б) $\sqrt{7}-2$; в) $1+\sqrt{10}$; г) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$.

1.270*. а) 2; б) 10.

1.271*. 1.

1.307. а); б).

1.308. а) 9; б) 0; в) 6; г) 3; д) –3; е) –9.

1.309. б); г).

1.310. а); д).

1.312. а) $[2; 7]$; б) $(1; 3]$; в) $[-5; 6)$; г) $[1; 3)$.

1.313. а) $\{6\}$; б) $(6; +\infty)$; в) $\varnothing$; г) $[4; 9)$.

1.314. а) $[-3; 12]$; б) $(0; 5]$; в) $(-\infty; 11]$; г) $(-5; +\infty)$.

1.315. а) $[-2; 8)$; б) $[3; +\infty)$; в) $[2; 4]$; г) $\left[-2; \sqrt{5}\right]$.

1.316. а) $(-8; -3)$; $(-\infty; +\infty)$; б) $\varnothing$; $(-2; 12)$; в) $\varnothing$; $(0; +\infty)$; г) $\left(0; \sqrt{5}\right)$; $(-\infty; 12)$; д) $(-7; 12)$; $[-7; 12]$; е) $\left(0; \sqrt{10}\right)$; $\left[0; \sqrt{10}\right]$.

1.371. в).

1.372. а) $[4; 5]$; б) $(-\infty; 4)$; в) $[7; +\infty)$; г) $\varnothing$.

1.373. а) 4; б) 0.

1.375. а) $[0{,}6; 2)$; б) $[-5; 0)$; в) $[-2{,}5; 7{,}5]$; г) $(0{,}5; +\infty)$; д) $(-\infty; 3]$; е) $(-\infty; 5)$.

1.376. а) $[3; 7]$; б) $[0{,}25; +\infty)$.

1.377. а) $[0; 17)$; б) $\left[-4{,}2;\ -1\frac{8}{13}\right)$.

1.378. а) $(-\infty; 2)$; б) $\left(-\infty;\ -\frac{2}{3}\right]$; в) $\left[-1\frac{2}{3}; 3{,}5\right)$; г) $\left(-\frac{2}{3}; 4{,}2\right]$.

1.379. а) $\left(-\frac{2}{3};\ +\infty\right)$; б) $[-5; 17)$.

1.380. 48.

1.381. Больш за 14, але менш за 24 см.

1.382. Больш за 100, але менш за 150 мін.

1.383. а) $(-\infty; 4]$; б) $[5; +\infty)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 3] \cup [7; +\infty)$.

1.384. а) $(-\infty; 2] \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; 0) \cup [2{,}5; +\infty)$; в) $(-\infty; 1{,}4]$.

1.385. а) $(-2; 4]$; б) $[1; 7)$; в) $[-9; 5)$; г) $(-2; 2)$.

1.386. $\left[-5; \frac{3}{8}\right]$.

1.387. а) $[-2; 3)$; б) $[-5; 11)$; в) $(-10; 20)$.

1.388. а) $\left(-12;\ -\frac{1}{3}\right]$; б) $\left(-3\frac{4}{7};\ -\frac{4}{7}\right]$.

1.389. [5; 7,1).

1.390. 4; 0.

1.391. а) $(-\infty; -2)$; б) $\varnothing$.

1.392*. Пры $a \geqslant 5$.

1.393*. Пры $a \in [-8; +\infty)$.

Я правяраю свае веды

2. а); в); г); д); е).

3. а) 8; б) –25; в) 5; г) 2,6.

4. а) $(-0{,}8; -0{,}5]$; б) $(-\infty; 4) \cup [7{,}5; +\infty)$; в) $[-0{,}5; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$.

5. а) 60; 0,8; б) 0,63; $2\frac{1}{3}$; в) 0,5; 3,8.

6. 48.

7. а) $4\sqrt{5}$; б) $7\sqrt{3}$; в) –13; г) $-2\sqrt{21}$.

8. $[-0{,}25; 15]$.

9. а) $\sqrt{3(c-2)^3}$; б) $-\sqrt{5(9-n)^3}$. **10.** а) $\sqrt{6}-1$; б) $\sqrt{3}+1$; в) $3+\sqrt{2}$.

Практычная матэматыка

1. 26 кустоў.

2. Ад 81 да 99 мяшкоў.

Раздзел 2
Квадратныя ўраўненні

2.23. а) 0; 7; б) $-\frac{2}{3}$; 0; в) –6; 6; г) –1,25; 1,25; д) –8; 0; е) $-\sqrt{7}$; $\sqrt{7}$; ж) 0; 2; з) няма каранёў; і) 0; 5.

2.24. а) –9; 9; б) –15; 0; в) –4; 4; г) –7; 0.

2.25. 4.

2.26. а) 0; 1,75; б) –4; 4; в) –2; 2; г) няма каранёў.

2.27. а) –1; 0; б) 0; $2\frac{1}{3}$.

2.28. а) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; б) –2; 2.

2.29. а) –23; 0; б) –1; 1; в) 0; $1\frac{1}{3}$; г) 0.

2.30. 0; 3.

2.31*. Пры $a = 1$.

2.67. а) –0,4; 1; б) –2; 0,5; в) $\frac{1}{3}$; 3; г) –1,5; 1; д) 1; 4; е) –3; –0,5; ж) $-1\frac{2}{3}$; 1; з) 3.

2.68. а) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; б) –5; –4; в) –1; 0,75; г) 1; $1\frac{2}{3}$; д) 1,5; е) $\frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$.

2.69. а) –1; 0,6; б) –1; 5; в) –2; 0,25; г) $-1\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$.

2.70. Пры $x = 1$.

2.71. а) –9; 2; б) $-\frac{1}{2}$; 5; в) $-\frac{1}{3}$; 2,5; г) –0,5; 1,5.

2.72. а) 2; 5; б) 4; 5; в) –4; 1; г) –19; 1.

2.73. –4 і –2 або 2 і 4.

2.74. а) 1; 7; б) 1; 4; в) 8; г) –11; $-\frac{1}{3}$.

2.75. а) $-\frac{1}{3}$; 1; б) $-\frac{2}{9}$; 1.

2.76. 1; 2,75.

2.77. а) –9; –1; б) $-1\frac{1}{8}$; 1; в) –1; 1,5; г) –1; 0,6.

2.78. а) 2,5; 6; б) –1,5; 3; в) $\frac{3}{8}$; 1; г) –10; 1.

2.79. а) $\frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{2}$; в) 1; $\sqrt{5}$; г) $-\sqrt{6}$; 2.

2.80*. а) Пры $c < -4$; б) пры $c > -4$.

2.81*. 3; 5.

2.118. а) 5; 1; б) –8; –3; в) 9; $-\sqrt{2}$; г) няма каранёў; д) –6; 7; е) –3,5; –6,5; ж) 8; 0; з) 0; –4,25.

2.121. а) 1; 4; б) –7; –1; в) 3; 5; г) –1; 3; д) 2; 9; е) –13; –1; ж) –3; 7; з) –7; 8.

2.122. а) –2; б) –7.

2.123. а) 25; б) 21.

2.125. а) –2; –12; б) –0,75; –3.

2.126. –6; 3; $q = 18$.

2.128. 2; 12; $q = 24$.

2.129*. $x^2 \pm 3x - 10 = 0$.

2.151. а) $\frac{1}{3}$; 3; б) 2; 6; в) 0,2; г) няма каранёў.

2.152. а) $(x + 5)(x - 4)$; б) $(x - 2)(x - 5)$; в) $(2x + 5)(x - 1)$; г) $(x - 1)(3x + 1)$; д) $(x + 1)(3x - 2)$; е) $-(x + 7)(x - 5)$; ж) $(x - 1)(1 - 4x)$; з) $(x + 4)^2$; і) $(3x + 14)(x - 1)$; к) $(2x - 3)^2$; л) немагчыма; м) немагчыма.

2.153. а) $(2x - 3)(3x + 4)$; б) $(1 - 3x)(4x + 1)$.

2.154. а) $\left(x+1-\sqrt{2}\right)\left(x+1+\sqrt{2}\right)$; б) $\left(x-2-\sqrt{6}\right)\left(x-2+\sqrt{6}\right)$;

в) $3\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{3}\right)$.

2.155. а) $(x+4)(x+10)$; б) $(x-2)(3x-1)$; в) $(2x-3)(3x-1)$; г) $(6x+1)^2$.

2.156. а) $x(x+4)(x-3)$; б) $x(x-4)(2-3x)$; в) $x^2(x-4)(2x+1)$; г) $-x^2(6x-1)^2$.

2.157*. $(x^2+3)(x-5)(x+2)$.

2.158*. $(x-4y)(3x-2y)$.

2.193. 3 і 9.

2.194. 6 і 7.

2.195. а) 9; б) $2\frac{1}{3}$.

2.196. а) 2 і 7; б) –8 і –7; 7 і 8; в) 7 і 8.

2.197. Тры па 35 м.

2.198. Нельга.

2.199. На другім.

2.200. 11.

2.201. 16.

2.202. 12×18 м, 216 м^2.

2.203. 15 дм.

2.204. Нельга.

2.205. 5 %.

2.206. –17 і –16; 16 і 17.

2.207. –13, –12, –11; 11, 12, 13.

2.208*. 40 %.

2.229. а) –2; –1; 1; 2; б) –1; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; 1; в) –1; 1; г) –2; $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 2.

2.230. а) 0; б) –3; –1; 1; 3.

2.231. а) –6; 0; б) 0,5; 1; 2; 2,5.

2.232. а) 1; 2; 3; 4; б) –1; 2; 4; 7.

2.233. а) –4; 3; б) 0; 3; в) $-1\pm\sqrt{2}$; г) –2; –1.

2.234. а) –4; 1; б) $4\pm\sqrt{5}$.

2.235. а) –4; 2; б) –1; 2; 5.

2.236. а) –9; –1; 1; 9; б) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$.

Я правяраю свае веды

1. а) $a = 7$; $b = -6$; $c = 3$; б) $a = 2$; $b = -1$; $c = -5$; в) $a = 3$; $b = 0$; $c = -8$; г) $a = 1$; $b = -6$; $c = 0$.

2. а) 29; б) –20; в) 0; г) 13.

3. а) –2; 2; б) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; в) $-\frac{1}{2}$; 0; г) няма каранёў; д) 5; е) –3; 2; ж) –2; 0,4.

4. а) $(x+4)(x+5)$; б) $-(x-1)(x-3)$; в) $(x-2)(2x+1)$; г) $(5x+1)^2$.

5. $\frac{1}{2}$; 2.

6. 149,6 м.

7. –3,25.

8. а) $-\sqrt{10}$; –1; 1; $\sqrt{10}$; б) –1; 6; $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$; в) 1; –1,5; $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$; г) –2; 1; 4.

9. У банку A.

10. $(2x + 3y)(3x - 4y)$.

Практычная матэматыка

1. 12.

2. 9 м^2.

3. 20 %.

4. 30 чалавек.

Раздзел 3
Квадратычная функцыя

3.50. а); г).

3.51. г).

3.52. а) 19; б) –2; в) –4; –2.

3.53. а) (–5; –4); $x = -5$; б) (8; 1); $x = 8$; в) (0; 6); $x = 0$; г) (1; 0); $x = 1$.

3.54. в).

3.55. а) –7; б) 7; в) –4; г) 10.

3.56. а) $D = \boldsymbol{R}$; $E = (-\infty; 8]$; б) $D = \boldsymbol{R}$; $E = [-13; +\infty)$; в) $D = \boldsymbol{R}$; $E = [-144; +\infty)$; г) $D = \boldsymbol{R}$; $E = (-\infty; 0]$.

3.57. а) (–2; 0); (8; 0); (0; –16); б) (1; 0); (7; 0); (0; –7); в) (3; 0); (9; 0); (0; –27); г) (0; 1).

3.62. $A(-1; 0)$; $B(4,5; 0)$.

3.64. б).

3.66. а) $R(x) = 50x$; б) 700 р., 1000 р., 300 р.; г) 30.

3.67. 128.

3.68. $b = -9$; $c = 14$.

3.70*. а) (0,5; –60,75); б) $x = 0,5$; в) –60,75.

3.71*. $(1; -2)$.

3.114. б).

3.115. а) Спадае на прамежку $(-\infty; -5]$ і нарастае на прамежку $[-5; +\infty)$; б) спадае на прамежку $[-1{,}5; +\infty)$ і нарастае на прамежку $(-\infty; -1{,}5]$; в) спадае на прамежку $(-\infty; 0]$ і нарастае на прамежку $[0; +\infty)$; г) спадае на прамежку $\left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$ і нарастае на прамежку $\left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$.

3.117. $x = -6$.

3.119. б); г).

3.120. а) $f(5) < f(6)$; б) $f(2) > f(3)$; в) $f(-2{,}4) > f(3{,}75)$.

3.121. а) $g(-6{,}5)$; $g(-4{,}8)$; $g(-3)$; б) $g(18)$; $g(15)$; $g(10)$.

3.122. а) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$, $y < 0$ пры $x \in (-4; 2)$; б) $y > 0$ пры $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$, $y < 0$ пры $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$; в) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; 2) \cup$ $\cup (2; +\infty)$; г) $y < 0$ пры $x \in (-\infty; +\infty)$.

3.123. а) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; б) $y > 0$ пры $x \in (-9; 1{,}5)$; в) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; г) $y > 0$ пры $x \in (0; 5)$.

3.128*. $m > 1\frac{1}{8}$.

3.171. а) $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$; б) $(1; 2)$; в) $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$; г) $[-2; 2]$; д) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$; е) $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$; ж) $(-\infty; +\infty)$; з) $\varnothing$.

3.172. а) $(-\infty; 0{,}5) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$; б) $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$; в) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; г) $(-4; 4)$; д) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$; е) $(-\infty; -3] \cup [0{,}5; +\infty)$; ж) $(-\infty; +\infty)$; з) $\{4\}$.

3.173. а) 1; 2; 3; б) −1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; в) −2; −1; 0; 1; 2; г) 0; 1.

3.174. а) $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$; б) $[-3; 3]$.

3.175. а) $\left[-\frac{1}{9}; 1\right]$; б) $(-6; 6)$; в) $[0; 3]$; г) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; д) $\varnothing$; е) $\left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]$; ж) $(-\infty; +\infty)$; з) $(-\infty; 0] \cup [7; +\infty)$.

3.176. а) $\left(-1 - 2\sqrt{2}; -1 + 2\sqrt{2}\right)$; б) $\left(-\infty; \frac{7 - \sqrt{29}}{10}\right] \cup \left[\frac{7 + \sqrt{29}}{10}; +\infty\right)$.

3.177. а) $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$; б) $\left[0; 1\frac{2}{3}\right]$.

3.178. а) $(-\infty; -9) \cup (5; +\infty)$; б) $\left\{-1\frac{1}{3}\right\}$.

3.179. $(-1; 4{,}5)$.

3.180. а) $(1; 3)$; б) $(-\infty; -0{,}5] \cup [1; +\infty)$; в) $(-5; -1)$; г) $\left[0; 2\frac{2}{3}\right]$.

3.181. Не больш за 10 радоў.

3.182. а) –2; 0; б) 2; 4; в) 0; 2; г) –4; 4.

3.183. а) $[-3; 2]$; б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

3.184. а) $(-\infty; -6] \cup [4; +\infty)$; б) $\varnothing$; в) $(-\infty; 1) \cup (1,8; +\infty)$;
г) $\left(-\infty; 5-\sqrt{5}\right) \cup \left(5+\sqrt{5}; +\infty\right)$.

3.185. $\left[-\frac{2}{3}; 1\right]$.

3.187. а) $[0,4; 4]$; б) $(-\infty; -3] \cup \left[1\frac{1}{3}; +\infty\right)$; в) $(-2,6; 3)$; г) $(-\infty; -9) \cup (9; +\infty)$.

3.188. $[-1; 0,75]$.

3.189. а) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$; б) $(-\infty; -2,5] \cup [1,5; +\infty)$; в) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$; г) $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

3.190*. $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

3.218. а) $[-4; -3) \cup (8; 9]$; б) $(5; 6]$.

3.219. $[2; 4)$.

3.220. а) $\left(-\frac{1}{3}; 0\right]$; б) $(1,75; +\infty)$.

3.221. а) 1; 2; б) –5; 5.

3.222. $(-3; -2) \cup (2; 3)$.

3.223. а) $\{-5\} \cup [3; 5]$; б) $(0; 0,5]$.

3.224. а) $[-1; 1]$; б) $\{5\}$.

3.225. 18.

3.226. 2.

3.227. а) $[-1; 0) \cup (6; 7]$; б) $[-4; -1) \cup (2; 4]$.

3.228. а) $[-1; 3] \cup (4; 7)$; б) $(-\infty; +\infty)$.

3.229. $(-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty)$.

3.230. а) $(-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$; б) $(-\infty; +\infty)$.

3.231. а) $(-\infty; 0,75)$; б) $(-\infty; 6]$.

Я правяраю свае веды

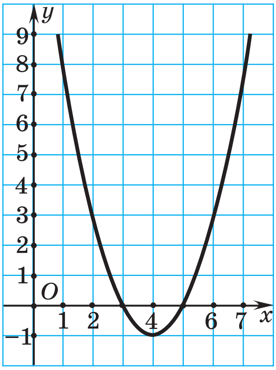
1. а); б); в); д).

2. б).

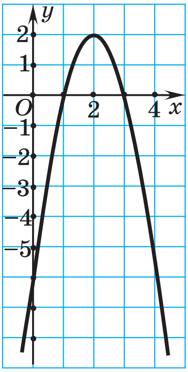
3. а) –3; б) 3; в) –9.

4. а) (1; –3); б) (–6; 5); в) (2; –16); г) (0; 9).

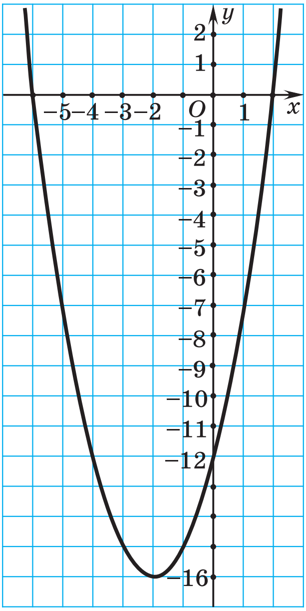
5. а) $(-\infty; 1] \cup [10; +\infty)$; б) $(-2; -0,25)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $\{4\}$; д) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$;
е) $(-\infty; -1,5] \cup [1,5; +\infty)$.



Рыс. 109



Рыс. 110



Рыс. 111

6. $f(x) = (x - 4)^2 - 1$ (рыс. 109); а) $D = \boldsymbol{R}$; б) $E = [-1; +\infty)$; в) -1; г) $x = 4$; д) 3; 5; е) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$; $y < 0$ пры $x \in (3; 5)$; ж) прамежак нарастання $[4; +\infty)$, прамежак спадання $(-\infty; 4]$.

$g(x) = -2x^2 + 8x - 6$ (рыс. 110); а) $D = \boldsymbol{R}$; б) $E = (-\infty; 2]$; в) 2; г) $x = 2$; д) 1; 3; е) $y > 0$ пры $x \in (1; 3)$; $y < 0$ пры $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; ж) прамежак нарастання $(-\infty; 2]$, прамежак спадання $[2; +\infty)$.

$h(x) = (x - 2)(x + 6)$ (рыс. 111); а) $D = \boldsymbol{R}$; б) $E = [-16; +\infty)$; в) -16; г) $x = -2$; д) -6; 2; е) $y > 0$ пры $x \in (-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$; $y < 0$ пры $x \in (-6; 2)$; ж) прамежак нарастання $[-2; +\infty)$, прамежак спадання $(-\infty; -2]$.

7. а) $(-1; 0] \cup [6; 10)$; б) $[-5; -3)$.

8. а) $(-\infty; -4] \cup (-0,5; 6)$; б) $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$.

9. а) 300 р.; б) 30 ваз.

10. а) $(-\infty; -8) \cup (8; +\infty)$; б) $\left(-2\sqrt{15}; 2\sqrt{15}\right)$.

Практычная матэматыка

1. 625 м^2.

2. Каля 1,5 г.

3. 6,2 м.

4. а) 17,5 м; 12,5 м; б) 20 м; в) $\alpha = 1{,}75$ с, $\beta = 20$ м; г) $y = -12{,}5x + 50$.

Раздзел 4

Функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

4.27. а); в); г).

4.28. а) –7; 4; б) 2.

4.29. в).

4.30. в); г); е).

4.31. а) $f(7) < f(12)$; б) $f(-3{,}8) > f(-3{,}9)$.

4.32. –6.

4.39*. а) (–6; –6); (6; 6); б) $\left(-\sqrt{5};\ -\sqrt{5}\right)$; $\left(\sqrt{5};\ \sqrt{5}\right)$.

4.56. 1; –27; 0,001; –15,625.

4.57. –1; 3; –5; $\sqrt{7}$.

4.58. а); б); в).

4.59. а) $f(3{,}6) < f(4{,}8)$; б) $f(-10{,}25) < f(-8{,}26)$; в) $f\left(\sqrt{11}\right) > f(3)$; г) $f\left(-\sqrt{3}\right) < f\left(-\sqrt{2}\right)$.

4.61. 1.

4.75. 4; 4; 0,8; 0,8.

4.76. –5; 5; 0; –48; 48.

4.77. б); г).

4.78. а) $f(7) < f(10)$; б) $f(-56{,}32) < f(-58{,}97)$; в) $f\left(3\sqrt{3}\right) > f(5)$; г) $f\left(\sqrt{8}\right) = f\left(-2\sqrt{2}\right)$.

4.80. а) –15; б) 8.

4.104. 1; 5; 1,6.

4.105. 144; 0,64; 18.

4.106. а); г); д).

4.107. $f(0{,}1)$; $f(2)$; $f(3{,}8)$; $f(5)$.

4.108. а) $\sqrt{11} < \sqrt{13}$; б) $\sqrt{37} > 6$; в) $2\sqrt{6} < 4\sqrt{7}$.

4.109. 7; $\sqrt{47}$; $3\sqrt{5}$.

4.110. 9 і 10.

Я правяраю свае веды

2. а); в).

3. а) 9; б) 3; в) –2; г) 729.

4. а) –8; 8; б) 64; в) 3; г) 2.

7. а) $f(5{,}12)$; $f(9{,}29)$; $f(13{,}7)$; б) $f(5{,}12)$; $f(9{,}29)$; $f(13{,}7)$; в) $f(13{,}7)$; $f(9{,}29)$; $f(5{,}12)$; г) $f(5{,}12)$; $f(9{,}29)$; $f(13{,}7)$.

8. 0.

9. $f\left(\dfrac{36}{8-2\sqrt{7}}\right) > f\left(8-2\sqrt{7}\right)$.

10. $y = \dfrac{1}{x}$.

Паўтарэнне курса алгебры 7—8-га класаў

1. а) $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{36}$; 1; б) $\frac{1}{49}$; $-\frac{1}{125}$; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; 1; в) $-\frac{1}{16}$; $-\frac{1}{27}$; $-\frac{1}{8}$; $-\frac{1}{25}$; –1; г) 1; –1; 1.

2. а) 16; б) $\frac{27}{64}$; в) 2,25; г) –125; д) $\frac{4}{25}$; е) 1.

3. а) 5; б) 1,2; в) –5; г) 36.

4. а) 0,5; б) 2500; в) 4; г) $-\frac{1}{3}$; д) $-\frac{1}{80}$; е) –0,25; ж) $-5\frac{1}{3}$; з) –100; і) –3000.

5. а) $-(-3)^{-5} > 0$; б) $-(-5)^{-6} < 0$; в) $(-3)^0 \cdot 6 - 5 > 0$; г) $-(-1{,}7)^{-6} \cdot (-2)^3 > 0$.

6. а) $\frac{1}{25}$; б) 2; в) 9; г) 64; д) 0,25; е) 6,25; ж) $\frac{1}{81}$; з) 0,75; і) 1000; к) 1; л) –8; м) –125.

7. а) 8; б) $\frac{1}{243}$.

8. а) 32; б) $\frac{1}{16}$; в) 0,01; г) $\frac{1}{16}$; д) $\frac{1}{625}$; е) $\frac{1}{32}$.

9. а) $\frac{1}{25}$; б) 0,00001; в) $\frac{1}{64}$; г) 4; д) 216; е) $\frac{1}{32}$; ж) $\frac{1}{49}$; з) $\frac{1}{25}$; і) $\frac{1}{36}$; к) 81; л) $\frac{1}{25}$; м) $\frac{1}{2}$.

10. а) 15; б) $\frac{4}{9}$; в) $\frac{4}{7}$; г) 144.

11. а) $3a$; б) $\frac{a}{3}$; в) a^2; г) $3a^3$.

14. а) 2^{n+3}; б) 7^{m-1}; в) 3^{n+18}.

15. $1{,}230005 \cdot 10^7$; $1{,}7 \cdot 10^1$; $1{,}58 \cdot 10^{-4}$; $9 \cdot 10^6$; $7{,}586258 \cdot 10^3$; $1{,}32046 \cdot 10^1$; $6{,}9 \cdot 10^6$; $3{,}026 \cdot 10^{-2}$.

16. $3{,}02 \cdot 10^{-4}$; -4; $3{,}687 \cdot 10^{12}$; 12; $3{,}4 \cdot 10^{-10}$; -10; $5{,}7 \cdot 10^8$; 8; $1{,}42833 \cdot 10^{-4}$; -4; $6{,}50123 \cdot 10^7$; 7.

17. а) $4{,}9 \cdot 10^{17}$; $3{,}43 \cdot 10^{26}$; б) $1{,}44 \cdot 10^{-10}$; $1{,}728 \cdot 10^{-15}$.

18. Прыблізна ў 81 раз.

19. а) На 3 парадкі; б) на 4 парадкі.

20. а) $3{,}7 \cdot 10^{10}$ г; б) $5{,}83 \cdot 10^9$ т; в) $9{,}8 \cdot 10^{-1}$ мм; г) $5{,}6 \cdot 10^{-13}$ м.

21. а) $7a^5b^7$; б) $81a^{32}b^4$; в) $4a^3b^9c$; г) $-200ab^{11}$.

22. $-7a^{13}b^{28}$.

23. $5x - 4$; $-10y^2 + x + 2$.

24. а) $16x - 5$; б) $7b + 13$; в) $x^2 + 5x + 5$; г) $-ab + 4$; д) $-10x + 3y$; е) $-32a - 13b$; ж) $-3a - 22b$; з) $8m - 9n$.

25. а) 11; б) 2,5; в) -7; г) $3\frac{2}{9}$.

26. а) $-4a^2 - 36a$; б) $3y^2 + 3y - 18$; в) $2ab$; г) $n^2 + 2$; д) $-b^2 + 3b - 6$; е) $a^2 - 10a - 2$.

27. 3,5.

28. а) 3; б) -7.

29. а) $b^2 - 12b + 36$; б) $k^2 + 2k + 1$; в) $25a^2 - 20ab + 4b^2$; г) $49a^2 - 2ab + \frac{1}{49}b^2$.

30. а) $-b^2 - 2a$; б) $9x^2 + 1$; в) $-b^2$; г) $10m + 41$; д) $8a - 32$; е) $11b - 48$; ж) 1; з) $-48xy$; і) $21a^2 - 21b^2$; к) $2a^2 + 8b^2$.

31. -120.

32. 1,5.

33. а) $3(3a - 5b)$; б) $m(3 + n)$; в) $5a(b - c)$; г) $6a(a - 4b)$; д) $x^2(x^3 + 1)$; е) $7ab(4a - 1)$; ж) $3a^2(1 - 4a^2 + 3a^4)$; з) $5x^2y(2x^2y + 5 - y^2)$.

34. а) $(a + 7)(a + b)$; б) $(x - 2)(x + 1)$; в) $(m - 2n)(5 - n)$; г) $(x - 5y)(4x + 5y)$.

35. а) $(a - 5)^2$; б) $(4x + 1)^2$; в) $(4a + 5b)^2$; г) $(m^4 - 2n)^2$.

36. а) $(n - 4)(n + 4)$; б) $(5 - 3a)(5 + 3a)$; в) $9(2a - 3b^2)(2a + 3b^2)$; г) $(mn - 1)(mn + 1)$; д) $(3a^6 - 5)(3a^6 + 5)$; е) $(x^9 - y^3)(x^9 + y^3)$.

37. а) $10(a - 1)(a + 1)$; б) $5a(a - 1)(a + 1)$; в) $3b(b - c)(b + c)$; г) $-x(2x^2 - 1)^2$; д) $(a - 5b)(a + 5b + 1)$; е) $k^4(k - 1)(k + 1)(m - 1)$.

38. а) $(m - n)(m - n - k)$; б) $(a - 2b)(1 + 4a - 8b)$; в) $4x(x + 3y^3)$; г) $(1{,}4b^2 - 1)(1 - 0{,}2b^2)$; д) $8a(a - 1)$; е) $(9x - 5)(3 - 5x)$.

39. а) 16; б) 11,2; в) –3; г) 60 000; д) 33.

40. $(a + b)(a + b - c)$.

41. а) –5; б) 2; в) $\frac{1}{12}$; г) –8,25; д) няма каранёў; е) любы лік.

42. а) 13; б) $7\frac{7}{12}$.

43. а) 15; б) 8,5; в) –37,5; г) 13.

44. а) 0,5; б) любы лік.

46. а) $\frac{2}{3}$; б) 2,25; в) –3.

47. а) $c + 8 < d + 8$; б) $c - 1{,}2 < d - 1{,}2$; в) $-5c > -5d$; г) $6c < 6d$; д) $-c > -d$.

48. а) $x < -21$; б) $x \geqslant -20$; в) $x < -35$.

49. а) Любы лік; б) $x < 2{,}5$.

50. а) $x > 7$; б) $x < 1{,}25$.

51. $x \geqslant -\frac{7}{29}$; 0.

52. $x > -2\frac{2}{3}$.

53. а) $\varnothing$; б) $x > 2$.

54. 5.

55. $x < -\frac{14}{37}$.

56. а) –37; 5; –1,08; б) –3; 0,75; $1\frac{5}{8}$.

59. а) $b = 0$; б) $b = 9$; в) $b = 5$; г) $b = -13$.

62. а) (0; 2); (7; 0); б) (0; –4,5); (18; 0).

63. а) Бясконца многа рашэнняў; б) не мае рашэнняў; в) адно рашэнне.

64. а) (–1; 3); б) (4; –2).

65. а) (5; –2); б) (–5; –2); в) (–2; 10); г) (5; 4).

66. $y = 0{,}2x + 7{,}4$.

67. (–1; 1,4).

68. 100 пірагоў і 30 тартоў.

69. 560 Кбайт, 600 Кбайт.

70. Можна, калі 40 чалавек паедуць на аўтобусе, а 10 — на электрычцы.

71. 36; 0; 0,04; 1; 0,49.

72. а) –11; б) $6\frac{7}{12}$; в) 35; г) 10,5.

73. а) –0,03; б) 7; в) 1,1.

74. а) 4,5; б) –30; в) 69; г) $1\frac{1}{3}$.

75. а) 2,8; б) 40; в) 200; г) 18; д) $\frac{6}{13}$; е) 4,25; ж) 12; з) 20; і) 18.

76. а) $45\sqrt{3}$; б) $-12\sqrt{6}$; в) 5; г) 6; д) $39-12\sqrt{3}$; е) 6; ж) 44; з) 4.

77. а) $-2\sqrt{5}$; б) 11,5.

78. а) $3\sqrt{7}$; б) $2\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$; в) $\frac{2\sqrt{3}-1}{11}$.

79. $7x^3$.

80. а) 2; б) $a-1$.

81. а) $\sqrt{72}$; б) $\sqrt{7a^2}$; в) $-\sqrt{3b^2}$; г) $\sqrt{n^3}$; д) $\sqrt{-c^3}$.

82. 147,5.

83. 6.

84. а) –0,25; 0; б) –3; 3; в) 0; 18; г) –5; 5; д) –1; 0; е) –1; 1; ж) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; з) няма каранёў.

85. а) –2; 8; б) няма каранёў; в) 2; 5; г) $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$.

86. а) –2; $\frac{2}{3}$; б) няма каранёў; в) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; г) 1; 6; д) –2; 10; е) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$.

88. а) 2; 9; б) –2; 7; в) –2; 3; г) –3; 1; д) –7; 3; е) –11; –5.

89. д) $7x^2+6x-1=0$.

91. –5,5.

92. p^2+26.

93. а) $(x-8)(x+1)$; б) $(x+2)(4x+1)$; в) немагчыма раскласці.

94. а) $(2x-1)(3x+1)$; б) $(x+5)(1-x)$.

95. а) $-\sqrt{6}$; –1; 1; $\sqrt{6}$; б) –0,5; 0,5; в) няма каранёў.

96. а) $-\sqrt{5}$; –1; 1; $\sqrt{5}$; б) –6; –4; –1; 1; в) $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$; г) –3; 2; д) $-1\pm\sqrt{13}$; е) 1; 2; $\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$; ж) –1,5; 1; $\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$; з) 2; 8; $5\pm2\sqrt{2}$.

98. а) –5; б) $-1\frac{2}{3}$; 1; в) –2; $1\frac{1}{3}$.

100. а) (4; 5); функцыя нарастае на прамежку $[4; +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty; 4]$; б) (–2; –7); функцыя нарастае на прамежку $(-\infty; -2]$ і спадае на прамежку $[-2; +\infty)$; в) (0; 4); функцыя нарастае на прамежку $[0; +\infty)$ і спадае на прамежку $(-\infty; 0]$; г) (1; 0); функцыя нарастае на прамежку $(-\infty; 1]$ і спадае на прамежку $[1; +\infty)$.

101. в).

103. $b = -2$; $c = -12$.

104. 57,25.

105. а) $(-\infty;\ -3] \cup [5;\ +\infty)$; б) $\varnothing$; в) $[-1{,}5;\ 2{,}5]$; г) $\{4\}$; д) $(-\infty;\ +\infty)$; е) $(-12;\ 2)$; ж) $[-6;\ 6]$; з) $(-\infty;\ -0{,}2) \cup (0;\ +\infty)$; і) $(-\infty;\ -0{,}5] \cup [0{,}5;\ +\infty)$; к) $\left(-\infty;\ -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2};\ +\infty\right)$.

106. а) $(-\infty;\ -2] \cup [9;\ +\infty)$; б) $\left[\frac{1}{2};\ 1\frac{2}{3}\right]$; в) $(-\infty;\ 0] \cup \left[\frac{1}{6};\ +\infty\right)$; г) $\left[-\frac{3}{7};\ \frac{3}{7}\right]$.

107. а) $\left[-3;\ -\frac{1}{3}\right]$; б) $(-\infty;\ -21) \cup (1;\ +\infty)$.

108. $(-5;\ 4)$.

109. 0.

110. а) $(0;\ 2]$; б) $(2;\ +\infty)$; в) $(-\infty;\ -2] \cup [9;\ +\infty)$; г) $[-0{,}5;\ 0] \cup \{6\}$.

111. $[-4;\ -3) \cup (2;\ 4]$.

112. $\{-2\}$.

ЗМЕСТ

Раздзел 1

Квадратныя карані і іх уласцівасці. Рэчаісныя лікі

Раздзел 2

Квадратныя ўраўненні

Раздзел 3
Квадратычная функцыя

Раздзел 4
Функцыі $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$, $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

Вучэбнае выданне

Арэф'ева Ірына Глебаўна
Пірутка Вольга Мікалаеўна

АЛГЕБРА

Вучэбны дапаможнік для 8 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Заг. рэдакцыі *Г. А. Бабаева.* Рэдактар *Н. М. Алганава.* Мастацкі рэдактар *А. І. Рэзановіч.* Вокладка *Н. У. Кузьмянковай.* Тэхнічнае рэдагаванне і камп'ютарная вёрстка *А. Ю. Агафонавай.* Карэктары *В. С. Казіцкая, В. С. Бабеня, Г. В. Алешка.*

Падпісана да друку 20.07.2018. Фармат $60 \times 90^1/_{16}$. Папера афсетная. Гарнітура школьная. Друк афсетны. Ум. друк. арк. 17 + 0,25 форз. Ул.-выд. арк. 11,63 + 0,34 форз. Тыраж 16 000 экз. Заказ .

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства
«Народная асвета» Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.
Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/2 ад 08.07.2013.
Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа».
Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы, распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 2/3 ад 04.10.2013.
Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

Арэф'ева, І. Г.

А80 Алгебра : вучэбны дапаможнік для 8-га класа ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі з беларускай мовай навучання / І. Г. Арэф'ева, В. М. Пірутка ; пер. з рус. мовы Н. М. Алганавай. — Мінск : Народная асвета, 2018. — 269 с. : іл.

ISBN 978-985-03-2938-7.

УДК 512(075.3 = 161.3)
ББК 22.144я721

(Назва і нумар установы адукацыі)

Вучэбны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан вучэбнага дапаможніка пры атрыманні	Адзнака навучэнцу за карыстанне вучэбным дапаможнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

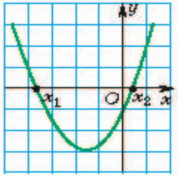
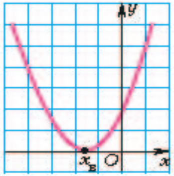
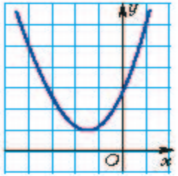
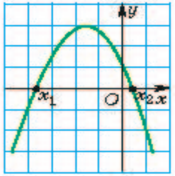
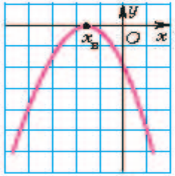
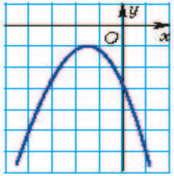
Квадратычная функцыя

$y = ax^2 + bx + c$, дзе a, b і c — некаторыя лікі і $a \neq 0$

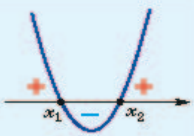
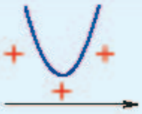
Каардынаты вяршыні парабалы:

$$x_в = -\frac{b}{2a},\ y_в = ax_в^2 + bx_в + c \text{ або } y_в = \frac{4ac - b^2}{4a}.$$

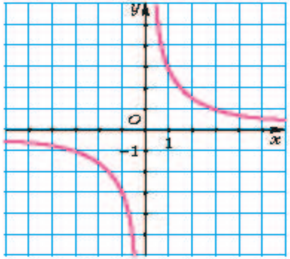
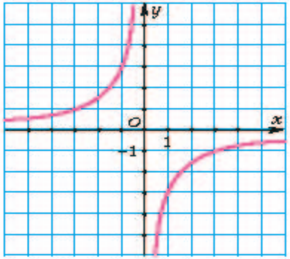
Калі квадратычная функцыя запісана ў выглядзе $y = a(x - m)^2 + n$, то пункт $(m; n)$ з'яўляецца вяршыняй парабалы.

	$D > 0$ $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$	$D = 0$ $x = x_в = -\frac{b}{2a}$	$D < 0$ Няма нулёў
$a > 0$			
$a < 0$			

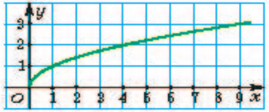
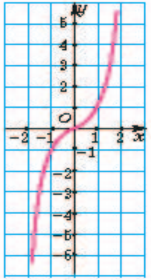
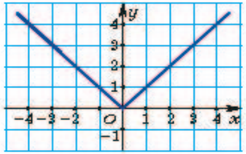
Квадратныя няроўнасці

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$			

Адваротная прапарцыянальнасць $y = \frac{k}{x}$, дзе $k \neq 0$

$k > 0$	$k < 0$
	
$D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	
$E = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	

Функцыі $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$, $y = \lvert x \rvert$

$y = \sqrt{x}$	$y = x^3$	$y = \lvert x \rvert$
		
$D = [0; +\infty)$	$D = (-\infty; +\infty)$	$D = (-\infty; +\infty)$
$E = [0; +\infty)$	$E = (-\infty; +\infty)$	$E = [0; +\infty)$