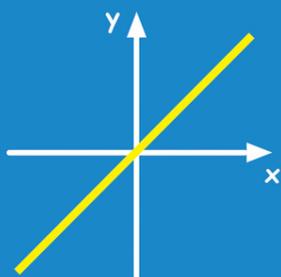


И. Г. Арефьева О. Н. Пирютко

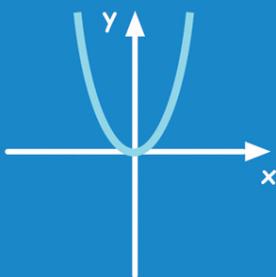
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

7–9 классы

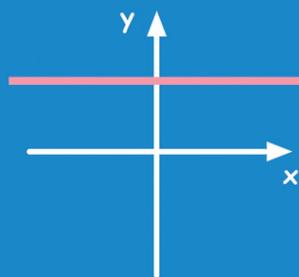
$$y = x$$



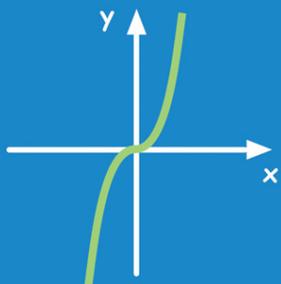
$$y = x^2$$



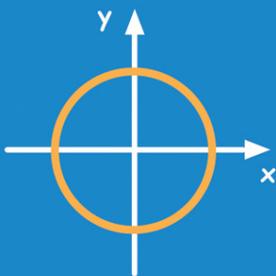
$$y = a$$



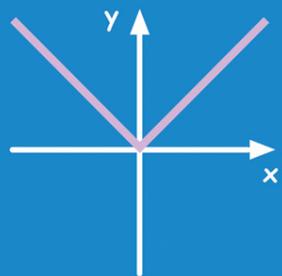
$$y = x^3$$



$$x^2 + y^2 = R^2$$



$$y = |x|$$



И. Г. Арефьева О. Н. Пирютко

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ

Учебное пособие для 7—9 классов
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

*Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь*

Минск «Народная асвета» 2020

Правообладатель Народная асвета

УДК 512(075.3=161.1)

ББК 22.14я721

A80

Рецензенты:

кафедра высшей математики учреждения образования
«Белорусский государственный аграрный технический университет»
(кандидат физико-математических наук, доцент *И. М. Морозова*);
учитель математики высшей квалификационной категории
государственного учреждения образования
«Средняя школа № 24 г. Минска» *Г. С. Лаврентьева*

ISBN 978-985-03-3477-0

© Арефьева И. Г., Пирютко О. Н., 2020
© Оформление. УП «Народная асвета»,
2020

Правообладатель Народная асвета

ОТ АВТОРОВ

Уважаемые учащиеся! В данном сборнике предлагаются дополнительные задачи к учебным пособиям «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9» авторов Арефьевой И. Г. и Пирютко О. Н.

Задачи в нем распределены в соответствии с главами и параграфами перечисленных учебных пособий и отвечают теоретическому содержанию и практической составляющей изучения темы главы (параграфа). Предлагаемые задания ориентированы не только на отработку технических навыков выполнения преобразований, решение уравнений, вычисление значений выражений и т. д., но и на поиск способа решения, применение нескольких алгоритмов, правил в определенной последовательности. Некоторые из них содержат «изюминку», нужно постараться ее не упустить. Иногда задания составлены так, что сами могут помочь вам правильно выбрать способ их выполнения. Например, «сократите дробь, используя формулы сокращенного умножения», «упростите выражение, выбрав рациональный способ преобразований» и т. д.

Размещенный в сборнике задачный материал может быть использован вами для самостоятельной работы при подготовке к экзаменам. Уровни сложности задач соответствуют уровням сложности заданий учебных пособий «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9». Задачи, ориентированные на применение знаний на более высоком (повышенном) уровне, отмечены *. Ко всем предложенным в сборнике заданиям даны ответы. Сверяйте свои результаты, чтобы быть уверенными в правильности решения.

Для контроля и самопроверки в сборнике также размещены итоговые тесты. Выполните их после того, как решите предложенные в пособии задания.

Тем из вас, кто проявляет интерес к решению увлекательных математических задач, в конце пособия предложены практико-ориентированные задачи. Их решение поможет вам понять, насколько полностью усвоили математические знания и приобрели умения их применять в различных нестандартных ситуациях.

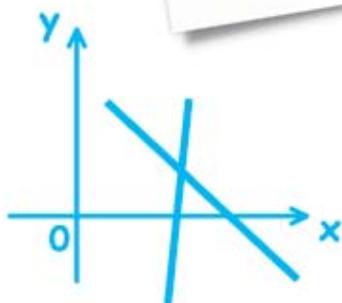
Желаем успехов!

7 класс

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$



$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a:b)^n = a^n : b^n$$

§ 1. Степень с натуральным показателем и ее свойства

1.1. Запишите в виде степени произведение и назовите основание и показатель степени:

а) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

б) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$;

в) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$;

г) $(-2,3) \cdot (-2,3) \cdot (-2,3) \cdot (-2,3) \cdot (-2,3) \cdot (-2,3)$;

д) $c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c$;

е) $(-4y) \cdot (-4y) \cdot (-4y)$;

ж) $(b + c) \cdot (b + c) \cdot (b + c)$;

з) $(a - 2b) \cdot (a - 2b) \cdot (a - 2b) \cdot (a - 2b) \cdot (a - 2b)$.

1.2. Запишите в виде произведения степень:

а) 3^4 ; б) $(-7)^5$; в) $\left(\frac{5}{9}\right)^6$; г) $(-0,2)^3$;

д) m^7 ; е) $(-3b)^5$; ж) $(m - n)^4$; з) $(c + 8d)^3$.

1.3. Какие из следующих утверждений верны:

а) основание степени 10^9 равно 9; б) показатель степени 3^8 равен 3; в) значение степени 2^3 равно 8; г) произведение $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ можно записать в виде степени a^7 ?

1.4. Запишите число:

а) 10 000 в виде степени с основанием 100; 10; б) 16 в виде степени с основанием 4; 2; в) 625 в виде степени с основанием 25; 5; г) $\frac{1}{81}$ в виде степени с основанием $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$.

1.5. Представьте в виде степени с основанием 2 число:

а) 4; б) 8; в) 16; г) 32; д) 64; е) 128.

1.6. Представьте число в виде квадрата неотрицательного числа:

а) 25; б) 81; в) 100; г) 0,64; д) 1; е) 0.

1.7. Представьте число в виде куба некоторого числа:

- а) 8; б) -27 ; в) $\frac{1}{64}$; г) $0,125$; д) -1 ; е) 0 .

1.8. Найдите значения степеней:

- а) 2^4 ; 3^3 ; 4^4 ; 5^3 ; 10^5 ; 1^7 ;
 б) $(-5)^2$; $(-2)^3$; $(-3)^4$; $(-10)^7$; $(-1)^6$; $(-4)^3$;
 в) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$; $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$; $\left(\frac{1}{5}\right)^4$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$;
 г) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$; $\left(-1\frac{1}{9}\right)^2$; $\left(2\frac{1}{2}\right)^4$; $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3$;
 д) $0,1^8$; $(-0,3)^3$; $0,2^6$; $(-0,5)^4$;
 е) $1,5^3$; $(-2,5)^4$; $1,1^2$; $(-1,2)^3$.

1.9. Переведите 10 км в: а) метры; б) дециметры; в) сантиметры; г) миллиметры. Ответ запишите в виде степени числа 10 .

1.10. Выберите верные равенства:

- а) $1 \text{ ц} = 10^5 \text{ г}$; б) $1 \text{ га} = 10^4 \text{ м}^2$; в) $1 \text{ дм}^3 = 10^6 \text{ см}^3$.

1.11. Определите порядок действий и найдите значение выражения:

- а) $4 + 1^3$; б) $(4 + 1)^3$; в) $3 - 2^5$; г) $(3 - 2)^5$;
 д) $\frac{1}{2} \cdot 4^3$; е) $\left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)^3$; ж) $25 : 5^3$; з) $(25 : 5)^3$.

1.12. Найдите значение выражения:

- а) 7^2 ; $(-7)^2$; -7^2 ; б) 5^3 ; $(-5)^3$; -5^3 ;
 в) 2^4 ; $(-2)^4$; -2^4 ; г) 10^5 ; $(-10)^5$; -10^5 ;
 д) 1^6 ; $(-1)^6$; -1^6 ; е) $0,1^7$; $(-0,1)^7$; $-0,1^7$.

1.13. Выберите выражения, значения которых отрицательны:

- а) -2^3 ; б) -1^7 ; в) $(-1)^3$; г) -3^6 ; д) $\left(-\frac{1}{3}\right)^9$;
 е) $(-1)^{10}$; ж) $(-0,1)^8$; з) $\left(-3\frac{2}{7}\right)^{10}$; и) -1^8 ; к) $(-4)^5$.

1.14. Найдите значение выражения:

а) $(-10)^2 \cdot 4$; б) $-10^2 \cdot 4$; в) $(-10)^2 : 4$; г) $-10^2 : 4$;
 д) $(-10)^2 - 4$; е) $-10^2 - 4$; ж) $(-10)^2 + 4$; з) $-10^2 + 4$.

1.15. Найдите значения выражений 10^n ; $(-10)^n$ и -10^n , если: а) $n = 1$; б) $n = 2$; в) $n = 3$; г) $n = 4$; д) $n = 5$; е) $n = 6$.

1.16. Установите порядок действий и вычислите:

а) $15 : 10^3$; б) $-3^4 \cdot 0,1^2$; в) $3 \cdot (-5)^3$;
 г) $2^5 - (-1)^7$; д) $-5^4 + (-3)^3$; е) $(-10)^5 : \frac{1}{3}$;
 ж) $(-2)^6 + (-1)^9$; з) $-3^4 - (-2)^3$; и) $-2^5 : \frac{1}{7}$;
 к) $-2^6 \cdot \frac{3}{4} - 1^9$; л) $-5^4 : (-0,1^3) - 2^6$; м) $7^5 : (-7^6) + (-3)^3$.

1.17. Найдите значения выражений $10a^2$; $(10a)^2$; $-10a^2$; $(-10a)^2$; $10a^3$; $(10a)^3$; $-10a^3$ и $(-10a)^3$ при:

а) $a = 10$; б) $a = -1$; в) $a = \frac{1}{2}$; г) $a = -0,2$.

1.18. Определите порядок действий и вычислите:

а) $(-9)^2 - (-1^7) \cdot 2^5$; б) $\left(\frac{3}{4} - 1,75\right)^5 \cdot 0,1^3$;
 в) $5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + (-4^3)$; г) $(5,1 - 5,2)^3 : (-0,1^4)$.

1.19. Выполните действия:

а) $1^9 - (-1)^9$; б) $(-2^3)^2 - 1^6$;
 в) $-10^2 \cdot 0,3$; г) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 0,027$;
 д) $-3^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2$; е) $-4^2 \cdot \frac{1}{24} + 1$;
 ж) $-3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 0,5^2$; з) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^2 + (-3)^3$;
 и) $\left(1 - \frac{4}{27} \cdot (-3)^2\right)^3$; к) $-5 \cdot \left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^2$.

1.20. Найдите значение выражения:

- а) $(-5)^2 + a^3$ при $a = -2$; б) $-2^4 - a^4$ при $a = -3$;
в) $a^5 - a^4$ при $a = -1$; г) $2a^5 - a^4 + a^3$ при $a = \frac{1}{2}$;
д) $a^4 - (a + 2)^7$ при $a = -3$; е) $(2a + 1)^8 : a^{10}$ при $a = -0,5$.

1.21. Запишите в виде степени с основанием a произведение:

- а) $a^9 \cdot a^3$; б) $a^2 \cdot a^7$; в) $a^4 \cdot a$;
г) $a^7 \cdot a^6 \cdot a^5$; д) $a^3 \cdot a \cdot a^9$; е) $a \cdot a^2 \cdot a^7 \cdot a^{10}$.

1.22. Представьте в виде степени произведение:

- а) $(x + y)^7 \cdot (x + y)^3$;
б) $(m - n)^4 \cdot (m - n)$;
в) $(2a + b)^9 \cdot (2a + b)^4 \cdot (2a + b)^2$;
г) $(3c - 5d)^3 \cdot (3c - 5d)^2 \cdot (3c - 5d)$.

1.23. Найдите значение выражения:

- а) $2^4 \cdot 2^2$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$; в) $10^5 \cdot 10^3$; г) $0,1^4 \cdot 0,1^3$.

1.24. Замените $*$ такой степенью с основанием a , чтобы верным было равенство:

- а) $a^7 \cdot * = a^{10}$; б) $* \cdot a^{10} = a^{15}$;
в) $* \cdot a = a^7$; г) $a^9 \cdot * \cdot a^2 = a^{12}$.

1.25. Запишите выражение a^{18} в виде произведения:

- а) двух степеней с основанием a ;
б) трех степеней с основанием a ;
в) четырех степеней с основанием a ;
г) шести степеней с основанием a .

1.26. Запишите в виде степени с основанием a частное:

- а) $a^8 : a^2$; б) $a^4 : a^2$; в) $a^{11} : a^6$;
г) $a^5 : a^3$; д) $a^7 : a$; е) $a^9 : a^8$.

1.27. Представьте в виде степени частное:

а) $(x - y)^9 : (x - y)^4$; б) $(m + 5n)^6 : (m + 5n)$.

1.28. Найдите значение выражения:

а) $2^9 : 2^5$; б) $3^{10} : 3^7$; в) $10^{12} : 10^7$; г) $7^{13} : 7^{11}$;
 д) $6^3 : 6$; е) $11^{21} : 11^{20}$; ж) $0,2^9 : 0,2^6$; з) $0,1^8 : 0,1^3$.

1.29. Вычислите:

а) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$; б) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{12} : \left(-\frac{2}{5}\right)^9$;
 в) $\left(1\frac{1}{7}\right)^{18} : \left(1\frac{1}{7}\right)^{16}$; г) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^{11} : \left(-1\frac{2}{3}\right)^8$.

1.30. Замените * такой степенью с основанием a , чтобы верным было равенство:

а) $a^{16} : * = a^5$; б) $* : a^7 = a^4$;
 в) $a^{10} : * = a^9$; г) $* : a^{18} = a$.

1.31. Вычислите:

а) $\frac{6^{12}}{6^{10}}$; б) $\frac{2^{15}}{2^{11}}$; в) $\frac{10^{19}}{10^{15}}$; г) $\frac{7^{25}}{7^{23}}$; д) $\frac{12^3}{12}$.

1.32. Найдите, во сколько раз:

а) 5^{13} больше, чем 5^{10} ; б) 10^{37} меньше, чем 10^{43} .

1.33. Используйте свойства степени и найдите значение выражения:

а) $5^{15} \cdot 5^7 : 5^{19}$; б) $\frac{3^9 \cdot 3^{11}}{3^{16}}$; в) $10^{25} : (10^{12} \cdot 10^7)$;
 г) $\frac{2^{18}}{2^5 \cdot 2^7}$; д) $6^2 \cdot 6 \cdot 6^{17} : (6^7 \cdot 6^{11})$; е) $\frac{10^9 \cdot 10^7}{10 \cdot 10^5 \cdot 10^4}$.

1.34. Найдите значение выражения:

а) $5^6 : 125$; б) $2^{11} : 64$; в) $3^7 : 81$; г) $10^{10} : 1\,000\,000$.

1.35. Вычислите, используя свойства степени:

а) $\frac{2^{14}}{32 \cdot 64}$; б) $\frac{125 \cdot 625}{5^5}$; в) $\frac{2^7 \cdot 3^6}{16 \cdot 27}$; г) $\frac{10^9 \cdot 5^7}{625 \cdot 1000}$.

1.36. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

а) $(a^3)^5$; б) $(a^2)^9$; в) $(a^{10})^5$;
 г) $(a^5)^{10}$; д) $(a^2)^9$; е) $(a^6)^3$.

1.37. Возведите в квадрат, куб и пятую степень выражение:

а) b^2 ; б) b^7 ; в) b^{10} ; г) b^{15} .

1.38. Представьте a^{18} в виде степени с основанием:

а) a^2 ; б) a^3 ; в) a^6 ; г) a^9 .

1.39. Замените $*$ таким выражением, чтобы верным было равенство:

а) $(*)^2 = 36a^2b^4$; б) $(*)^3 = 27x^3y^9$;
 в) $(*)^4 = 0,0001a^{12}$; г) $(*)^5 = -\frac{1}{32}c^{10}d^{35}$.

1.40. Представьте в виде степени с основанием 2 выражение:

а) 8^4 ; б) 16^7 ; в) 32^9 ; г) 64^{10} .

1.41. Представьте в виде степени с основанием 0,1 выражение:

а) $0,01^2$; б) $0,0001^3$; в) $0,00001^6$; г) $0,0000001^5$.

1.42. Найдите значение выражения:

а) $25^6 : 5^{11}$; б) $27^{11} : 3^{31}$; в) $2^{18} : 32^3$; г) $100^9 : 1000^5$.

1.43. Используйте свойства степени и представьте в виде степени с основанием a выражение:

а) $(a^3)^8 \cdot a^5$; б) $a \cdot (a^2)^9$; в) $(a^7)^3 : a^8$;
 г) $a^{16} : (a^3)^5$; д) $(a^7)^2 \cdot (a^3)^8$; е) $(a^9)^4 : (a^3)^5$;
 ж) $(a^4 \cdot a)^6 \cdot (a^7)^3$; з) $(a^{11} : a)^6 : (a^5 \cdot a)^2$.

1.44. Найдите значение выражения:

а) $(5^3)^7 : (5^5)^4$; б) $3^{16} \cdot (3^2)^3 : (3^{10})^2$;
 в) $2^{10} \cdot (2^3)^5 : (2 \cdot (2^5)^4)$; г) $(10^{11} \cdot (10^2)^8) : (10^5 \cdot 10^6)^2$.

1.45. Упростите выражение:

а) $(b^7)^2 \cdot b$; б) $m \cdot (m^9)^3$; в) $(k^4)^3 \cdot k^5$;
 г) $(y^5)^3 \cdot y^4$; д) $(a^7)^3 : (a^4)^5$; е) $(c^{10})^6 : ((c^7)^5 \cdot (c^3)^8)$.

1.46. Найдите, во сколько раз:

а) 100^{11} больше, чем 1000^7 ; б) 81^{24} меньше, чем 27^{33} .

1.47. Представьте в виде степени с основанием a выражение:

а) $\frac{a^9 \cdot (a^3)^2}{a^{11}}$; б) $\frac{a^3 \cdot a^8}{(a^5)^2}$; в) $\frac{a \cdot (a^6 \cdot a^2)^5}{(a^7)^2}$; г) $\frac{(a^4 \cdot a)^{12} \cdot a^7}{(a^9 : a^4)^2}$.

1.48. Представьте выражение в виде степени с основанием 2:

а) $\frac{2 \cdot 8^5}{32}$; б) $\frac{8^4 \cdot 16^5}{4^5}$; в) $\frac{64^3 \cdot 16^2}{128}$; г) $\frac{64^9}{8^3 \cdot 32^2}$.

1.49. Найдите значение выражения:

а) $\frac{8 \cdot (2^3)^2}{16^2}$; б) $\frac{9^6}{(3^3)^3 \cdot 27}$; в) $\frac{100^3 \cdot 1000^2}{(10^5)^2}$;
 г) $\frac{(5^2)^4 \cdot 625^2}{125^5}$; д) $\frac{8^5}{4^5 \cdot 2^4}$; е) $\frac{9^3 \cdot 27^4}{81^5}$;
 ж) $\frac{625^4}{25^3 \cdot 5^9}$; з) $\frac{1000^4}{100^2 \cdot 10^5}$; и) $\frac{125^4 \cdot 25^5}{625^2 \cdot 5^{12}}$.

1.50. Представьте частное степеней в виде степени и найдите значение выражения:

а) $35^3 : 7^3$; б) $260^5 : 13^5$; в) $18^6 : 9^6$; г) $45^4 : 15^4$;
 д) $11^3 : 22^3$; е) $7^4 : 21^4$; ж) $6^3 : 30^3$; з) $7^5 : 70^5$.

1.51. Вычислите, используя свойства степени:

а) $\frac{24^5}{12^5}$; б) $\frac{45^4}{9^4}$; в) $\frac{75^4}{25^4}$; г) $\frac{23^6}{2 \cdot 3^6}$;
 д) $\frac{7^3}{14^3}$; е) $\frac{19^4}{57^4}$; ж) $\frac{26^3}{130^3}$; з) $\frac{4 \cdot 3^5}{43^5}$.

1.52. Найдите значение выражения:

а) $42^5 : (-21)^5$; б) $0,12^3 : (-0,4)^3$;
 в) $(-35)^5 : (-3,5)^5$; г) $\left(-\frac{15}{17}\right)^4 : \left(-\frac{5}{17}\right)^4$.

1.53. Найдите значение выражения:

а) $400^3 : 10^6$; б) $81^3 : 4,5^6$.

1.54. Примените свойства степени и вычислите:

а) $0,75^{10} : \left(\frac{3}{4}\right)^9$; б) $1,5^{13} : \left(-1\frac{1}{2}\right)^{12}$; в) $20^6 : (-10)^5$;
 г) $0,75^6 : \left(-\frac{3}{8}\right)^5$; д) $(-37)^7 : 3,7^6$; е) $0,8^{17} : \left(-\frac{4}{5}\right)^{15}$.

1.55. Представьте произведение степеней в виде степени и найдите значение выражения:

а) $5^5 \cdot 2^5$; б) $4^4 \cdot 25^4$; в) $0,4^6 \cdot 5^6$;
 г) $39^5 \cdot \left(\frac{1}{13}\right)^5$; д) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1,5^7$; е) $2,5^7 \cdot 0,4^7$;
 ж) $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \cdot (2,4)^6$; з) $0,75^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$; и) $1,5^7 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^7$.

1.56. Вычислите, используя свойства степени:

а) $100^4 \cdot 0,1^8$; б) $49^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^6$; в) $2,5^4 \cdot 0,4^6$.

1.57. Найдите значение выражения:

а) $5^7 \cdot 2^6$; б) $2^{15} \cdot 0,5^{13}$;
 в) $(0,2)^{19} \cdot 5^{22}$; г) $1,5^{11} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{15}$;
 д) $(-4)^{27} \cdot 0,25^{25}$; е) $8^{19} \cdot (-0,125)^{20}$;
 ж) $(-0,6)^5 \cdot \left(1\frac{2}{3}\right)^4$; з) $(-1,6)^{29} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)^{30}$;
 и) $(-0,1)^{15} \cdot 10^{14}$; к) $(-1,25)^8 \cdot (-0,8)^7$;
 л) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{13} \cdot (-1,8)^{14}$; м) $(-0,04)^{13} \cdot (-5^2)^{14}$.

1.58. Вычислите:

а) $0,4^{12} \cdot 2^5 \cdot 2,5^{11}$; б) $0,2^9 \cdot 0,3^3 \cdot 5^{10}$;
 в) $\left(-\frac{5}{7}\right)^9 \cdot 0,5^4 \cdot (-1,4)^8$; г) $1,2^7 \cdot (-5)^4 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^6$.

1.59. Упростите выражение:

а) $a^4 \cdot (-a^3)$; б) $-a^4 \cdot (-a^3)$; в) $(-a)^4 \cdot (-a^3)$;
 г) $-a^4 \cdot a^3$; д) $(-a)^4 \cdot a^3$; е) $-a^4 \cdot (-a)^3$.

1.60. Упростите выражение:

а) $(-a^3)^5$; б) $-(a^3)^5$; в) $(-a^4)^5$;
 г) $-(a^4)^5$; д) $(-a^5)^4$; е) $-(a^5)^4$.

1.61. Определите, целым или дробным числом является значение выражения:

а) $(-3^4 + (-1)^5 \cdot 11) : (-2)^6$; б) $-0,25^2 - \frac{1}{2} \cdot (0,01 : (-0,5)^4 - 7^1)$.

1.62. Вычислите:

а) $\frac{(-9)^5 \cdot 81^2}{3 \cdot 27^5}$; б) $\frac{(-2)^{10} \cdot 8 \cdot (-16)^3}{-8^{10} : 32}$.

1.63*. Найдите значение выражения $\frac{5(3 \cdot 7^{18} + 19 \cdot (-7)^{17})}{7^{16} + 3 \cdot 7^{15}}$.

1.64*. Вычислите, используя свойства степени:

а) $(6^{27} : 6^{30}) \cdot (-6)^4$; б) $((-7)^{14} \cdot (-7)^{19}) : 7^{33}$;
 в) $((-81)^3 : 9^2) : 3^3$; г) $((-8)^3 : 4^4) \cdot 2^2$;
 д) $(4^3 : (-3)^3) \cdot 6^3$; е) $((-5)^7 \cdot 6^7) : 3^7$;
 ж) $(25^{25} : (-125)^{17}) \cdot 2^3$; з) $(-16^{15} \cdot 3^3) : 8^{19}$;
 и) $((6^{33} : 4^{34}) \cdot (-2)^{33}) : 3^{33}$; к) $((-6^{17} \cdot 4^{17}) : 3^{17}) : 8^{16}$.

1.65*. Представьте в виде степени с основанием a выражение (n — натуральное число):

а) $a^n \cdot a^n$; б) $a \cdot a^n$; в) $a^{2n} \cdot a^n \cdot a^2$; г) $a^{n+5} \cdot a^n \cdot a^{3n}$;
 д) $a^n : a^3$; е) $a^{n+4} : a$; ж) $a^{2n-5} : a^n$; з) $\frac{a^{n+7}}{a^n}$.

1.66*. Представьте в виде степени с основанием a произведение:

а) $a^n \cdot a^7$; б) $a \cdot a^n$; в) $a^{2n} \cdot a^{5n}$; г) $a^{4n} \cdot a \cdot a^n$.

1.67*. Представьте выражение в виде степени с основанием, равным натуральному числу:

а) $2^n \cdot 8$; б) $7^{m+1} : 49$; в) $(3^{n+6})^3 : 3^{2n}$.

1.68*. Представьте в виде степени с основанием 2 выражение (n — натуральное число):

а) $2^5 + 2^5$; б) $2^n + 2^n$; в) $2^n \cdot 4^n$; г) $4^{3n} \cdot 8^n$.

1.69*. Представьте в виде степени с основанием 3 выражение (n — натуральное число):

а) $3^6 + 3^6 + 3^6$; б) $3^n + 3^n + 3^n$;
в) $3^n \cdot 9^n$; г) $9^{4n-1} : 27^n$.

1.70*. Докажите, что значение выражения:

а) $5^9 - 25^4 - 125^2$ кратно 99; б) $343^3 + 49^4 - 7^7$ кратно 55.

1.71*. Найдите значение выражения $\frac{64^5 - 2^{27} + 8^8}{16^7 - 2^{24}} \cdot 19^2$.

1.72*. Докажите, что значение выражения:

а) $10^{14} + 2$ делится на 3; б) $10^{18} + 10^{11} + 10^7$ делится на 3;
в) $10^{17} + 8$ делится на 9; г) $10^{25} - 1$ делится на 9.

1.73*. Докажите, что значение выражения $5 \cdot 4^{2n-3} - 20(2^{n-2})^4$ не зависит от n , где n — натуральное число.

1.74*. Найдите наименьшее из чисел, являющихся одновременно степенью чисел: а) 5 и 10; б) 3 и 81 — и не являющихся при этом степенью числа 27.

1.75*. Вычислите:

а) $((12^{29} \cdot 4^{31} + 8^{30} \cdot 6^{31}) : 2^{33}) : 24^{29}$;
б) $((6^{12} \cdot 4^{13} - 8^{14} \cdot 3^{12}) : 2^{15}) : 12^{12}$.

1.76*. Докажите, что значение выражения $\frac{5 \cdot (3^{n+1} - 3^{n-1})^3}{27^n + 13 \cdot 27^{n-1}}$ не зависит от n , где n — натуральное число.

1.77*. Вычислите: $(4^{19} - 3^{18})(3^{18} + 4^{19}) - (16^{19} - 81^9)$.

1.78*. Определите, какой цифрой заканчивается значение выражения $435^{121} + 10^{17} + 31^{143} + 1$.

§ 2. Степень с целым показателем и ее свойства

2.1. Определите, какое из равенств верное:

а) $3^{-2} = -6$; б) $3^{-2} = -9$; в) $3^{-2} = -\frac{2}{3}$; г) $3^{-2} = \frac{1}{9}$.

2.2. Выберите среди следующих равенств верное:

а) $13^0 = 0$; б) $13^0 = 13$; в) $13^0 = 1$; г) $13^0 = \frac{1}{13}$.

2.3. Представьте степень с целым отрицательным показателем в виде дроби:

а) 7^{-8} ; б) 3^{-5} ; в) 11^{-15} ; г) 13^{-7} ; д) 7^{-1} ; е) 29^{-1} .

2.4. Представьте дробь в виде степени с целым отрицательным показателем:

а) $\frac{1}{x^3}$; б) $\frac{1}{y^5}$; в) $\frac{1}{a^2}$; г) $\frac{1}{b^{11}}$; д) $\frac{1}{m}$; е) $\frac{1}{n}$.

2.5. Используйте определение степени с целым отрицательным показателем и вычислите:

а) 7^{-2} ; 3^{-4} ; 2^{-5} ; 10^{-6} ; б) $(-5)^{-2}$; $(-3)^{-3}$; $(-2)^{-4}$; $(-10)^{-5}$;
в) 1^{-7} ; 1^{-12} ; $(-1)^{-5}$; $(-1)^{-8}$; г) 17^0 ; $(-13)^0$; 5^0 ; $(-1)^0$.

2.6. Найдите значение выражения:

а) $7 + 7^{-1}$; б) $5 - 6^{-2}$; в) $64 \cdot 2^{-4}$;
г) $27 \cdot (-3)^{-3}$; д) $15^0 : 8^{-2}$; е) $13 : (-2)^{-1}$;
ж) $9 \cdot 18^{-1}$; з) $-10 : 5^{-2}$; и) $2^{-4} \cdot 48 : (-1)^9$;
к) $(-4)^{-3} : \frac{1}{16}$; л) $3^{-3} \cdot 15 - 6^{-2} \cdot 8$; м) $(3^{-1} - 27^{-1} \cdot 81)^{-1}$.

2.7. Представьте числа:

а) 32; 16; 8; 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{32}$ в виде степени с основанием 2;

б) $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; 1; 3; 9; 27; 81 в виде степени с основанием 3.

2.8. Найдите значение степени:

а) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$; б) $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-1}$; в) $\left(\frac{5}{6}\right)^0$; г) $\left(-\frac{8}{11}\right)^0$;
 д) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$; ж) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$; з) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-2}$;
 и) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$; к) $\left(-2\frac{4}{7}\right)^{-1}$; л) $\left(6\frac{2}{9}\right)^0$; м) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

2.9. Представьте число 1 в виде степени с основанием:

а) 3; б) -5; в) 3,2; г) -7,1;
 д) $\frac{3}{7}$; е) $-\frac{6}{11}$; ж) $5\frac{3}{8}$; з) $-7\frac{5}{9}$.

2.10. Установите порядок действий и найдите значение выражения:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \frac{2}{9}$; б) $\left(\frac{5}{9}\right)^{-1} + \left(-4\frac{1}{7}\right)^0$; в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}$;
 г) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-1}$; д) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} - \left(-1\frac{1}{3}\right)^{-2}$; е) $\left(-1\frac{1}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$.

2.11. Найдите значение степени:

а) $0,2^{-2}$; б) $(-0,3)^{-3}$; в) $0,15^0$; г) $(-0,57)^0$;
 д) $2,5^{-2}$; е) $(-1,5)^{-3}$; ж) $3,4^{-1}$; з) $(-3,7)^0$.

2.12. Определите, целым или дробным числом является значение выражения:

а) $0,45 : 0,3^{-2}$; б) $0,2^{-4} : 0,16$; в) $(-1,5)^{-3} \cdot 4,5$;
 г) $1,2^{-2} + 3,4^0$; д) $-7 \cdot 0,1^{-1}$; е) $0,5^{-2} : (-0,25)^{-1}$;
 ж) $0,9^0 + (-1,1)^0$; з) $0,25^{-2} - 0,2^{-2}$; и) $0,01^{-3} + (-0,5)^{-3}$.

2.13. Заполните в тетради таблицу.

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
10^n									
$0,1^n$									
$(-10)^n$									

2.14. Сравните значения выражений:

- а) 7^{-2} и $(-7)^0$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ и $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$; в) $0,3^{-1}$ и $(-0,3)^{-2}$.

2.15. Найдите значение выражения:

- а) $(-2)^{-2}$; б) -2^{-2} ; в) $(-2)^{-3}$; г) -2^{-3} ;
 д) $(-2)^{-4}$; е) -2^{-4} ; ж) $(-2)^{-5}$; з) -2^{-5} .

2.16. Сравните с нулем значение выражения:

- а) $(-3)^{-1}$; б) -3^{-1} ; в) $(-5)^0$; г) -5^0 ;
 д) $(-7)^{-2}$; е) -7^{-2} ; ж) $(-2)^{-7}$; з) -2^{-7} .

2.17. Вычислите:

- а) -3^{-3} ; б) -2^{-4} ; в) -1^{-6} ; г) -15^0 ;
 д) -5^{-3} ; е) -10^{-2} ; ж) -6^{-3} ; з) -11^{-2} .

2.18. Найдите значение выражения:

- а) $-3^{-4} \cdot 9$; б) $-0,2^{-4} \cdot 0,32$;
 в) $-0,5^{-3} : 0,1^{-2}$; г) $-10^{-2} : (-5)^{-3} - 1,3^0$;
 д) $-1,5^{-2} - 4^{-1} \cdot 5$; е) $-0,1^{-1} + 2,5^0 : 10^{-1}$;
 ж) $-6^2 \cdot \frac{1}{12} + (-1,9)^0$; з) $2,5 \cdot (-0,4)^{-2} + 35 \cdot 2^{-3}$;
 и) $0,6^{-3} : 1\frac{2}{3} - (-0,75)^{-2}$; к) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} : 0,125 + (-0,2)^{-2}$.

2.19. Установите порядок действий и вычислите:

- а) $4,5 \cdot 6^{-2} - (-0,4)^{-3} - (2^3)^{-1}$;
 б) $0,3^{-3} + \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + (-0,5)^{-2} \cdot 0,75 + (-1)^{-4} \cdot 6$.

2.20. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \left(7 - 4 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)^0\right)^{-2}; & \text{б)} \left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}; \\ \text{в)} \frac{-0,5^{-1} - 5}{3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4^{-1}}; & \text{г)} \left(\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} - 6,9^0\right) : \left(-\frac{1}{11}\right)^{-1}; \\ \text{д)} \frac{2,9^0 - 0,1^{-1}}{\left(\frac{3}{8}\right)^{-1} \cdot 1,5^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}; & \text{е)} \frac{0,5^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2^{-2} + 12,7^0}. \end{array}$$

2.21. Примените свойства степени с целым показателем и представьте выражение в виде степени:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} a^{-5} \cdot a^{-4}; & \text{б)} a^{-7} \cdot a^4; & \text{в)} a^{10} \cdot a^{-1}; & \text{г)} a^{-5} \cdot a^{13}; \\ \text{д)} a^{-9} : a^{-4}; & \text{е)} a^{-7} : a^6; & \text{ж)} a^{10} : a^{-1}; & \text{з)} a^{-8} : a^6; \\ \text{и)} (a^{-7})^{-3}; & \text{к)} (a^{-4})^7; & \text{л)} (a^8)^{-1}; & \text{м)} (a^{-3})^5. \end{array}$$

2.22. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{llll} \text{а)} 5^{-8} \cdot 5^6; & \text{б)} 11^9 \cdot 11^{-10}; & \text{в)} 625 \cdot 5^{-6}; & \text{г)} 10^{-8} \cdot 10\,000; \\ \text{д)} 2^{-5} \cdot 32; & \text{е)} 7^{-5} : 7^{-7}; & \text{ж)} 2^{-5} : 2^2; & \text{з)} 15 : 15^{-1}; \\ \text{и)} 8 : 2^{-4}; & \text{к)} \frac{1}{9} : 3^{-2}; & \text{л)} (10^{-3})^{-2}; & \text{м)} (2^5)^{-1}; \\ \text{н)} (5^{-2})^{-2}; & \text{о)} (2^{-4})^2; & \text{п)} \left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-1}\right)^2; & \text{р)} \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{-2}. \end{array}$$

2.23. Используйте свойства степени и вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} 90^{-4} : 45^{-4}; & \text{б)} \frac{5^{-2}}{15^{-2}}; & \text{в)} 8,5^{-5} : 85^{-5}; \\ \text{г)} \frac{85^{-3}}{17^{-3}}; & \text{д)} 2^{-4} \cdot 5^{-4}; & \text{е)} 2,5^{-9} \cdot 0,4^{-9}; \\ \text{ж)} 35^{-5} \cdot \left(\frac{2}{35}\right)^{-5}; & \text{з)} 10^{-6} \cdot 0,1^{-6}; & \text{и)} 1,5^{-4} \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^{-4}. \end{array}$$

2.24. Упростите выражение:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} (a^5)^{-2} \cdot (a^{-13})^{-1}; & \text{б)} (a^{-2})^{-4} \cdot (a^2)^{-3}; & \text{в)} (a^4)^{-1} : (a^{-3})^2; \\ \text{г)} \frac{(a^{-4})^3}{a^{-3} \cdot (a^4 \cdot a)^2}; & \text{д)} \frac{(a^5)^2 \cdot a^{-15}}{a \cdot a^{-4}}; & \text{е)} \frac{(a^{-3})^4 \cdot a^{-2}}{(a^5)^{-1} \cdot (a^{-6})^2}. \end{array}$$

2.25. Примените свойства степени с целым показателем и найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} 25^{-4} : 5^{-7}; & \text{б)} 4^{-9} : 16^{-4}; & \text{в)} 125^{-3} : (0,2^{-4})^{-2}; \\ \text{г)} 32^{-2} : (0,5^{-3})^{-3}; & \text{д)} (2^{-15} \cdot 2^{16})^{-4}; & \text{е)} (10^{-7})^{-2} \cdot 10^{-13}; \\ \text{ж)} (0,4^3)^2 : 0,16^3; & \text{з)} (0,09^2)^3 \cdot 0,3^{-10}; & \text{и)} \frac{3^{-1} \cdot 3^{-5}}{3^{-9}}; \\ \text{к)} \frac{4^{-3} \cdot (2^2)^{-5}}{4^{-11}}; & \text{л)} \frac{6^{10}}{(6^6)^2 \cdot 36^{-2}}; & \text{м)} \frac{25^8 \cdot 5^{-3}}{125^3}. \end{array}$$

2.26. Вычислите рациональным способом:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} (-7)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{-7}; & \text{б)} \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} \cdot (-5)^{-8}; & \text{в)} (-0,1^{-3})^2; \\ \text{г)} (-0,1^2)^{-3}; & \text{д)} \frac{(-5^{-2})^3}{5^{-4}}; & \text{е)} \frac{(-2^{-3})^5}{(2^5)^{-4}}. \end{array}$$

2.27. Определите, целым или дробным числом является значение выражения:

$$\text{а)} (2,25)^{-9} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^9 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{20}; \quad \text{б)} \left(1\frac{1}{4}\right)^{-9} \cdot (1,25)^8 \cdot (0,8)^{-3}.$$

2.28. Вычислите:

$$\text{а)} (-0,1)^4 \cdot 10^5 : 0,01 + 10^0; \quad \text{б)} -0,2^3 \cdot 0,2^{-2} - 5^3 \cdot 5^{-5} + 6,25^0.$$

2.29. Найдите значение выражения:

$$\text{а)} \frac{32^{-2} \cdot 9^{-4}}{6^{-10}}; \quad \text{б)} \frac{30^{-7}}{15^{-3} \cdot 20^{-4}}; \quad \text{в)} \frac{14^{-10} \cdot 7^{-5}}{49^{-4} \cdot 28^{-7}}; \quad \text{г)} \frac{6^{-15} \cdot 4^{-3}}{2^{-23} \cdot 9^{-8}}.$$

2.30. Найдите частное чисел a и b , если $a = 7^9 \cdot (5^{-2})^{-2} \cdot \frac{1}{2^{-2}}$ и $b = 7^8 \cdot 5^5 \cdot \frac{1}{2^{-1}}$.

2.31. Известно, что $a^{-1} = \frac{1}{7}$. Найдите $a^{-1} - a$; $a + 2a^{-1}$; $a - 5a^{-1}$; $a^2 : a^{-1}$; $a^{-2} \cdot a$.

2.32. Найдите значение выражения:

$$\text{а)} (5^{-1})^{-3} \cdot (0,5^{-2}) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} : (0,04)^{-1}; \quad \text{б)} (3^{-1})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} : 0,1^2 \cdot 9^{-2}.$$

2.33*. Представьте произведение:

- а) $10^{-n} \cdot 0,0125^{-n} \cdot 128^{n+1}$ в виде степени с основанием 2;
 б) $0,0004^{-n} \cdot 125^{n+3} \cdot 100^{-n}$ в виде степени с основанием 5.

2.34*. Найдите значение выражения (n — целое число):

- а) $\frac{14^n}{2^{n-2} \cdot 7^n}$; б) $\frac{36^{n+1}}{6^{2n+1}}$; в) $\frac{3^{n-3} \cdot 11^{n+1}}{33^n}$; г) $\frac{7^{2n+1}}{49^{n-1}}$.

2.35*. Упростите выражение (n — целое число):

- а) $\frac{7^{n+1} \cdot 3^{n-1}}{21^n}$; б) $\frac{12^n}{4^{n-2} \cdot 3^{n+2}}$;
 в) $\frac{45^n}{3^{2n+1} \cdot 5^{n-1}}$; г) $\frac{2^{2n-1} \cdot 3^{2n+1}}{36^n}$.

2.36*. Сократите дробь (n — целое число):

- а) $\frac{5^n + 5^{n+2}}{26}$; б) $\frac{3^{n+2} - 3^n}{8}$; в) $\frac{4^{n+1} - 2^{2n}}{4^n}$; г) $\frac{2 \cdot 5^n + 5^n}{2 \cdot 5^{n+1}}$.

2.37*. Упростите выражение $\frac{2^{n-4} \cdot 7^{n-2} + 2^{n-1} \cdot 7^{n-4}}{14^{n-4}}$ (n — целое число).

§ 3. Стандартный вид числа

3.1. Определите числа, записанные в стандартном виде:

- а) $0,48 \cdot 10^3$; б) $87,9 \cdot 10^{-4}$; в) $8 \cdot 100^{12}$;
 г) $9,1 \cdot 10^{-45}$; д) $6 \cdot 10^{-4}$; е) $24 \cdot 10^6$.

3.2. Определите порядок числа, представленного в стандартном виде:

- а) $5,79 \cdot 10^8$; б) $3,008 \cdot 10^{-9}$; в) $1,2 \cdot 10^3$;
 г) $3 \cdot 10^{18}$; д) $3,145 \cdot 10^{-1}$; е) $6,01 \cdot 10^{-9}$.

3.3. Какое из данных равенств является верным:

- а) $751 = 7,51 \cdot 10^2$ или $751 = 7,51 \cdot 10^{-2}$;
 б) $5600 = 5,6 \cdot 10^3$ или $5600 = 5,6 \cdot 10^{-3}$;

- в) $0,53 = 5,3 \cdot 10^1$ или $0,53 = 5,3 \cdot 10^{-1}$;
 г) $327,8 = 3,278 \cdot 10^2$ или $327,8 = 3,278 \cdot 10^{-2}$?

3.4. Какая из десятичных дробей имеет стандартный вид $3,27 \cdot 10^{-4}$:

- а) 0,0327; б) 0,00327; в) 0,000327; г) 0,0000327?

3.5. Стандартным видом числа 459 000 000 является:

- а) $4,59 \cdot 10^8$; б) $45,9 \cdot 10^7$;
 в) $459 \cdot 10^6$; г) $0,459 \cdot 10^9$.

Выберите правильный ответ.

3.6. Найдите запись числа 0,579 в стандартном виде:

- а) $5,79 \cdot 10^1$; б) $5,79 \cdot 10^{-1}$; в) $579 \cdot 10^{-2}$; г) $5,79 \cdot 10^{-3}$.

3.7. Стандартный вид $6,28 \cdot 10^{-2}$ имеет число:

- а) 628; б) 62,8; в) 0,0628; г) 0,628.

Выберите правильный ответ.

3.8. Запишите в стандартном виде число:

- а) 68 700; б) 93; в) 500 000; г) 9547,23;
 д) 0,000243; е) 0,0381; ж) 0,007; з) 0,29.

3.9. Число записано в стандартном виде. Запишите его в виде натурального числа или десятичной дроби:

- а) $7,3 \cdot 10^3$; б) $2,87 \cdot 10^6$; в) $3,8 \cdot 10^{-3}$; г) $5 \cdot 10^{-7}$.

3.10. Представьте в стандартном виде число:

- а) $513 \cdot 10^{-5}$; б) $7831 \cdot 10^8$; в) $0,029 \cdot 10^{-7}$;
 г) $0,00047 \cdot 10^{13}$; д) $235,41 \cdot 10^{-6}$; е) $89,003 \cdot 10^6$.

3.11. На сколько порядков число 458 004 012 больше, чем число 258 009?

3.12. Расстояние от Земли до Солнца составляет около 150 млн км. Представьте эту величину в стандартном виде.

3.13. Выразите 29 км^2 в квадратных метрах и запишите ответ в стандартном виде.

3.14. Выразите $0,47 \text{ м}^2$ в квадратных километрах и запишите ответ в стандартном виде.

3.15. Выразите 389 т в граммах и запишите ответ в стандартном виде.

3.16. Выразите $21,6 \text{ г}$ в тоннах и запишите ответ в стандартном виде.

3.17. Выразите:

- а) $5,8 \cdot 10^4 \text{ т}$ в граммах; б) $3,59 \cdot 10^8 \text{ м}$ в сантиметрах;
в) $7,35 \cdot 10^7 \text{ г}$ в центнерах; г) $9,1 \cdot 10^9 \text{ см}$ в километрах.

3.18. Стороны прямоугольника равны $5,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ и $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Найдите периметр и площадь прямоугольника. Ответ запишите в стандартном виде.

3.19. Найдите квадрат и куб числа:

- а) $6 \cdot 10^{-6}$; б) $1,5 \cdot 10^4$.

Полученный результат запишите в стандартном виде.

3.20. Скорость света равна $3 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{с}}$. Какой путь пройдет свет за $5\,000\,000 \text{ с}$? Ответ запишите в стандартном виде.

3.21. Округлите число до сотен и полученный результат представьте в стандартном виде:

- а) $52\,347,89$ б) $623\,081,123$;
в) $159\,856,302$; г) $259\,963,88$.

3.22. Сравните числа:

- а) $5,23 \cdot 10^8$ и $4,1 \cdot 10^8$; б) $6,7 \cdot 10^{-7}$ и $7,9 \cdot 10^{-7}$;
в) $7,89 \cdot 10^{10}$ и $1,3 \cdot 10^{11}$; г) $3,569 \cdot 10^{-8}$ и $1,4 \cdot 10^{-7}$.

3.23*. Порядок числа a равен 15 . Определите порядок числа:

- а) $100a$; б) $0,00001a$; в) $a \cdot 10^7$; г) $a \cdot 10^{-13}$.

3.24*. Найдите произведение, частное, сумму и модуль разности чисел $2,5 \cdot 10^{-6}$ и $1,2 \cdot 10^{-5}$. Полученный результат запишите в стандартном виде.

§ 4. Числовые выражения и выражения с переменными

4.1. Запишите в виде числового выражения:

а) сумму чисел 7,5 и 2,5; б) разность чисел 7,5 и 2,5; в) произведение чисел 7,5 и 2,5; г) частное чисел 7,5 и 2,5.

Найдите значения полученных числовых выражений.

4.2. Выполните действия:

- | | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|--------------------------|
| а) $138,7 + 3,426;$ | б) $63,7 - 5,871;$ | в) $58,4 \cdot 3,204;$ |
| г) $91 : 2,8;$ | д) $3\frac{2}{3} + \frac{4}{7};$ | е) $7 - \frac{2}{9};$ |
| ж) $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9};$ | з) $\frac{3}{5} : \frac{7}{8};$ | и) $3\frac{3}{7} : 1,2.$ |

4.3. Определите порядок действий и найдите значение выражения:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| а) $4,68 \cdot 3,45 - 6,209;$ | б) $18,789 + 3,6 : 0,18;$ |
| в) $12,531 - 5,27 \cdot 2,35;$ | г) $35,87 - 4,5 : 0,36.$ |

4.4. Определите, целым или дробным числом является значение выражения:

- | | |
|--|--|
| а) $2\frac{5}{7} \cdot 3\frac{3}{4} + 1\frac{4}{5};$ | б) $6\frac{2}{5} - 4\frac{5}{6} : 2\frac{2}{7};$ |
| в) $7\frac{2}{5} - 2\frac{3}{4} \cdot 1\frac{4}{7};$ | г) $5\frac{1}{4} : 2\frac{3}{5} + 3\frac{2}{3}.$ |

4.5. Сравните значения выражений:

- | | |
|---|---|
| а) $3,27 \cdot 4,06$ и $68,374 - 50,508;$ | г) $\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{14}.$ |
| б) $10,07 : 1,9$ и $17,156 - 11,856;$ | |
| в) $3\frac{4}{7} + 2\frac{3}{5}$ и $9\frac{2}{5} - 1\frac{3}{7};$ | |

4.6. Верно ли, что значение выражения является натуральным числом:

а) $(1,27 + 3,74) \cdot 2,43 - 1,53 : (3,72 - 1,92)$;

б) $(3,81 - 4,35) \cdot 1,25 + 2,43 : (12,146 - 8,546)$;

в) $3\frac{3}{5} - 4\frac{1}{3} : \left(5 - 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3}\right)$; г) $2\frac{3}{5} \cdot 4\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3}$?

4.7. Запишите в виде выражения с переменными:

а) сумму чисел m и n ; б) разность чисел m и n ; в) произведение чисел m и n ; г) частное чисел m и n .

4.8. Запишите словами выражение:

а) $a + b$; б) $c - d$; в) $2xa$; г) $a : (c + d)$.

4.9. Найдите значение выражения:

а) $a - 2$ при $a = -2$; $a = -1,7$; $a = 0$; $a = 0,3$; $a = 5\frac{1}{7}$;

б) $3b + 2$ при $b = -6$; $b = -0,5$; $b = 0$; $b = 3,9$; $b = \frac{5}{6}$;

в) $5 - 2c$ при $c = -7$; $c = -2$; $c = 0$; $c = 1,5$; $c = \frac{3}{7}$;

г) $1 - d^2$ при $d = -5$; $d = -1$; $d = 0$; $d = 0,3$; $d = \frac{5}{7}$.

4.10. В магазине купили 2 кг моркови по цене p р. за килограмм и 5 кг картофеля по цене m р. за килограмм. Составьте выражение для нахождения стоимости покупки и найдите его значение при $p = 1,8$, $m = 0,9$.

4.11. Найдите значения выражений $4,7 - 2x^2$ и $3x^2 - 2,4$ при:

а) $x = 2$; б) $x = -1$; в) $x = 0$; г) $x = -2$.

4.12. Найдите значение выражения $-3a : (b - 3)^2 + 2b$ при:

а) $a = 3$, $b = 0$; б) $a = 0$, $b = 3$; в) $a = -2$, $b = -1$.

4.13. Сравните значения выражения $2a^2 : b - ab$ при:

а) $a = 3$, $b = -1,8$ и при $a = -3$, $b = -1,8$;

б) $a = \frac{2}{3}$, $b = 1\frac{1}{3}$ и при $a = 3,5$, $b = 1\frac{3}{4}$.

4.14. Найдите значение выражения $-a^2 + 3a$ при $a = -5$; $a = -0,1$; $a = 0,2$; $a = \frac{1}{7}$.

4.15. При $x = -1$, $y = 0,7$ найдите значение выражения:

а) $x - y$; б) $3x + 2y$; в) $-x^2 + 2y$; г) $10xy^2$.

4.16. Запишите в виде выражения число, которое имеет:

а) 5 десятков и a единиц; б) a сотен b десятков и c единиц.

4.17. Выберите выражение для решения задачи: «От квадрата со стороной x см отрезали полосу шириной 2 см. Найдите площадь получившегося прямоугольника»:

а) $x(x - 2)$; б) $2x^2$; в) $2x - 4$; г) $4x$.

4.18. Известно, что $a - b = 15$. Найдите, если это возможно, значение выражения:

а) $0,2(a - b)$; б) $3b - 3a$; в) $0,1a - 0,1b + 8$;
г) $\frac{a + 10 - b}{5}$; д) $(a - b)^2$; е) $3 : (a - b - 15)$.

4.19. Найдите область определения выражения:

а) $(x + 2) : (x - 5)$; б) $(x - 3) : (7 - x)$;
в) $(x + 4) \cdot (x - 1)$; г) $(x + 6) : 7$;
д) $(x - 5) : x$; е) $x : (2x - 10)$.

4.20. Для какого выражения областью определения являются все числа:

а) $3 : (1 - a)$; б) $a + 3 : a$; в) $(a + 7) : 5$;
г) $4 : (a + 1)$; д) $(a - 3) : a^2$; е) $(a - 3) : (a + 4)$?

4.21. Определите выражения, областью определения которых являются все числа, кроме числа 3:

а) $(x - 3) : 2$; б) $(x + 4) : (x + 3)$; в) $2 : (x - 3)$;
г) $x + 5(x - 3)$; д) $(x + 4) : (3 - x)$; е) $(x - 5) : 3$.

4.22*. Найдите область определения выражения:

а) $(x - 5) : (x - 1) - 10 : x$; б) $3x^2 - x : (5x - 1) - 7 : (5 - x)$.

§ 5. Тождество

5.1. Являются ли тождественно равными следующие выражения:

- а) $a - b$ и $b - a$; б) $a \cdot b$ и $b \cdot a$;
 в) $a + b$ и $b + a$; г) $a : b$ и $b : a$?

5.2. Правильно ли проведены тождественные преобразования:

- а) $3a + 7a = (3 + 7)a$; б) $4(a - b) = 4a + 4b$;
 в) $a + b - c = a + c - b$; г) $5x - 3x = (5 + 3)x$;
 д) $-2(x - y) = -2x + 2y$; е) $x \cdot y \cdot z = z \cdot x \cdot y$?

5.3. Являются ли тождественно равными выражения:

- а) $a(b - c + d)$ и $ab - ac + da$; б) $(a + b)(c - d)$ и $(d - c)(b + a)$;
 в) $(a + b - c)d$ и $ad - bd + cd$; г) $(a + b)(c + d)$ и $(d + c)(b + a)$?

5.4. Является ли тождеством равенство:

- а) $7a - 6a = a$; б) $7a - 6b - 7a = 6b$;
 в) $3,5(2a - 4b) - 7a = -14b$; г) $7x - 8x = x$;
 д) $5x + 3y - 5x = 3y$; е) $5x + 2(y - 2,5x) = -2y$?

5.5. Преобразуйте выражение в тождественно равное, применив распределительный закон умножения:

- а) $3m + 3n$; б) $2m + 2n$;
 в) $0,5m + 0,5n$; г) $\frac{1}{6}m + \frac{1}{6}n$.

Найдите значение полученного выражения при $m = 4,57$; $n = 1,43$.

5.6. Преобразуйте выражение в тождественно равное, применив законы умножения:

- а) $2a \cdot (-5b)$; б) $0,01a \cdot (10b)$;
 в) $-0,4a \cdot (-2,5b)$; г) $\frac{2}{7}a \cdot (-3,5b)$.

Найдите значение полученного выражения при $a = 3\frac{1}{7}$, $b = 1\frac{13}{22}$.

5.7. Преобразуйте выражение в тождественно равное, используя свойства степени с целым показателем:

- а) $a^6 \cdot a^{-4}$; б) $a^{-9} : a^{-5}$;
 в) $(a^{-8})^2 \cdot a^{13}$; г) $(a^{10})^2 : a^{18} \cdot a^3$.

Найдите значение полученного выражения при $a = -\frac{1}{2}$.

5.8. Какие пары выражений тождественно равны:

- а) $m + n$ и $n + m$; б) $5(a - b)$ и $5a - 5b$;
 в) xyz и $xy \cdot z$; г) $(-a)^3$ и $-a^3$?

5.9. Из данных равенств выберите тождества:

- а) $a + a + a = a^3$; б) $aaaa = a^4$;
 в) $a + a + a = 3a$; г) $aaaa = 4a$.

5.10. Верно ли, что данное равенство является тождеством:

- а) $(a^2)^3 = a^6$; б) $a^5 \cdot a^2 = a \cdot a^6$;
 в) $a^9 : a = (a^2)^4$; г) $a^{-5} = -5a$?

5.11. Докажите, что равенство не является тождеством:

- а) $x - 7 = 7 - x$; б) $y^3 = 3y$;
 в) $-a^4 = (-a)^4$; г) $6b - b = 6$.

5.12. Выполните тождественное преобразование выражения:

- а) $-a^3 \cdot a^4$; б) $a^3 \cdot (-a^4)$;
 в) $a^3 \cdot (-a)^4$; г) $-a^3 \cdot (-a)^4$.

5.13. Какие из данных преобразований являются тождественными:

- а) $-5x \cdot 7 \cdot x^3 = -35x^3$; б) $-5x \cdot 7 \cdot x^3 = 2x^3$;
 в) $-5x \cdot 7 \cdot x^3 = -12x^4$; г) $-5x \cdot 7 \cdot x^3 = -35x^4$?

5.14*. Докажите, что равенство не является тождеством:

- а) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$; б) $a^2 = |a|$.

5.15*. Запишите в виде тождества утверждение:

- а) квадраты противоположных чисел равны;
 б) квадрат числа равен квадрату модуля этого числа.

5.16*. Является ли равенство тождеством:

- а) $|a^2 + 3| = a^2 + 3$; б) $|a + 3| = a + 3$;
 в) $|a + b| = |a| + |b|$; г) $|a - b| \cdot |a - b| = (a - b)^2$?

§ 6. Одночлен

6.1. Является ли одночленом выражение:

- а) $-2,8x^3$; б) $-4x + 2y$; в) $2y \cdot 5,1a$;
 г) $-3x(y + 1)$; д) 8 ; е) d ?

6.2. Какие из данных выражений являются одночленами:

a^3b ; $2 - m^3$; x ; $7m \cdot (-2n^2)$; $0,2b^5$; a^6 ; bcd ; 3 ; $7a^2b$; $x^2 - y^2$;
 $\frac{3}{7}ab^9$; $(c + d)^4$?

6.3. Верно ли, что одночлен записан в стандартном виде:

- а) $4x \cdot 2x$; б) -6 ; в) $x \cdot 3$; г) $7a \cdot a^3$; д) 4^2x ?

6.4. Определите одночлен, записанный в стандартном виде:

- а) $5abbbcc$; б) $-\frac{2}{3}mn^5k^6$; в) $-x \cdot \frac{1}{6}xy^9$;
 г) $3,7m \cdot (cn^3)^2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$; д) $6cd^3 \cdot \frac{1}{7}$; е) $-2a \cdot b \cdot (ab)^3$.

6.5. Укажите коэффициент и степень одночлена:

- а) $-0,7x^2y$; б) $2,3$; в) x^4y^7 ; г) y .

6.6. Определите коэффициент одночлена, записанного в стандартном виде:

- а) $3a^2b^7$; б) $-1,3xyz^6$; в) $\frac{4}{9}m^2n$;
 г) $-3\frac{1}{3}ab^4$; д) $-a^2b^3c$; е) x^7y^2 .

6.7. Приведите одночлен к стандартному виду и определите его коэффициент:

- а) $2a^2 \cdot 7b^9$; б) $-10ab^2 \cdot 0,9c^4$; в) $0,3x \cdot \left(-\frac{1}{3}y^5\right)$;
 г) $5a^2 \cdot \frac{1}{5}ab^5$; д) $-a^9a^{11}$; е) $-6a^8 \cdot (-a^4)ab^4$;
 ж) $0,01m^3n^2 \cdot 32mn$; з) $-\frac{7}{9}x^2y^3 \cdot 3,6xy^9$;
 и) $2m^3 \cdot 0,5mn^7$; к) $2,5b \cdot (-b^4) \cdot 4bc$;
 л) $-xy \cdot (x^3y^5)$; м) $-c^7 \cdot (-0,1cd) \cdot (-10d^4)$.

6.8. Определите степень одночлена, записанного в стандартном виде:

- а) $5a^2d^9$; б) $-1,3x^4y$; в) $8bcd^7$;
 г) $-mn^7$; д) a ; е) 5 .

6.9. Укажите одночлены, степень которых равна 7:

- а) $7a^9$; б) $-a^4b^3$; в) $3ab^6$;
 г) $9abcdnpk$; д) $-\frac{1}{7}x^7y$; е) m^7n^7 .

6.10. Приведите одночлен к стандартному виду:

- а) $4x \cdot 2xy$; б) $-7xy^2x^2$;
 в) $-2a^2y^2 \cdot (-5a^3y^5)$; г) $12a^2x^4 \cdot (-3c^3y^7)$.

6.11. Представьте одночлен $-5a^2 \cdot 2a^4$ в стандартном виде и найдите его значение при $a = -1$.

6.12. Приведите одночлен к стандартному виду и определите его коэффициент и степень:

- а) $3x^2 \cdot 5x^7y$; б) $-2a \cdot 3ab$;
 в) $-3mn \cdot (-0,1m^2) \cdot 2n^4$; г) $4c^3d \cdot (-0,25cd^3)$;
 д) $-xy \cdot (-xz^4)$; е) $-a \cdot (-ab) \cdot (-abc)$.

6.13*. Преобразуйте в одночлен стандартного вида:

- а) $x^2y^4 \cdot (-3x^3y^3)$; б) $(-2xy^3)^3 \cdot (5y^2x^5)^2$.

§ 7. Действия с одночленами

7.1. Выполните умножение одночленов:

- | | |
|--|---|
| а) $a^4 \cdot ab^7$; | б) $3x^4y \cdot xy$; |
| в) $7bc \cdot b^7c^5d$; | г) $4x^5y^6 \cdot (-6x^2yz)$; |
| д) $-0,3x^2y^3z^5 \cdot (-4xy^2z^2)$; | е) $2a^3b^2c \cdot (-2,5a^2bc^5)$; |
| ж) $-4m^2n \cdot \frac{3}{8}mn^7$; | з) $0,3a^6b^7 \cdot (-\frac{5}{6}ab)$; |
| и) $-3,6a^2 \cdot (-\frac{5}{18}ab)$; | к) $(\frac{5}{7}c^2d) \cdot (-1,4c)$. |

7.2. Найдите произведение одночленов:

- | | |
|------------------------|--------------------------------------|
| а) $4ab$ и $3n^2b^7$; | б) $0,3x^3y^2$ и $\frac{1}{3}x^3y$; |
| в) $-mn$ и $5m^2n^5$; | г) $8bc^2$ и $-1,2bcd$; |
| д) abc и $-a^2b^7$; | е) $0,7xyz^2$ и $-3\frac{1}{7}a$. |

7.3. Выполните умножение одночленов и найдите значение полученного произведения:

- а) $-3a^4b^2 \cdot 0,4ab$ при $a = -1, b = \frac{1}{3}$;
- б) $0,3c^3d^4 \cdot 0,2d$ при $c = -10, d = \frac{1}{2}$;
- в) $\frac{3}{25}mnp \cdot (-7mn^2p^8)$ при $m = -5, n = 3, p = -1$;
- г) $-0,5xyz \cdot (-16xy)$ при $x = 0,2, y = 0,5, z = 300$.

7.4. Замените $*$ одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| а) $3xy \cdot * = 3x^3y^4$; | б) $-6a \cdot * = -12a^2bc$; |
| в) $* \cdot xy = -x^3y$; | г) $* \cdot (-0,01a^6b) = a^7b^2$. |

7.5. Выполните умножение одночленов:

- | | |
|---|--|
| а) $3m^3n^2 \cdot 5mn^2$; | б) $18a^3b^2 \cdot (-\frac{5}{9}ab)$; |
| в) $-0,75b^2c^3 \cdot (-\frac{1}{3}bc^5)$; | г) $-0,25xy \cdot (-4x^3)$. |

Определите коэффициент и степень полученного результата.

7.6. Выполните деление одночленов:

- а) $32x^4y^5 : (8xy^2)$; б) $(-2a^8b^4) : a^7$;
 в) $-27x^3y^3 : (-9xy^3)$; г) $15m^4n^5 : (5m^3n^3)$;
 д) $-24x^8y^5 : (12x^3y)$; е) $-18a^5b^4 : (-6a^4b^3)$;
 ж) $8b^8c^9d : (32bc^8)$; з) $2a^7b^3 : (-10a^6b^3)$;
 и) $-15m^7n^9k : (15m^6n^9)$; к) $-3a^4b^3c : (-3ab)$.

7.7. Найдите одночлен, равный частному одночленов:

- а) $24x^8$ и $12x^6$; б) $-20m^4n^8$ и $-4m^3n^7$;
 в) $72b^6c^7$ и $-9b^5c^7$; г) $-5a^7b^8c^3$ и $5a^7b^7$.

7.8. Выполните деление одночленов:

- а) $27a^3b^4c^5 : (-0,3a^2b^3c^4)$; б) $-36a^7b^5c^3 : (-0,6a^7b^4c)$.

7.9. Замените $*$ одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $5x^5y^3 : * = 5x^3y^3$; б) $-10a^9b^7c : * = -5a^6b^5c$;
 в) $* : (-5xyz) = -x^3y$; г) $* : (m^{10}n) = -7m^9n$.

7.10. Выполните деление одночленов и найдите значение полученного выражения:

- а) $-18a^5b^3 : (9ab)$ при $a = -2$, $b = 3$;
 б) $-a^8b^7c : \left(-\frac{1}{7}a^7b^6\right)$ при $a = -5$, $b = 0,2$, $c = 10$.

7.11. Возведите одночлен в степень:

- а) $(2x)^4$; б) $(3a^3)^2$; в) $(-0,2a^2b)^3$;
 г) $(-x^5y^2z)^8$; д) $(-2m^2n^5)^5$; е) $(-a^3b^2c)^7$.

7.12. Возведите одночлены $2x^4y$; $-2a^8b$; xy^2z^6 ; $-m^3n^5$:

- а) в квадрат; б) в куб;
 в) в четвертую степень; г) в пятую степень;
 д) в шестую степень.

7.13. Выполните возведение одночлена в степень:

а) $(-0,2xy^4)^5$; б) $(-0,3a^2b^4)^2$.

7.14. Представьте в виде квадрата одночлена выражение:

а) $9a^8$; б) $36m^2n^{10}$; в) $0,25x^6y^{18}$; г) $\frac{4}{49}a^6b^{10}c^{18}$.

7.15. Представьте выражение $64m^{18}n^{36}$ в виде:

- а) квадрата одночлена;
 б) куба одночлена;
 в) шестой степени одночлена.

7.16. Представьте одночлен в виде степени другого одночлена:

а) $0,25b^{10}c^8d^2$; б) $-\frac{1}{32}x^{10}y^{15}$.

7.17. Представьте в виде одночлена стандартного вида выражение:

а) $(-a^3b^4)^5 \cdot (3a^5b)^2$; б) $(-5a^8b^4)^3 \cdot (-a^3b)^4$;
 в) $(-2ab^8) \cdot (-3a^5b)^2$; г) $(-a^6b^7)^2 \cdot (-2a^5b^6)^3$.

Определите коэффициент и степень полученного результата.

7.18. Представьте выражение $\left(2\frac{1}{3}a^4b^8\right)^2 \cdot \left(-1\frac{2}{7}a^5b^{12}\right)$ в виде одночлена стандартного вида.

7.19. Представьте в виде одночлена стандартного вида выражение:

а) $-(-m^3n^4)^4 \cdot (3m^4n)^3$; б) $-(-(-10a^5b^4)^2)^3$;
 в) $\left(-\frac{2}{7}xy^5\right)^2 \cdot (-3,5x^6y)$; г) $\left(-2\frac{1}{3}c^3d^8\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{7}c^2d^9\right)^3$.

7.20. Разбейте одночлены $3x^3y$; $-7x^4$; $5xy^3$; $4x^3y$; $-3,5x^4$; $\frac{2}{9}x^3y$; $-xy^3$; $-x^3y$; $1,3xy^3$; $-x^4$; $0,7x^3y$; $-\frac{1}{7}xy^3$; x^4 ; $8xy^3$; $0,2x^4$; $-17xy^3$; $\frac{3}{11}x^4$; xy^3 ; $23x^4$; x^3y на группы подобных одночленов.

7.21. Запишите одночлен, подобный одночлену $13a^7b^2$, коэффициент которого равен:

- а) 2; б) 5; в) -3 ; г) $\frac{2}{7}$;
 д) $-0,4$; е) $-1\frac{2}{3}$; ж) 1; з) -1 .

7.22. Выполните сложение подобных одночленов:

- а) $3x + 5x$; б) $6x - 9x + 2x$; в) $10b - 8b - b$;
 г) $7a - 2a + a$; д) $-5b^2 + 9b^2$; е) $7c^3 + c^3 - 5c^3$.

7.23. Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:

- а) $5a^2 + a^2$; б) $7x^3 - x^3$; в) $4a^6b + a^6b$;
 г) $-xy^2 + 9xy^2$; д) $ab^3 - 4ab^3$; е) $-x^4y^3 - 5x^4y^3$;
 ж) $-2m^2n + 3m^2n$; з) $7cd^4 - 8cd^4$; и) $-3a^2b + 2a^2b$.

7.24. Замените $*$ одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $5x^6y^3 + * = 7x^6y^3$; б) $-10a^9b^5c + * = -2a^9b^5c$;
 в) $* - 8bcd^2 = bcd^2$; г) $* + m^8n^3 = -m^8n^3$.

7.25. С помощью тождественных преобразований приведите выражение к одночлену стандартного вида:

- а) $5xy + 2xy - 3xy$; б) $a^2b^3 - 5a^2b^3 + 2a^2b^3$;
 в) $7c^2d^5 - 5c^2d^5 - c^2d^5$; г) $-3x^2y + 9x^2y - 7x^2y$;
 д) $18m^4nk - 13m^4nk - 5m^4nk$; е) $-abc^9 + 9abc^9 - 8abc^9$.

7.26*. Замените $*$ одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $ab^2 + * + * = 9ab^2$; б) $13xyz - * - * = -7xyz$.

7.27*. Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:

- а) $\left(-3x^2yz^2 \cdot (-2x^3z^5)^3\right)^2 : (6yz^9)^2$;
 б) $(4x^3y^2)^3 \cdot (3y^2z^3)^4 : (6z^2x^4y^3)^2$.

7.28*. Представьте выражение в виде квадрата одночлена стандартного вида:

а) $\left((3x^5yz^3)^5 : (9x^8y^3z^2)^2 \right) \cdot (27xy^3z^5)^3$;

б) $\left((2x^4z^3)^3 \cdot (8xy^3z)^4 \right) : (2zx^2y^2)^5$.

7.29*. Пусть a — некоторое число. Чему оно должно быть равно, чтобы выражение

$$12ax^7y^5z^2(3(yz^3)^2 - 2x^2z^4) - 4(xyz)^5(9a(xyz)^2z - 6x^4z)$$

было тождественно равным некоторому одночлену нулевой степени?

§ 8. Многочлен

8.1. Назовите каждый член многочлена:

а) $5x^4 + 3x^2 - x$;

б) $7x^7 - 2x^6 - x^5 - 1$;

в) $6x^3 + 4x^2 - x + 5$;

г) $-8x^4 - x - 3$;

д) $15x^4 - 37x^3 + 14x - 5$;

е) $-8a^5 + 7a^4 + 13a^3 - 6a^2 + 11a - 4$.

8.2. Приведите подобные члены многочлена:

а) $3a + 2b - 5a$;

б) $4x + 5y + 3x - y$;

в) $9b + 7c - b + b$;

г) $10m + 6n - m + n$;

д) $3a - 8b + 3a + 8b$;

е) $6x - 9y - 6x + 8y$;

ж) $5m - 7n - 6m + 6n$;

з) $10a + 7b - 11a - 8b$.

8.3. Какие из данных многочленов являются двучленами, а какие — трехчленами:

а) $x^2 + 2x$;

б) $x^2 - 4x + 3$;

в) $a^2 - b^2$;

г) $m^2 - 2mn + n^2$;

д) $b^3 - b$;

е) $a^4 - a^2 - 1$;

ж) $3x - 1$;

з) $9x^2 + 7x + 3$?

8.4. Какие из утверждений верны:

а) $2ab$ — двучлен;

б) $2ab$ — одночлен;

в) $2ab$ — трехчлен;

г) $2ab$ — многочлен?

8.5. Выполните тождественные преобразования и упростите выражение:

- а) $3a^2 - 2b + 4a^2 - 3b$; б) $8a^3 - 6a^2 - 7a^3$;
 в) $7a^4 + 5b^4 - 6a^4 - b^4$; г) $2a^3 - 6ab - a^3 + 5ab$.

8.6. Выберите многочлен стандартного вида:

- а) $6mn^2 - mn + 4mn^2$; б) $a^3a^2 + 4ab$;
 в) $8x^3 + y - 5$; г) $7d^2 - 3ac + 3ac$.

8.7. Представьте в стандартном виде многочлен:

- а) $50a \cdot 0,2 - 2a \cdot 5b + 4b \cdot 2b$; б) $7x^2 - x + 8x + 3$;
 в) $2a + 3ab - a$; г) $4xy^2x^3 + 2y^4 - 7x^2y^2x^2$.

8.8. Приведите многочлен к стандартному виду и найдите его значение:

- а) $2a^4 + 3a^2 - 3a - a^4 - a^2 - 2a + 1$ при $a = 0,5$;
 б) $x^2 + y - 0,75x^2 - 0,5y - y^2$ при $x = 4,8$, $y = 2,4$.

8.9. Определите степень многочлена, записанного в стандартном виде:

- а) $5a^6 - 4a^2 + 7$; б) $3m^7n^3 - m^9n^8 + mn$;
 в) $a^7b + 13$; г) $x^9y + x^3y + x$.

8.10. Приведите многочлен к стандартному виду и определите его степень:

- а) $7a^2b - ab^2 - a^2b + 5ab^2$; б) $mn - 3mn^4 - mn - 3mn^4$;
 в) $3xy - xy^2 - 4xy + xy^2$; г) $5cd^3 - 4c^3d + c^3d - 5cd^3$.

8.11. Приведите подобные члены многочлена:

- а) $0,5a^4 + 0,2a^3 - 0,5a^3 + 0,1a^2$; б) $2,3l^5 - 0,3l^4 - 0,3l^5 + l^4$;
 в) $b^3 + b + 0,25b^2 - 2b$; г) $\frac{1}{8}c^6 - \frac{1}{5}c^5 + c^5 - \frac{3}{8}c^6$;
 д) $\frac{1}{7}d + \frac{3}{7}d^2 - d - \frac{2}{7}d^2$; е) $\frac{8}{9}x^4 - \frac{4}{9}x - \frac{1}{9}x - \frac{2}{9}x$.

8.12. Решите уравнение, выполнив тождественные преобразования в его левой части:

- а) $15x + 12x = -54$; б) $7x - 4x - x = 13$;
 в) $0,2x + 3,8x + 5 = 13$; г) $-1,3x - x + 1 = -1,6$.

8.13*. Замените M таким многочленом, чтобы данное выражение стало многочленом второй степени:

- а) $3a^2 - 6a + 12a^3 + 8 - 5a^5 + M$;
 б) $12xy + 5x^3y - 4x^2 + 5y^8 + M$.

8.14*. Запишите в стандартном виде многочлен:

- а) $(3x^3)^2 + 3x^2 \cdot 5x^4 - 6x^5 + 1 + 7x^6 + x^5$;
 б) $(-3y) \cdot 4y - (y^2)^4 + 13y^2 - y^5 \cdot y^3 - 5y^6$.

§ 9. Сложение и вычитание многочленов

9.1. Раскройте скобки в выражении:

- а) $-(x + y)$; б) $-(x - y)$; в) $-(-x + y)$; г) $-(-x - y)$;
 д) $+(x + y)$; е) $+(x - y)$; ж) $+(-x + y)$; з) $+(-x - y)$.

9.2. Определите выражение, тождественно равное выражению $-3a + 2b$:

- а) $-(3a + 2b)$; б) $-(3a - 2b)$;
 в) $-(-3a + 2b)$; г) $-(-3a - 2b)$.

9.3. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- а) $2 - (x + 1)$; б) $5a - (2a - 3)$;
 в) $(x - 3y) - (-2x + y)$; г) $-(-a + 3b) + (7a - b)$;
 д) $-(-6x - 2y) - (3x + y)$; е) $(2c - 7d) - (-c + 5d)$;
 ж) $-(-m - 3n) - (m - 4n)$; з) $(-x - 6y) - (-4x - 7y)$;
 и) $-(-b - c) - (-2b + c)$; к) $-(-a - b) - (-3a - b)$.

9.4. Выберите выражение, тождественно равное выражению $2m$:

- а) $-(-m - n) + (m - n)$; б) $-(m - n) - (-m + n)$;
 в) $(m - n) - (m + n)$; г) $(m - n) + (-m - n)$.

9.5. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые:

- а) $18a - (a - 2) - (2a + 4)$; б) $3x - (x + 4) + (x - 3)$;
 в) $-(m - 6n) - (2m + n) + 3m$; г) $(c - 5d) - (2c + d) + 7d$;
 д) $3x - (-x - 2y) - (x - y)$; е) $-(m - 3n) + (m - 8n) - 5n$.

9.6. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- а) $(a - b) - (a + 2b) + (-3a + b)$;
 б) $-(x - y) - (-3x - y) - (x + y)$;
 в) $(6m + n) - (-5m - 2n) - (-m + n)$;
 г) $-(c + 7d) - (c - 3d) + (-2c - d)$;
 д) $-(x - 3y) - (-x + 5y) - (x + y)$;
 е) $-(m - 2n) + (m - 7n) - (-2m + 5n)$.

9.7. Решите уравнение, выполнив тождественные преобразования в его левой части:

- а) $8x - (5x - 2) = 20$; б) $10 - (7 - 2x) - (x + 1) = 0$;
 в) $(7x - 12) - (6x + 9) = 11$; г) $9 - (2x - 3) - (3x - 12) = 15$.

9.8. Выполните сложение или вычитание многочленов:

- а) $(5x^2 - 4x) + (-x^2 + x)$; б) $(5a^2 - 3ab) - (a^2 - 2ab)$;
 в) $(3ab + 2b) + (-2ab - 3b)$; г) $(-4c^2 - 5d^2) - (-c^2 - 2d^2)$;
 д) $(-5x^3 + 5xy) + (5x^3 - 4xy)$; е) $(7b^2c + bc^2) - (-b^2c + 5bc^2)$.

9.9. Найдите сумму и разность многочленов:

- а) $3a^2 - 4a + 2$ и $3a^2 - 2$; б) $x^3 - 5x^2 + x$ и $x^2 - x^3$.

9.10. Упростите выражения $M + N$, $M - N$ и $N - M$, если:

- а) $M = 6a^2 - 3a + 1$ и $N = 6a^2 - 1$;
 б) $M = 7m^3 - m^2 + m$ и $N = m^2 - 7m^3$.

9.11. Приведите многочлен к стандартному виду:

- а) $7x^4 - 2x^2 + 3x + 5 - (3x^4 + x^3 + 2x^2 - 5)$;
 б) $3x^3y + 6xy^2 - 5xy + 2y^2 - 7x - 1 - (5x^2y - 5xy + x^2 + 7x - 2)$.

9.12. Упростите выражение и найдите его значение:

- а) $5x - (3 - 7x^2 - x^3) - (5x + 7x^2 - x^3)$ при $x = \frac{2}{3}$;
 б) $4y^4 - (-5y^4 - 2y^3) - (9y^4 - 2y^3 - 1)$ при $y = -0,5$.

9.13. Найдите степень многочлена:

- а) $-8x^4 + 2x^3 - 5x + 6x^4 - x^3 + 2 + (2x^4 - x^3 + 5x + 2)$;
 б) $4xy^2 + 3xy - x^2 - 2xy^2 + 5x + 2 - (2xy^2 - 3xy - x^2 + 2y - 2)$.

9.14. Решите уравнение

$$4x^2 - 2x - (2x^2 + 3x - 5) - (x^2 - 5x - 4) = 5.$$

9.15. Представьте многочлен в виде суммы и в виде разности двух каких-либо двучленов:

- а) $a + b - c - d$; б) $m - n - k - p$.

9.16. Замените * таким многочленом, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $* + (3x - y) = 5x$; б) $(a^2 - 7b^3) + * = 2a^2 - b^3$;
 в) $* - (3m - 8) = m^2 - 2m$; г) $(c^2 - d^2) - * = 8c^2$.

9.17*. Какой многочлен нужно вычесть из многочлена $5x^3y - 3xy^2 + 7x^2 + 4xy - 2x + 8$, чтобы получилось выражение, тождественно равное многочлену $2x^3 - y^2 - 4xy + 2y + 3$?

9.18*. Представьте многочлен в виде суммы и в виде разности двух каких-либо двучленов:

- а) $x^2 - 4x + 3$; б) $-2x^2 - 4x + 1$.

9.19*. Решите уравнение:

- а) $5x^2 - (3x^2 - x) - (2x^2 + 5x) = 8$;
 б) $-(x^2 + 6x) - (5 - x^2) - (-7x + 2) = 5$.

9.20*. Замените N многочленом так, чтобы получилось тождество:

а) $N + (7x^2 - 2xy) = x^2 - xy - y^2$;

б) $N - (5y^2 + 7xy) = x^2 + 2xy - y^2$.

9.21*. Упростите выражение:

а) $-(5b - (2 - 3b)) + 7b$;

б) $5a - (7a + (3a - (1 - a)))$;

в) $6b + (5 - (b - (3b + 2)))$;

г) $2c - (3c + (2c - (c + 1)) + 3)$.

9.22*. Представьте в виде многочлена стандартного вида выражение $11,5x^2 + y^2 - (8x^2 - 5y^2 - (-10x^2 + (5,5x^2 - 6y^2)))$.

9.23*. Представьте многочлен $x^2 - 5x + 6$ в виде разности двучлена и трехчлена.

9.24*. Докажите, что сумма пяти последовательных четных натуральных чисел кратна 10.

9.25*. Пусть a — некоторое число. Известно, что при $x = -4$ и $y = -1$ многочлен $3xy^3 + 2x^2y^2 - a^2xy^2 - 2x^2 + x + 3a^2y - 7$ принимает значение 10. Чему равно число a ?

9.26*. Пусть a и b — некоторые числа. Известно, что при $x = 1$ и $y = -2$ многочлен $2x^3 + ax^2y + bxy^2 - 4x^2 + 3bxy + ax + 3$ принимает значение 5. При $x = -1$ и $y = -3$ этот многочлен также принимает значение 5. Чему равны числа a и b ?

§ 10. Умножение и деление многочлена на одночлен

10.1. Выполните умножение одночлена на многочлен:

а) $3(a + 7)$;

б) $7(x - 3)$;

в) $-2(-m + n)$;

г) $-5(-b - c)$;

д) $2(3y + 1)$;

е) $3(2b - 1)$;

ж) $-4(-2x + 5y)$;

з) $-3(-5m - 2n)$;

и) $(x + 3) \cdot 3$;

к) $(a - 2) \cdot 7$;

л) $(-2m + n) \cdot (-3)$;

м) $(-7x - 2y) \cdot (-5)$.

10.2. Выполните умножение:

- а) $x(x + 5)$; б) $2a(a - 1)$; в) $-3b(b^2 + 5)$;
 г) $-2c(-5c^2 - 3)$; д) $(x^2 + 1) \cdot 3x$; е) $(a^3 - 2) \cdot (-a)$;
 ж) $2x(-3y + z)$; з) $-a(b^2 - 5c)$; и) $(3a^2 - 2b) \cdot (-c)$.

10.3. Замените $*$ одночленом так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $* \cdot (3a - b) = 24a^2 - 8ab$;
 б) $(x + 7y) \cdot * = -4x^2 - 28xy$;
 в) $* \cdot (-5m - 1) = -10m^3 - 2m^2$;
 г) $(-c^2 + 6d^2) \cdot * = 3c^2d^3 - 18d^5$.

10.4. Представьте в виде многочлена произведение:

- а) $5(x^2 - 3x + 1)$; б) $2a(a^2 - 7a + 3)$;
 в) $-2(x^2 + 5xy + y^2)$; г) $3c^2(1 + c^2 - 2c^4)$;
 д) $-6b^4(5 - b - b^3)$; е) $(y^3 - 3y^2 + 1) \cdot (-2y^5)$.

10.5. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- а) $7x - 3(x + 2)$; б) $6a - 3(4a - 1)$; в) $2 + 5(4m - 1)$;
 г) $7(b - 1) - 8b$; д) $-4(c - 3) + 3c$; е) $6 - 5(-y - 2)$;
 ж) $-7n - 3(-n + 5)$; з) $-3(-3d - 1) - 3$; и) $-7(a + 1) + 7a$.

10.6. Выполните необходимые тождественные преобразования и приведите результат к многочлену стандартного вида:

- а) $3(y + 1) + 4(y - 1)$; б) $3(b - 2) + 2(7b + 1)$;
 в) $2(8a - 5) - 3(a + 5)$; г) $3(7d - 1) - 5(-3d - 5)$;
 д) $-7(m + 1) + 3(3m - 2)$; е) $-3(7x - 2) + (x + 1) \cdot 2$;
 ж) $-5(c - 7) - 2(-3c + 1)$; з) $-3(n + 1) - (-4n - 1) \cdot (-5)$;
 и) $-4(d - 1) - (-5d + 2) \cdot (-2)$; к) $(-2a - 1) \cdot 3 - (-a - 2) \cdot (-4)$.

10.7. Упростите выражение и вычислите его значение:

- а) $2(0,3a - 1) - 0,4(3a - 5)$ при $a = -2$;
 б) $3(0,9a - 1,5) - 0,5(3a - 9)$ при $a = -3$.

10.8. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

- а) $7 - 3(a + 1) + 2(5a - 3)$; б) $-4(b - 1) - 2(b - 2) + 6b$;
 в) $5(c - 1) - 2(2c + 3) - 6$; г) $-6(d - 1) - 9d + 5(d + 7)$.

10.9. Докажите, что значение выражения $0,6y - 0,9(y - 4) - 3(-0,1y + 5)$ не зависит от y .

10.10. Решите уравнение:

- а) $3(x - 5) - 4(x - 1) = 6$; б) $6(x + 3) - 8(x - 2) = 7$;
 в) $8(x - 2) - 5(x + 6) = 10$; г) $3(x - 2) - 7(x + 1) = 13$.

10.11. Упростите выражение:

- а) $3x\left(2x^2 + xy^2 - \frac{2}{3}y^3\right) - 2x(3x^2 - xy^2 - y^3)$ и найдите его значение при $x = -\frac{7}{19}$, $y = 2\frac{5}{7}$;
 б) $12y(2x^2 - xy + 0,5y) - 4y(6x^2 + xy + 1,5y)$ и найдите его значение при $x = -0,1$, $y = -0,05$.

10.12. Выполните тождественные преобразования в левой части уравнения и решите уравнение:

- а) $3x(x + 2) - x(3x + 3) = 1$; б) $x(2x - 1) - 2x(x - 2) = 3$.

10.13. Выполните деление многочлена на одночлен:

- а) $(3x^6 - 2x^2) : x$; б) $(4c^5 - 5c^2) : (-5c^2)$;
 в) $(2a^3b^4 - a^4b^3) : (a^3b^3)$; г) $(7m^3n^2 - 2m^2n^2) : (-mn)$.

10.14. Разделите многочлен на одночлен:

- а) $(a^2 + ab + ac + ad) : a$; б) $(a^2 - ab - ac - ad) : a$;
 в) $(a^2 + ab + ac + ad) : (-a)$; г) $(a^2 - ab - ac - ad) : (-a)$.

10.15. Найдите значение выражения:

- а) $(18a^4 + 27a^3) : (9a^2) - 10a^3 : (5a)$ при $a = -4$;
 б) $(3x^5 + 4x^3) : x^2 - 15x^4 : (5x)$ при $x = -5$.

10.16. Выполните действия и приведите результат к многочлену стандартного вида:

- а) $(3x^2 - x) : x - (5x - 2)$;
 б) $(3a^3 - 4a^2) : a^2 - (5a^3 + a) : a$;
 в) $(9m^6 - 6m^3) : (3m^3) + (-3m^3 + 2m^2)$;
 г) $(-6b^4 - 15b^2) : (-3b) + (-b^5 + b^3) : b^2$.

10.17. Выполните деление:

- а) $(35m^5n^4 - 10m^6n^5 + 5m^3n^4) : (5m^3n^4)$;
 б) $(18a^4b^3 - 24a^5b^4 + 6a^2b^3) : (6a^2b^3)$.

10.18. Упростите выражение

$(3x^3 + 4x^2y) : x^2 - (0,2y + 15xy^2) : (0,2y)$
 и найдите его значение при $x = 2$, $y = -5$.

10.19. Преобразуйте произведение в многочлен стандартного вида:

- а) $-3x^5y^2(5x^3y^5 + 2x^4y^3 - 3x^2y^3 - x^2 + 6y)$;
 б) $0,3x^4y^3(2x^3y^3 - 3x^2y + 5xy^2 - 7x + 2y)$;
 в) $-4x^2y^3(2x^3y - 5x^2y^3 + 3x^2 - 2y)$;
 г) $2x^3y(3x^2y^3 - 7xy^2 - 4xy + x - 3y)$.

10.20. При каком значении x выражение:

- а) $2x(6x^2 + 3x + 7)$ больше значения выражения $3(4x^3 + 2x^2 + 3x)$ на 5;
 б) $3x^2(2x^2 - 4x + 8)$ меньше значения выражения $6(x^3 - 2x^2 + 5x)$ на 6?

10.21. При каких значениях a и b многочлен

$2x^3y + 4xy^2 - 8xy - 6x + 3 - a(2xy^2 - 2xy - 3x + 3) + b(x^3y - 2xy + 7)$
 имеет степень 1?

10.22*. Многочлен с переменными x и y записан в стандартном виде и представляет собой сумму семи одночленов, каждый из которых имеет степень 7. Этот многочлен представлен в виде произведения одночлена и некоторого нового многочлена. Укажите степень этого одночлена.

10.23*. Многочлен с переменными x , y , z записан в стандартном виде и представляет собой сумму четырех одночленов степени 4 и трех одночленов степени 3. Приведите пример, когда данный многочлен можно представить в виде произведения одночлена и некоторого нового многочлена.

§ 11. Умножение многочленов

11.1. Выполните умножение многочленов:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| а) $(b + 1)(b + 4)$; | б) $(a - 3)(a - 2)$; | в) $(a - 2)(a + 6)$; |
| г) $(b + 7)(b - 1)$; | д) $(5 + a)(3 + a)$; | е) $(1 - m)(4 - m)$; |
| ж) $(5 - n)(2 + n)$; | з) $(3 + c)(5 - c)$; | и) $(d - 5)(d + 3)$; |
| к) $(c + 1)(c - 8)$; | л) $(3 - m)(m + 1)$; | м) $(x + 1)(8 - x)$. |

11.2. Представьте в виде трехчлена выражение:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| а) $(2a - 1)(a - 3)$; | б) $(3b - 2)(4b + 5)$; |
| в) $(3 - 6x)(x - 1)$; | г) $(2c + 3)(4 - 3c)$; |
| д) $(-9m + 5)(m - 1)$; | е) $(-5n - 2)(1 - 4n)$; |
| ж) $(-7b - 2)(2b - 3)$; | з) $(6a - 5)(-2a - 3)$. |

11.3. Представьте в виде многочлена стандартного вида выражение:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| а) $(4m + n)(m + 4n)$; | б) $(5a + 2b)(3a - 2b)$; |
| в) $(3x - y)(x + 3y)$; | г) $(2a - 7b)(3a - 2b)$; |
| д) $(3m + n)(-2m - n)$; | е) $(-a + 5b)(3a - b)$; |
| ж) $(-7x + 2y)(-x + y)$; | з) $(-4b - 5c)(-2b - c)$. |

11.4. Выполните умножение:

- а) $-(a + 2)(a - 3)$; б) $-(5b - 3)(b + 1)$;
в) $-(x - 5)(x + 5)$; г) $-(3a - 1)(-a - 1)$;
д) $-(x - 1)(x - 4)$; е) $-(a - 7)(1 - 3a)$;
ж) $-(b + 4)(-2b - 1)$; з) $-(-c - 3)(2c - 5)$.

11.5. Представьте в виде трехчлена выражение:

- а) $3(a - 3)(a + 2)$; б) $2(x + 1)(x - 5)$;
в) $5(9 - a)(a + 4)$; г) $7(3y + 4)(y - 1)$;
д) $-2(7m + 3)(1 - 2m)$; е) $-4(3n - 2)(1 - 4n)$;
ж) $-3(-5b + 2)(b - 3)$; з) $-5(3y - 1)(-y - 2)$.

11.6. Представьте в виде многочлена стандартного вида выражение:

- а) $(a^2 - 2a + 5)(a - 1)$; б) $(3b - 2)(b^2 - 5b + 3)$;
в) $(2 - 3c)(-c^2 - 4c + 7)$; г) $(3x^2 - x - 1)(5 + 2x)$;
д) $(b - 1)(b^2 - b - 6)$; е) $(y^2 - y + 1)(y - 1)$.

11.7. Выполните необходимые тождественные преобразования и упростите выражение:

- а) $(c - 6)(c + 8) - 3c$; б) $(5a - 3)(2 - 3a) + 15a^2$;
в) $(4x - 3y)(x - 5y) + 23xy$; г) $(5m + 2n)(3m - 7n) + 14n^2$;
д) $7xy + (3x - y)(x - 2y)$; е) $2a^2 - (a - b)(2a + b)$.

11.8. Представьте в виде трехчлена выражение:

- а) $(3a^2 - 4)(1 - a^2) + 8$; б) $(1 - x^2)(4x^2 + 5) - 12$.

11.9. Представьте в виде многочлена выражение:

- а) $(2a - 1)(3a + 1) - 6a(a - 3)$;
б) $(4b + 3)(8b - 3) - 16b(2b - 1)$;
в) $(m - n)(m + 3n) + n(m + 5n)$;
г) $(x - y)(x + 2y) - 3x(-x + 5y)$.

11.10. Упростите выражение, приведя его к многочлену стандартного вида:

а) $(7b - 1)(7b + 1) + (b - 5)(6b + 1)$;

б) $(3a - 4)(2a - 3) - (5a - 2)(a - 1)$;

в) $(m - n)(m + 7) - (m + n)(m - 7)$;

г) $(x + y)(x - 7y) + (x + y)(-x + 3y)$.

11.11. Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:

а) $(a + 5)(a - 4) - (a - 7)(a + 8)$;

б) $(b + 6)(2 - b) - (5 - b)(b + 9)$.

11.12. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $-(a - 2)(7 - 2a) - 2a^2$ при $a = -3$;

б) $13b - (5b - 1)(2 - 3b)$ при $b = 1,5$;

в) $(2x - 1)(2x - 3) - (x - 1)(4x + 5)$ при $x = \frac{1}{2}$.

11.13. Решите уравнение:

а) $(7x + 2)(2x - 1) - 14x^2 = 9$;

б) $(x - 1)(x + 2) - (x + 4)(x - 5) = 12$.

11.14. Найдите, при каком значении переменной x значение выражения $(4x - 1)(2 - 3x)$ на 2 больше значения выражения $2x(5 - 6x)$.

11.15. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $(2a + 3x)(5a - x^2) - (a + x^2)(10a - 3x)$ при $a = \frac{1}{6}$ и $x = -0,5$;

б) $(4a - 2b)(3a + b^2) - (6a - b^2)(2a + 2b)$ при $a = -\frac{1}{3}$ и $b = 0,5$.

11.16. Выполните умножение двучленов:

а) $(a - 1)(a - 2)(a - 3)$;

б) $(2a - 1)(2a + 1)(4a^2 + 1)$.

11.17*. Упростите выражение, приведя его к многочлену стандартного вида:

а) $(a + 5b)(a - b + 3) - (a - b)(a + 5b - 3)$;

б) $(x + 3y)(x + y + 2) - (x + y)(x + 3y + 2)$.

11.18*. Докажите, что значение выражения $(c - 1)(c^2 + c + 1) - (c + 1)(c^2 - c + 1)$ не зависит от значения переменной.

11.19*. Упростите выражение:

а) $(6x + 3)(2y - 3x + 1) + (2x - y)(9x - 1,5y - 2)$;

б) $(12x - 3y)(8y - 2x - 6) + (4x - y)(6x - 24y + 18)$.

11.20*. Если длину прямоугольника уменьшить на 4 см, а ширину его увеличить на 7 см, то получится квадрат, площадь которого будет на 58 см^2 больше площади прямоугольника. Определите длину стороны квадрата.

11.21*. Клумба прямоугольной формы окружена дорожкой, ширина которой 1 м. Площадь дорожки равна 26 м^2 . Найдите ширину клумбы, зная, что ее длина на 5 м больше.

11.22*. Докажите, что при любом натуральном значении переменной значение выражения:

а) $(n + 5)(n - 6) - (n - 2)(n + 15)$ кратно 14;

б) $(n - 1)(n + 12) - (n - 3)(n + 4)$ кратно 10.

11.23*. Упростите выражение

$(x^4 + y^4)(x^4 + y^4 - 2xy) - (x^4 + y^4 - 6xy)(x^4 + y^4 + 4xy)$, выбрав рациональный способ преобразований.

11.24*. Упростите выражение:

а) $(a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4) - (a - 1)(a - 2)(a + 6)(a + 7)$;

б) $(b - 2)(b - 3)(b - 4)(b - 5) - (b + 1)(b + 2)(b - 8)(b - 9)$.

§ 12. Формулы сокращенного умножения

12.1. Запишите выражение: а) квадрат суммы чисел a и b ; б) сумма квадратов чисел a и b ; в) разность квадратов чисел a и b ; г) удвоенное произведение чисел a и b .

12.2. Верно ли равенство:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| а) $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$; | б) $(x - y)^2 = x^2 - y^2 + 2xy$; |
| в) $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$; | г) $(x + y)^2 = y^2 + 2xy + x^2$; |
| д) $(x - y)(y + x) = x^2 - y^2$; | е) $(m + n)(n - m) = m^2 - n^2$? |

12.3. Примените формулу квадрата суммы и представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| а) $(a + 5)^2$; | б) $(b + 3)^2$; | в) $(c + 4)^2$; | г) $(d + 1)^2$; |
| д) $(m + 2)^2$; | е) $(7 + n)^2$; | ж) $(9 + x)^2$; | з) $(10 + y)^2$. |

12.4. Примените формулу квадрата разности и представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

- | | | | |
|------------------|------------------|-------------------|------------------|
| а) $(a - 3)^2$; | б) $(b - 2)^2$; | в) $(c - 1)^2$; | г) $(d - 4)^2$; |
| д) $(5 - m)^2$; | е) $(6 - n)^2$; | ж) $(10 - x)^2$; | з) $(9 - y)^2$. |

12.5. Представьте в виде многочлена произведение суммы и разности двух выражений:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| а) $(x + y)(x - y)$; | б) $(b - c)(b + c)$; | в) $(a + 5)(a - 5)$; |
| г) $(d - 2)(d + 2)$; | д) $(a - b)(b + a)$; | е) $(c + d)(d - c)$; |
| ж) $(x - 3)(3 + x)$; | з) $(y + 7)(7 - y)$; | и) $(1 + n)(n - 1)$. |

12.6. Замените $*$ одночленами так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| а) $(* + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; | б) $(* - c)^2 = b^2 - 2bc + c^2$; |
| в) $(d + *)^2 = * + 6d + 9$; | г) $(m - *)^2 = * - 10m + 25$; |
| д) $(c + *)^2 = *^2 + * + 1$; | е) $(a - *)^2 = *^2 - * + 4$. |

12.7. Выполните возведение в квадрат, используя формулы квадрата суммы и квадрата разности двух выражений:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } (3a + 1)^2; & \text{б) } (2b - 1)^2; & \text{в) } (3c + 2)^2; \\ \text{г) } (2m - 5)^2; & \text{д) } (1 + 9d)^2; & \text{е) } (1 - 5p)^2; \\ \text{ж) } (3 + 5x)^2; & \text{з) } (10 - 3y)^2; & \text{и) } (4d - 9)^2. \end{array}$$

12.8. Представьте квадрат двучлена в виде трехчлена:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } (2a + 5b)^2; & \text{б) } (3c - 2d)^2; & \text{в) } (7m + 3n)^2; \\ \text{г) } (5x - 6y)^2; & \text{д) } (4p + 3k)^2; & \text{е) } (8a - 3b)^2; \\ \text{ж) } (10b + 7c)^2; & \text{з) } (4c - 9d)^2; & \text{и) } (8k + 5m)^2. \end{array}$$

12.9. Представьте в виде многочлена стандартного вида:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (3a + 1)(3a - 1); & \text{б) } (2a - b)(2a + b); \\ \text{в) } (4x + y)(4x - y); & \text{г) } (m - 7n)(7n + m); \\ \text{д) } (5a + b)(b - 5a); & \text{е) } (1 - 4d)(4d + 1); \\ \text{ж) } (5m + 4n)(4n - 5m); & \text{з) } (2x - 9y)(9y + 2x). \end{array}$$

12.10. Выполните возведение в квадрат, используя формулы сокращенного умножения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \left(3a + \frac{1}{3}b\right)^2; & \text{б) } \left(2b - \frac{1}{2}c\right)^2; & \text{в) } \left(6m + \frac{1}{6}n\right)^2; \\ \text{г) } \left(7x - \frac{1}{7}y\right)^2; & \text{д) } \left(\frac{2}{5}a + 2,5b\right)^2; & \text{е) } \left(1,4m - \frac{5}{7}n\right)^2. \end{array}$$

12.11. Преобразуйте в многочлен стандартного вида произведение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (a - 0,7)(a + 0,7); & \text{б) } (b + 0,3)(b - 0,3); \\ \text{в) } (c - 0,1)(0,1 + c); & \text{г) } (0,4d + 1)(1 - 0,4d); \\ \text{д) } \left(\frac{1}{7}x - y\right)\left(\frac{1}{7}x + y\right); & \text{е) } \left(\frac{3}{4}m + n\right)\left(n - \frac{3}{4}m\right). \end{array}$$

12.12. Представьте выражение в виде трехчлена:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } (-a + 2b)^2; & \text{б) } (-x - 3y)^2; & \text{в) } (-7m + n)^2; \\ \text{г) } (-4c - d)^2; & \text{д) } (-5x + 4y)^2; & \text{е) } (-3b - 5c)^2; \\ \text{ж) } (-7c + 3d)^2; & \text{з) } (-8m - 3n)^2; & \text{и) } (-2k + 3p)^2. \end{array}$$

12.13. Выберите выражения, тождественно равные выражению $(-3a + b)^2$:

- а) $(-3a - b)^2$; б) $(3a - b)^2$; в) $(3a + b)^2$;
 г) $(b - 3a)^2$; д) $(-b + 3a)^2$; е) $(-b - 3a)^2$.

12.14. Представьте в виде трехчлена квадрат двучлена:

- а) $(a + b^2)^2$; б) $(c^2 - d^2)^2$; в) $(-m + n^2)^2$; г) $(-x^2 - y)^2$.

12.15. Выполните умножение, используя формулу разности квадратов двух выражений:

- а) $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$; б) $(a^2 - b)(a^2 + b)$;
 в) $(b^2 - 4)(4 + b^2)$; г) $(y^5 + 7)(7 - y^5)$;
 д) $(mn - 1)(1 + mn)$; е) $(x^2y + 5)(5 - x^2y)$.

12.16. Примените формулы квадрата суммы или квадрата разности и представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

- а) $(a^3 + 3b^2)^2$; б) $(-3m - 2n^5)^2$; в) $(2x^4 + 3y)^2$;
 г) $(-0,2a - 5b^3)^2$; д) $(-a^7 - 2)^2$; е) $(-9b^2 + c^9)^2$;
 ж) $(4m^9 - \frac{1}{2}n^7)^2$; з) $(-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}y^5)^2$; и) $(-0,2a^6 + 5b^3)^2$.

12.17. Замените * одночленами так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- а) $(3b + *)(3b - *) = 9b^2 - 16$;
 б) $(* - 2m)(* + 2m) = 25p^2 - *$;
 в) $(* - 10x^2)(10x^2 + *) = 1 - *$.

12.18. Выполните возведение в квадрат:

- а) $(ab - 4)^2$; б) $(-\frac{1}{2}m^2n + p)^2$; в) $(-0,1xy^3 + y^2)^2$;
 г) $(a^2b - \frac{1}{4}b^2c^3)^2$; д) $(abc + 5d^2)^2$; е) $(-\frac{2}{3}a^2b - 3c^5)^2$.

12.19. Выполните умножение двучленов:

- а) $(-x + y)(x + y)$; б) $(x + y)(-y + x)$;
в) $(x - y)(-x - y)$; г) $(-x - y)(y - x)$.

12.20. Упростите выражение:

- а) $3(2a + 5)^2$; б) $-(-b + 3c)^2$;
в) $-12\left(\frac{1}{6}x - y\right)^2$; г) $\frac{1}{4}(-2m - n)^2$;
д) $\left(-\frac{y}{3} - 0,5x\right)\left(0,5x - \frac{y}{3}\right)$; е) $56\left(-\frac{a}{7} - 0,4b\right)\left(0,4b - \frac{a}{7}\right)$.

12.21. Представьте в виде одночлена выражение:

- а) $b^2 + 1 - (b + 1)^2$; б) $c^2 + 4 - (c - 2)^2$.

12.22. Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

- а) $(a + 8b)(a - 8b) - a^2$; б) $n^2 + (n + 6m)(6m - n)$;
в) $(3x - 2y)(2y + 3x) - 9x^2$; г) $49c^2 - (2b + 7c)(7c - 2b)$.

12.23. Представьте в виде двучлена выражение:

- а) $(3a - 5b)^2 + 30ab$; б) $(2a + 7b)^2 - 28ab$.

12.24. Представьте выражение в виде многочлена стандартного вида:

- а) $-2(a - 5)^2 - 10a$;
б) $12b^2 - 6(b^2 + 1)$;
в) $(m - 1)(m - 7) - (m - 4)^2$;
г) $(3 - 2c)(c + 1) + 2(c - 7)^2$;
д) $(3a + b)(2a - 5b) - 6(a - b)^2$;
е) $(2m - 3n)(5m + n) - 10(m + n)^2$.

12.25. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

- а) $(9x^2 + 16y^4)(16y^4 - 9x^2)$; б) $(4y^2 - 25x^2)(25x^2 + 4y^2)$.

12.26. Примените формулы квадрата суммы или квадрата разности и решите уравнение:

а) $(x - 2)^2 - x(x + 1,5) = 6$; б) $(4 - x)^2 + x(3 - x) = 12$;
 в) $(-3 - x)^2 - x(7 + x) = 5$; г) $x(9 - x) + (-5 + x)^2 = 18$.

12.27. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $(2x + 7)^2 - (7x + 2)^2$; б) $(3x + 5y)^2 - (3x - 5y)^2$;
 в) $4(2x - 6)^2 - (4x - 12)^2$; г) $9(4x - 3y)^2 - 16(3x - 2y)^2$.

12.28. Решите уравнение:

а) $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = -12$; б) $(6 - x)^2 + (x - 4) - x(x + 2) = 9$.

12.29. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

а) $a^2 + 8a + 16$; б) $d^2 - 10d + 25$;
 в) $9c^2 + 6c + 1$; г) $4b^2 - 4b + 1$;
 д) $x^2 + 12x + 36$; е) $m^2 - 2m + 1$;
 ж) $16n^2 + 40n + 25$; з) $4y^2 - 12y + 9$.

12.30. Представьте в виде произведения разность квадратов выражений:

а) $x^2 - y^2$; б) $b^2 - c^2$; в) $a^2 - 4$; г) $c^2 - 1$;
 д) $49 - d^2$; е) $16 - y^2$; ж) $1 - n^2$; з) $k^2 - 25$.

12.31. Определите, какие из данных трехчленов невозможно представить в виде квадрата двучлена:

а) $25a^2 - 10ab + b^2$; б) $a^2 + 10ab + 25b^2$;
 в) $25a^2 - 5ab + b^2$; г) $25c^2 - 10ab + a^2$.

12.32. Представьте в виде произведения выражение:

а) $4a^2 - 9$; б) $49b^2 - 1$; в) $25c^2 - 9b^2$;
 г) $81b^2 - d^2$; д) $9m^2 - 100d^2$; е) $36x^2 - y^2$;
 ж) $1 - 16m^2$; з) $k^2 - 64m^2$; и) $121 - 9a^2$.

12.33. Представьте в виде произведения разность квадратов двух выражений, используя алгоритм:

а) $25n^4 - 1$; б) $16 - k^{10}p^2$.

12.34. Замените $*$ одночленами так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

а) $*^2 + * + 1 = (4m + 1)^2$;
 б) $a^2 - 4ab + 4b^2 = (* - 2b)^2$;
 в) $* + 12xy + y^2 = (* + *)^2$.

12.35. Представьте многочлен в виде произведения:

а) $\frac{1}{9}a^2 - 36b^2$; б) $0,25b^2 - \frac{1}{9}c^4$; в) $36c^4 - \frac{4}{81}d^2$;
 г) $0,16m^2n^2 - 1$; д) $\frac{25}{49}x^6 - 9y^2$; е) $0,01a^8 - \frac{1}{36}b^4$;
 ж) $1 - \frac{9}{25}a^{12}$; з) $0,09k^8 - \frac{16}{81}m^{14}$; и) $49a^{10} - 0,64b^{12}$.

12.36. Примените формулу разности квадратов и найдите значение выражения:

а) $1005 \cdot 995$; б) $6,01 \cdot 5,99$;
 в) $0,94 \cdot 1,06$; г) $10\frac{1}{7} \cdot 9\frac{6}{7}$.

12.37. Найдите значение выражения:

а) $\frac{38^2 - 17^2}{72^2 - 16^2}$; б) $\frac{39,5^2 - 3,5^2}{57,5^2 - 14,5^2}$.

12.38. Вычислите: $\frac{4,2 \cdot 7,3^2 - 4,2 \cdot 2,7^2}{2,3 \cdot 6,4^2 - 2,3 \cdot 3,6^2}$.

12.39. Выделите квадрат двучлена в выражении:

а) $a^2 - 6a + 11$; б) $a^2 + 8a + 20$;
 в) $a^2 - 2a - 7$; г) $a^2 + 10a - 1$.

12.40. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $(x + y)(x^2 + y^2)(y - x)$; б) $(2x^3 - y^3)(y^6 + 4x^6)(y^3 + 2x^3)$.

12.41*. Докажите, что выражение $c^2 - 2c + 12$ может принимать только положительные значения.

12.42*. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $(a + b + c)^2$; б) $(a + b - c)^2$; в) $(a - 2b + c)^2$;
 г) $(3a - 2b - c)^2$; д) $(a + b)^4$; е) $(a - b)^4$.

12.43*. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $(2x - 5y + 4t + 3n)(5y + 2x - 4t + 3n)$;
 б) $(x + 3y - 2x^2 - 5y^3)(x - 3y + 2x^2 - 5y^3)$.

12.44*. Преобразуйте выражение в многочлен стандартного вида:

а) $\left((2x - 5)^2 + (3x + 4)^2\right)^2$; б) $\left((7x + 2y)^2 + (5x - 6y)^2\right)^2$;
 в) $\left((6 - 8x)^2 - (9x - 4)^2\right)^2$; г) $\left((3x + 7y)^2 - (4x - 5y)^2\right)^2$.

12.45*. Найдите значение выражения:

а) $81x^2 + 4y^2 + 9x - 2y - 36xy + 5$, если $4,5x - y = 1,5$;
 б) $49a^2 + 4b^2 + 7a + 2b + 28ab - 12$, если $3,5a + b = 2,5$.

12.46*. Представьте в виде многочлена стандартного вида произведение:

а) $(3a - b)^2(3a + b)^2$; б) $(2a - b)^2(2a + b)^2$;
 в) $(x - 1)^2(x + 1)^2(x^2 + 1)^2$; г) $(2 - y)^2(y + 2)^2(-y^2 - 4)^2$.

12.47*. Найдите значение выражения:

а) $(x - b + 1)^2 + 2(b - x - 1)(x + b + 1) + (x + b + 1)^2$ при $b = 0,4$ и $x = -4,019$.
 б) $(y - c + 3)^2 + 2(c - y - 3)(y + c + 3) + (y + c + 3)^2$ при $c = 0,2$ и $y = -8,029$.

12.48*. Докажите, что выражение является квадратом трехчлена:

а) $(x + a)(x + 2a)(x + 3a)(x + 4a) + a^4$;

б) $(x - b)(x - 2b)(x - 3b)(x - 4b) + b^4$.

12.49*. Найдите значение выражения, применив формулы сокращенного умножения:

а) $5^{36} \cdot 27^{12} - (15^{18} - 7)(15^{18} + 7)$;

б) $7^{24} - (7^3 - 2)(7^3 + 2)(7^6 + 4)(7^{12} + 16)$.

12.50*. а) Докажите, что если к произведению двух последовательных целых чисел прибавить большее из них, то получится квадрат большего числа.

б) Докажите, что если к произведению трех последовательных натуральных чисел прибавить среднее из них, то полученная сумма будет равна кубу среднего числа.

12.51*. Найдите значение выражения $a^2 + \frac{1}{c^2}$, если $a - \frac{1}{c} = 2$, $\frac{a}{c} = 3$.

§ 13. Разложение многочлена на множители

13.1. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $5x + 5y$;

б) $4a - 4b$;

в) $3m + 6n$;

г) $15c - 5d$;

д) $14a + 10b$;

е) $30b - 24c$.

13.2. Представьте в виде произведения многочлен:

а) $ad + bd$;

б) $xt - yt$;

в) $5b + bc$;

г) $9x - xy$;

д) $mn + 2n$;

е) $ab - 3b$.

13.3. Разложите многочлен на множители:

а) $3a + 3$;

б) $ab - b$;

в) $10c + 5$;

г) $m - mn$;

д) $4xy + y$;

е) $c - 5cd$.

13.4. Вынесите общий множитель за скобки:

- | | | |
|---------------------|-----------------------|----------------------------|
| а) $a + a^3$; | б) $b^5 - b^4$; | в) $4m^3 - 8m^2$; |
| г) $a^2 - 5ab$; | д) $xy + y^2$; | е) $4n^2 - 12n$; |
| ж) $x^3y + xy^3$; | з) $b^2c^2 - 7bc$; | и) $3m^2n - 7m^2k$; |
| к) $2x^2 + 2x^3y$; | л) $6c^2d - 12cd^2$; | м) $24m^4n^3 + 18m^3n^2$. |

13.5. Вынесите за скобки множитель $-5a$:

- | | |
|---------------------|--------------------|
| а) $-5a^2 + 5ab$; | б) $-5ab + 10ac$; |
| в) $-5a - 35a^2b$; | г) $5a - 15ac$. |

13.6. Разложите многочлен на множители:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| а) $7a^4 - 3a^2 + 2a$; | б) $3a^3 - 12a^2 + 15a$; |
| в) $ab^2 - ab + b^2$; | г) $ab^2 + 7a^2b - ab$. |

13.7. Замените $*$ одночленами так, чтобы полученное равенство стало тождеством:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| а) $x^3y^4 - * = xy^4(* - 7y)$; | б) $* + 15ab^5 = 3ab^4(1 + *)$. |
|----------------------------------|----------------------------------|

13.8. Разложите на множители двучлен:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| а) $4x^5y^2 - x^3$; | б) $18x^3 - 32xy^2$; |
| в) $9xy^7 - 16x^3y$; | г) $12xy^2 - 21x^3y^2$. |

13.9. Представьте выражение в виде произведения:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| а) $(a - b)c + (a - b)d$; | б) $a(m + n) - 7(m + n)$; |
| в) $c(x - 3y) + 5b(x - 3y)$; | г) $(c - b) + a(c - b)$; |
| д) $5x(y + z) - (y + z)$; | е) $7b(c - d) - (c - d)$. |

13.10. Разложите многочлен на множители, используя вынесение общего множителя за скобки:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| а) $c(a - b) - 5(b - a)$; | б) $5a(b - c) + 2(c - b)$; |
| в) $d(m - 5n) - 3c(5n - m)$; | г) $(x - y) + z(y - x)$; |
| д) $4p(3n - m) - (m - 3n)$; | е) $6a(2b - 3d) - (3d - 2b)$. |

13.11. Разложите многочлен на множители:

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| а) $(a - b)^2 - (a - b)$; | б) $(3x - 2y) + (3x - 2y)^2$; |
|----------------------------|--------------------------------|

- в) $(c - d)^3 + 2(c - d)^2$; г) $3(m - n)^2 + 5(n - m)$;
 д) $(a - 7b)^3 - (7b - a)^2$; е) $(b - c)^4 + d(c - b)^3$.

13.12. Представьте выражение в виде произведения:

- а) $x(a + b) + (7a + 7b)$; б) $(5x - 5y) + (xz - yz)$;
 в) $(mk + nk) - (m + n)$; г) $(am + bm) - (an + bn)$;
 д) $(ab - ac) + (3b - 3c)$; е) $(8xy - 4y) - (1 - 2x)$.

13.13. Разложите выражение на множители, используя вынесение общего множителя за скобки:

- а) $7a + 7b + d(a + b)$; б) $5(x + y) + xz + yz$;
 в) $dx + dy + 2(x + y)$; г) $c(a - b) + 8a - 8b$;
 д) $3m - 3n + k(n - m)$; е) $ab - bc + d(c - a)$.

13.14. Представьте выражение в виде произведения многочленов:

- а) $z(x + y) + x + y$; б) $3b(c + d) - c - d$;
 в) $3c(a - b) + a - b$; г) $p(a - b) - b + a$;
 д) $5a(m - n) - m + n$; е) $9x(b - d) - b + d$.

13.15. Разложите многочлен на множители, используя способ группировки:

- а) $ad - bd + 7a - 7b$; б) $am - an - 5m + 5n$;
 в) $ab + ac + 8b + 8c$; г) $2x - 2y + zx - zy$;
 д) $ab - a + b - 1$; е) $xy - xz - y + z$;
 ж) $bc - c - 6b + 6$; з) $3a - 3c - 7ab + 7bc$.

13.16. Представьте многочлен в виде произведения:

- а) $xy + yz + x^2 + xz$; б) $ab - b^2 + ad - bd$;
 в) $m^2 + bm + mn + bn$; г) $5x^3 + 20x^2 - x - 4$;
 д) $a^2 - ab - 5a + 5b$; е) $3c^5 + c^3 - 15c^2 - 5$;
 ж) $7c^2 - 7cd - 3c + 3d$; з) $5b^6 - b^5 - 5b + 1$;
 и) $x^3 - 3x^2 + x - 3$; к) $8b^2 - b - 8bc + c$;
 л) $a^2 - 5ab - 2a + 10b$; м) $2mn - 7m + 7n - 2n^2$.

13.17. Разложите многочлен на множители, используя формулу разности квадратов:

а) $a^2 - 25$;

б) $9x^2 - 1$;

в) $49m^2 - n^2$;

г) $9b^2 - 16c^2$;

д) $\frac{1}{4}a^2 - b^2$;

е) $\frac{1}{9} - 0,04d^2$;

ж) $0,01k^2 - 4p^2$;

з) $100c^2 - \frac{4}{25}b^2$;

и) $0,16x^2 - \frac{9}{16}y^2$.

13.18. Представьте разность в виде произведения:

а) $a^4 - b^2$;

б) $b^{12} - c^8$;

в) $64 - d^8$;

г) $m^{18} - 49$;

д) $25n^2k^2 - 1$;

е) $81 - x^2y^6$;

ж) $0,36 - a^8b^2$;

з) $c^6d^{14} - \frac{1}{16}$;

и) $m^2n^4k^6 - 9$.

13.19. Разложите многочлен на множители, используя формулу разности квадратов:

а) $(a - 2)^2 - 9$;

б) $(b + 3)^2 - 1$;

в) $16 - (x - 3)^2$;

г) $9 - (y + 2)^2$;

д) $(5a - 3)^2 - 9a^2$;

е) $(3c + 5)^2 - 4c^2$;

ж) $36x^2 - (3x - 1)^2$;

з) $16y^2 - (2y + 7)^2$;

и) $9a^2 - (5a - 1)^2$.

13.20. Представьте выражение в виде произведения:

а) $(2a - 3b)^2 - (a + 2b)^2$;

б) $(x^2 - 1)^2 - (3x^2 + 2)^2$;

в) $81a^2 - 16(2a - 3b)^2$;

г) $(5m - 2n)^2 - 9(4m - n)^2$.

13.21. Используйте способ группировки для разложения на множители многочлена:

а) $3x^3y^2 - 4x^2y^3 - 27x + 36y$;

б) $5xy^2 - 3y^2 - 20x^3 + 12x^2$.

13.22. Разложите многочлен на множители, используя формулу квадрата суммы или квадрата разности:

а) $a^2 - 6a + 9$;

б) $4x^2 - 4x + 1$;

в) $9b^2 + 6b + 1$;

г) $64a^2 - 16a + 1$;

д) $b^2 + 10bc + 25c^2$;

е) $m^2 - 14mn + 49n^2$.

13.23. Представьте трехчлен в виде квадрата двучлена:

- а) $a^2 + 25 + 10a$; б) $b^2 + 9 - 6b$;
 в) $49 + c^2 + 14c$; г) $64 + d^2 - 16d$.

13.24. Разложите многочлен на множители:

- а) $25a^4 + 10a^2 + 1$; б) $b^6 - 12b^3 + 36$;
 в) $4m^8 + 4m^4 + 1$; г) $n^{10} - 4n^5 + 4$.

13.25. Представьте трехчлен $a^4 + 4b^6 - 4a^2b^3$ в виде квадрата двучлена.

13.26. Разложите многочлен на множители, используя комбинацию различных способов:

- а) $3a^2 - 3$; б) $2x^2 - 18$; в) $27c^2 - 75$;
 г) $12d^2 - 27$; д) $8a^2b^2 - 72a^2c^2$; е) $5m^2n^2 - 80m^2y^2$;
 ж) $25c^3 - c$; з) $a^4b - 36a^2b$; и) $m^3n - mn^3$.

13.27. Разложите на множители многочлен:

- а) $4a^2 - b^2 + 2a - b$; б) $a^2 - 9b^2 + a + 3b$;
 в) $a - b - 3a^2 + 3b^2$; г) $2x^2 - 2y^2 - x + y$.

13.28. Разложите многочлен на множители, используя комбинацию различных способов:

- а) $(a^2 - 4a + 4) - b^2$; б) $9m^2 - (m^2 - 10mn + 25n^2)$;
 в) $49m^2 - 14mn + n^2 - k^2$; г) $a^2 - b^2 - 2bc - c^2$;
 д) $m^2 - 4n^2 + m - 2n$; е) $a - b - 7a^2 + 7b^2$;
 ж) $m^2(4 - a) + 2m(a - 4) - (a - 4)$;
 з) $6x^2(x - 2y)^2 - 9x(2y - x)^3$;
 и) $4x^2(x - 4 + y) - 6x(4 - x - y)$;
 к) $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$.

13.29. Разложите на множители многочлен:

- а) $147x^2 - 210x + 75$; б) $16x^2y^3 + 56x^2y^2 + 49x^2y$;
 в) $216x^3 + 576x^2 + 384x$; г) $18x^3y^2 - 108x^2y^3 + 162xy^4$.

13.30*. Разложите многочлен на множители:

а) $4x^2 + 20x - 9y^2 + 12y + 21$; б) $49x^2 - 28x - 16y^2 + 24y - 5$.

13.31*. Представьте в виде произведения выражение:

а) $b^2(a+1) - a^2(b+1)$; б) $b^2(a-1) - a^2(b-1)$.

13.32*. Разложите на множители выражение:

а) $(3x - a)y^2 - 4(a - 3x)y - 4a + 12x$;

б) $(2a - 3b)x^2 - 6(3b - 2a)x + 18a - 27b$;

в) $(xy + y^2)(x^2 + 4x) - (x^2 + xy)(y^2 + 4y)$;

г) $(ab + b^2)(a^2 + 6a) - (a^2 + ab)(b^2 + 6b)$;

д) $2a^2 - 20ab + 50b^2 - 2$;

е) $3n^2 + 12m^2 + 12mn - 12$;

ж) $(5 - x)(5 + x) - a(a - 2x)$;

з) $(4 - y)(4 + y) - b(b - 2y)$;

и) $b^2c^2 - 4bc - b^2 - c^2 + 1$;

к) $a^2 + x^2 - a^2x^2 + 4ax - 1$.

13.33*. Представьте сумму в виде произведения:

а) $81n^4 + 4$;

б) $n^4 + 324$.

§ 14. Линейные уравнения с одной переменной.

Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений

14.1. Определите, какие из данных уравнений являются линейными:

а) $8x = -9$;

б) $3x^2 = 2$;

в) $-x = 5,7$;

г) $0,1x = 7$;

д) $\frac{x}{7} = 4$;

е) $4x^3 = 5$;

ж) $0x = 8$;

з) $5x = 0$;

и) $0x = 0$.

14.2. Верно ли, что число 7 является корнем уравнения:

а) $x - 1 = 7$;

б) $6 - x = -1$;

в) $3x - 5 = 16$;

г) $0,7x = 0,49$?

14.3. Решите линейное уравнение:

- а) $5x = 15$; б) $18x = 3$; в) $-x = 4$;
г) $-10x = 1$; д) $-2x = -\frac{1}{9}$; е) $0,5x = -3$;
ж) $\frac{2}{3}x = \frac{4}{9}$; з) $-0,6x = \frac{1}{3}$; и) $-8x = 0$;
к) $1,4x = -0,42$; л) $5,5x = 1\frac{5}{6}$; м) $\frac{x}{4} = 9$.

14.4. Определите число корней линейного уравнения:

- а) $8x = 3$; б) $0x = -7$; в) $2x = 0$; г) $0x = 0$;
д) $-15x = 0$; е) $-x = 9$; ж) $0x = \frac{1}{6}$; з) $x = 0$.

14.5. Верно ли, что уравнения равносильны:

- а) $x - 3 = 7$ и $\frac{x}{10} = 1$; б) $0x = 5$ и $x = 0$;
в) $15x = 5$ и $x + 4 = 7$; г) $0x = 0$ и $-x = 1$?

14.6. Решите уравнение:

- а) $15 + x = 28$; б) $x - 9 = 0$; в) $x - 23 = 15$;
г) $x - 17 = -2$; д) $x + 11 = -9$; е) $x - 17 = -31$;
ж) $x + 11 = 0$; з) $x - 16 = -16$; и) $15 - x = 16$.

14.7. Решите линейное уравнение:

- а) $7x = 42$; б) $10x = 47$; в) $4x = -7$;
г) $-2x = 19$; д) $-8x = -4$; е) $2x = \frac{3}{8}$;
ж) $9x = -\frac{1}{4}$; з) $-\frac{1}{3}x = 5$; и) $4x = -\frac{8}{9}$;
к) $\frac{5}{9}x = -15$; л) $-\frac{4}{7}x = \frac{1}{14}$; м) $-\frac{2}{9}x = 0$;
н) $-\frac{7}{13}x = -1$; о) $0,1x = -\frac{2}{3}$; п) $-\frac{4}{7}x = -0,8$.

14.8. Найдите корень уравнения:

- а) $5x - 15 = 0$; б) $13x + 39 = 0$; в) $10 - x = 0$;
г) $36 - 9x = 0$; д) $10x - 7 = 23$; е) $-5x + 23 = 48$;
ж) $15 - 2x = 29$; з) $-27 - 4x = 1$; и) $3 - 7x = -18$.

14.9. В двух вагонах метро едет 100 человек, причем в одном из вагонов на 12 человек больше, чем в другом. Сколько человек в каждом вагоне?

14.10. В классе 26 человек, причем мальчиков на 4 меньше, чем девочек. Сколько девочек в классе?

14.11. Найдите, при каком значении переменной значение выражения $23 - 10x$ равно: а) 53; б) -7; в) 0; г) -1.

14.12. Используйте алгоритм и решите уравнение:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------------|
| а) $8x + 13 = 7x$; | б) $9x = 2x + 14$; |
| в) $7x - 32 = 3x$; | г) $x + 9 = 13 - x$; |
| д) $x = 24 - 3x$; | е) $4x + 9 = 7x - 12$; |
| ж) $7 - 4x = x + 32$; | з) $8x - 13 = 17 - 7x$; |
| и) $0,3x = -30 + 0,2x$; | к) $3x + 1,7 = 8x - 1,8$; |
| л) $0,8x - 19 = 1,3x - 14$; | м) $-0,2x + 0,18 = 0,5x - 0,17$. |

14.13. На двух полках вместе помещается 48 книг. Сколько книг на каждой полке, если известно, что на одной из них книг в 3 раза больше, чем на другой?

14.14. В июне число заявок на покупку кондиционеров увеличилось в 2,5 раза по сравнению с маем. Сколько заявок на покупку кондиционеров было в мае, если всего за эти два месяца поступило 525 заявок?

14.15. Решите уравнение:

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| а) $5x + (6x - 3) = 30$; | б) $x - (5 - x) = 23$; |
| в) $(4 - 5x) - (7 + x) = -18$; | г) $-3x - (-19 - x) = 7$; |
| д) $4x - (9 + 5x) = 7 - x$; | е) $19x + (1 - 10x) = 1 + 9x$. |

14.16. Найдите, при каком значении переменной значение выражения:

- а) $7x - 1$ равно значению выражения $15 - x$;
- б) $5x - 3$ противоположно значению выражения $2x + 3$;
- в) $7x + 3$ на 5 больше значения выражения $1 - 3x$;
- г) $19 - 5x$ на 3 меньше значения выражения $4x + 9$.

14.17. Решите уравнение:

а) $7(x - 1) - 12 = 30$;

б) $3(x - 8) = 4x - 9$;

в) $10x - 2(4x - 1) = 19$;

г) $13 - x = 6(9 - x)$;

д) $12 - 3(x - 7) = 5x - 14$;

е) $5(3 - x) = -15x - 2(1 - 5x)$;

ж) $0,5(x - 3) - 0,3x - 6 = 0,2x - 25$;

з) $0,7x - 0,5(4x + 3) = -2(0,7x - 2)$;

и) $7(0,2x - 1) - 3(0,1x + 4) = 6(11 - 0,1x)$;

к) $0,4\left(1,5x - \frac{1}{4}\right) = 0,6x - 0,1$.

14.18. Карандашей, лежащих на столе, в 2 раза меньше, чем карандашей, находящихся в коробке, и на 2 меньше, чем стоящих в стакане. Сколько карандашей находится в коробке, если их общее количество равно 14?

14.19. В первой бочке было в два раза больше бензина, чем во второй. Когда из первой бочки отлили 30 л бензина, а во вторую добавили 50 л, то в обеих бочках стало бензина поровну. Сколько литров бензина было в каждой бочке первоначально?

14.20. Умножьте обе части уравнения на одно и то же число и решите уравнение:

а) $x - \frac{x}{8} = 5$;

б) $x + \frac{5x}{7} = 1$;

в) $\frac{4x - 1}{3} = x + 2$;

г) $\frac{1 - 7x}{4} = \frac{3x + 10}{3}$;

д) $\frac{9 - 7x}{5} = \frac{3 - 2x}{4}$;

е) $\frac{7x - 1}{12} = \frac{5 - x}{18}$.

14.21. Решите уравнение:

а) $\frac{x + 1}{5} + \frac{x - 1}{4} = 1$;

б) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{5x + 1}{6} = -2$;

в) $\frac{5x - 1}{4} - \frac{x - 2}{3} = 10 - x$;

г) $\frac{3x + 6}{2} - \frac{7x - 14}{3} = \frac{x + 1}{9}$;

д) $\frac{5x - 6}{4} - \frac{x + 11}{3} = \frac{7 + 4x}{2}$;

е) $\frac{3x - 1}{5} - \frac{5x + 1}{6} = \frac{x + 1}{8} - 3$;

ж) $\frac{x - 5}{2} - \frac{x - 6}{3} + \frac{x + 2}{4} = \frac{x - 7}{6}$;

з) $\frac{3x + 3}{4} - \frac{x + 2}{4} - 2 = \frac{8x - 3}{6}$.

14.22. Найдите, при каких значениях переменной значение дроби:

а) $\frac{3x - 5}{6}$ равно значению разности дробей $\frac{3 - x}{9}$ и $\frac{6x - 7}{15}$;

б) $\frac{2x + 5}{18}$ равно значению суммы дробей $\frac{7x - 3}{6}$ и $\frac{2 - 5x}{4}$.

14.23. Покраску стен производственного помещения бригада наметила закончить за 8 ч. Но, увеличив скорость покраски на 25 м^2 в час, бригада закончила работу за 6 ч. Какой объем работ выполнила бригада за это время?

14.24. Выполните необходимые тождественные преобразования и решите уравнение:

а) $(3 - x)(x + 5) = x(1 - x)$;

б) $(x - 1)(2x - 2) = (2x - 1)(x + 2)$;

в) $(x + 1)(4x - 3) = (2x - 5)(2x + 5) - 1$;

г) $(x + 7)(x - 2) = (x + 11)(x - 6) - 7$.

14.25. В двух библиотеках 184 000 книг, причем в одной из них на 30 % книг больше, чем в другой. Сколько книг в каждой библиотеке?

14.26. Сосна на 20 % выше ели. Если каждое дерево подрастет на 1 м, то сосна будет на 10 % выше ели. Найдите первоначальную высоту ели.

14.27. При выполнении контрольной работы по математике 8 % учеников класса не приступали к решению текстовой задачи, 24 % допустили ошибки при решении текстовой задачи, а остальные 17 человек верно решили текстовую задачу. Сколько учеников выполняли контрольную работу?

14.28. Рабочий изготовил за 3 дня 208 деталей. Причем в первый день он выполнил дневную норму, во второй — перевыполнил ее на 15 %, а в третий — изготовил на 10 деталей больше, чем во второй. Сколько деталей изготовил рабочий в первый день?

14.29. Два маляра, работая одновременно, покрасили стену площадью 200 м^2 за 10 ч. Известно, что за одно и то же время первый маляр красит площадь, на 50 % большую, чем второй. За какое время эту стену покрасил бы первый маляр, работая в одиночку?

14.30. Три маляра, работая одновременно, покрасили стену площадью 300 м^2 за 10 ч. Известно, что за одно и то же время первый маляр красит площадь, на 10 % меньшую, чем второй, а третий — на 10 % большую, чем второй маляр. За какое время эту стену покрасил бы второй маляр, работая в одиночку?

14.31. Примените формулы сокращенного умножения и решите уравнение:

а) $(x + 7)^2 = x(x + 7) - 1$; б) $16x^2 - (4x - 1)^2 = 5x - 1$;

в) $(x - 1)^2 - 7x = 15 + (x - 3)^2$; г) $(x - 4)^2 - (x - 8)^2 = 32$;

д) $(3x - 1)^2 - 9(1 + x)^2 = 2$;

е) $(2x - 3)(x - 1) - 2(x + 5)^2 = x - 3$;

ж) $(1 - 4x)(1 + 4x) = 4 - 4(2x - 1)^2$.

14.32. Пешеход проходит путь из пункта *A* в пункт *B* за 4 ч. Если бы он шел со скоростью на $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше, то затратил бы на этот же путь 3 ч. Найдите скорость пешехода.

14.33. Путь от поселка до станции пешеход прошел за 4 ч, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на $8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости пешехода. Найдите скорость велосипедиста и расстояние от поселка до станции.

14.34. Из пунктов *A* и *B*, протяженность шоссе между которыми равна 20 км, навстречу друг другу одновременно вышел пешеход и выехал велосипедист. Скорость велосипедиста в 4 раза больше скорости пешехода. Они встретились через 48 мин после начала движения. Сколько километров осталось идти пешеходу после встречи?

14.35. Из пункта A в пункт B , протяженность шоссе между которыми равна 15 км, со скоростью $6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ вышел пешеход. Спустя полчаса из пункта A в пункт B по той же дороге со скоростью $18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ выехал велосипедист. Сколько километров осталось идти пешеходу после того, как его догнал велосипедист?

14.36*. Чему должно быть равно число a для того, чтобы уравнения были равносильными:

а) $5(3x - 2)x - 3x(5x - 3) = -x$ и $ax + 5x = 0$;

б) $3x(3 - 2x) + 2x(3x - 4) = x + 5$ и $3x - ax = x + 5$?

14.37*. Решите уравнение $4 + mx = 5x + 1$ относительно переменной x .

14.38*. Решите уравнение $a^2x = a(x + 2) - 2$ относительно переменной x .

14.39*. Найдите, при каких значениях переменной не имеет смысла выражение:

а) $\frac{1}{|3x + 4| - 3}$;

б) $\frac{8}{|x + 5| + |x - 2| - 7}$.

§ 15. Числовые неравенства

15.1. Запишите в виде неравенства:

а) число -7 меньше числа -2 ;

б) сумма чисел $7,9$ и $3,2$ больше 11 ;

в) разность чисел 18 и 5 является положительным числом;

г) частное чисел -9 и 2 является отрицательным числом.

15.2. Запишите утверждение в виде неравенства:

а) среднесуточная температура воздуха t не ниже 8°C ;

б) скорость v , которую может развивать электросамокат данной модели, не превышает $25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;

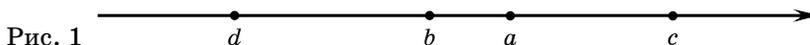
- в) число заявок на участие в интернет-олимпиаде по математике z больше 1000;
 г) расстояние m от судна до порта меньше 15 миль.

15.3. Сравните числа m и n , если известно, что:

- а) $m - n = 43$; б) $m - n = -6$; в) $m - n = 0$.

15.4. На координатной прямой отмечены числа a , b , c и d (рис. 1). Сравните числа, ответ запишите в виде неравенства:

- а) a и d ; б) b и c ; в) b и d ; г) a и b .



15.5. Расположите на координатной прямой числа x , y и z , если известно, что $x - y > 0$, $z - y < 0$.

15.6. Расположите числа $a + 8$; $b - 4$; $a + 3$; a ; $b - 1$; b в порядке возрастания, если $a > b$.

15.7. Пользуясь свойствами числовых неравенств, прибавьте к обеим частям неравенства:

- а) $-7 < 3$ число 5; б) $-5 > -9$ число 3;
 в) $6 > -1$ число -2 ; г) $-9 < 0$ число -2 .

15.8. Пользуясь свойствами числовых неравенств, умножьте обе части неравенства:

- а) $3 < 5$ на число 2; б) $-2 < 7$ на число -4 ;
 в) $8 > -1$ на число 10; г) $-7 < 0$ на число -3 .

15.9. Известно, что $c < d$ — верное числовое неравенство. Используя свойства неравенств, запишите верное неравенство, которое получится, если:

- а) к обеим частям неравенства прибавить число 8;
 б) из обеих частей неравенства вычесть число 1,2;
 в) обе части неравенства умножить на -5 ;
 г) обе части неравенства разделить на $\frac{1}{6}$;
 д) обе части неравенства разделить на -1 .

15.10. Известно, что $m \geq n$ — верное числовое неравенство. Используя свойства неравенств, запишите верное неравенство, которое получится, если:

- а) к обеим частям неравенства прибавить число 7;
- б) из обеих частей неравенства вычесть число 8,3;
- в) обе части неравенства умножить на -10 ;
- г) обе части неравенства разделить на $\frac{1}{7}$;
- д) обе части неравенства умножить на -1 .

15.11. Известно, что $a < b$. Поставьте вместо * знак $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- а) $-11a * -11b$;
- б) $\frac{a}{7} * \frac{b}{7}$;
- в) $0,8a * 0,8b$;
- г) $-\frac{a}{11} * -\frac{b}{11}$.

15.12. Известно, что $a > b$. Выберите неверное неравенство:

- а) $a + 2 > b + 2$;
- б) $-a < -b$;
- в) $17a > 17b$;
- г) $\frac{a}{6} < \frac{b}{6}$.

15.13. Пользуясь свойствами числовых неравенств, сложите почленно неравенства:

- а) $-6 < 7$ и $2 < 7$;
- б) $6 > -3$ и $7 > -1$;
- в) $9 > 7$ и $-2 > -5$;
- г) $-3 < 0$ и $-8 < -1$.

15.14. Пользуясь свойствами числовых неравенств, перемножьте почленно неравенства:

- а) $3 < 4$ и $2 < 5$;
- б) $9 > 1$ и $7 > 3$;
- в) $1,7 > 0,3$ и $10 > 2$;
- г) $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$ и $14 < 20$.

15.15. Известно, что $2 < a < 10$. Оцените:

- а) $2a$;
- б) $0,1a$;
- в) $\frac{a}{2}$;
- г) $-a$;
- д) $-5a$;
- е) $-\frac{a}{4}$.

15.16. Известно, что $-1 < b < 9$. Оцените:

- а) $b + 3$;
- б) $b + 1,2$;
- в) $b - 1$;
- г) $b - \frac{1}{3}$.

15.17. Зная, что $1 < a < 6$ и $2 < b < 9$, оцените значение выражения: а) $a + b$; б) ab .

15.18. Известно, что $5 \leq c < 9$ и $2 \leq d \leq 7$, оцените значение выражения: а) $c + d$; б) cd .

15.19. Куплено 8 тетрадей и 4 блокнота. Цена тетради не превышает 90 к., а блокнота — не превышает 2 р. Оцените стоимость покупки.

15.20. Длины сторон треугольника не превышают 0,7 м; 1,2 м и 1,8 м. Оцените периметр данного треугольника.

15.21. Оцените периметр равнобедренного треугольника с основанием a см и боковой стороной b см, если $5,1 < a < 5,2$ и $2,9 < b < 3$.

15.22. Известно, что $3 < n \leq 5$ и $2 < m \leq 9$. Оцените значение выражения:

- а) $2n$; б) $-m$; в) $\frac{n}{5}$; г) $\frac{8}{m}$; д) $n + m$;
 е) $m - n$; ж) nm ; з) $\frac{m}{n}$; и) $5m - 4n$; к) $2m - \frac{3}{n}$.

15.23*. Сравните числа a и b , если известно, что:

- а) $a - b = x^2 + 1$; б) $a - b = -7^{-2}$; в) $a - b = |c| + 5$.

15.24*. Оцените значение выражения $\frac{2}{x} - \frac{3}{y}$, если $2 < x < 6$, а $3 < y < 9$.

15.25*. Оцените значение выражения $\frac{2x}{3y}$, если $24 < x < 32$, а $4 < y < 8$.

15.26*. Дан треугольник с углами α , β и γ . Известно, что $30^\circ < \alpha < 34^\circ$ и $94^\circ < \beta < 96^\circ$. Оцените величину угла γ .

15.27*. Может ли периметр треугольника быть равным 12 см, если сумма расстояний от некоторой точки, лежащей внутри треугольника, до его вершин равна 5,4 см?

15.28*. Докажите неравенство:

- а) $a^2b - ab^2 \leq a^3 - b^3$, если $a - b > 0$;
 б) $\frac{3x}{4y} + \frac{16y}{3x} \geq 4$, если $xy > 0$;
 в) $2x^2 + 2xy + 3y^2 + 2x + 6y + 6 \geq 0$.

§ 16. Линейное неравенство с одной переменной

16.1. Из чисел -10 ; $-8,5$; -5 ; -1 ; 0 ; 5 ; 7 ; $9,5$; 10 выберите числа, являющиеся решениями неравенства:

а) $x > -5$; б) $x \leq 7$.

16.2. Решите линейное неравенство, заменив его на равносильное:

а) $5x > 35$; б) $-4x \leq 20$; в) $4x \geq -24$;
 г) $-2x < -14$; д) $2x \geq -5$; е) $-x < 7$;
 ж) $-0,1x > 3$; з) $10x > 0$; и) $-7x > 1$;
 к) $-11x \geq -110$; л) $-9x \leq 0$; м) $-2,9x < 29$.

16.3. Решите линейное неравенство:

а) $0 \cdot x < 5$; б) $0 \cdot x > -7$; в) $0 \cdot x < -3$; г) $0 \cdot x > 10$;
 д) $0 \cdot x \leq 2$; е) $0 \cdot x < 0$; ж) $0 \cdot x \geq 0$; з) $0 \cdot x \geq 13$.

16.4. Решите линейное неравенство и укажите два каких-либо числа, которые являются его решениями:

а) $3x < \frac{2}{7}$; б) $5x \geq -\frac{1}{9}$; в) $-\frac{1}{3}x \leq 5$; г) $-2x \geq \frac{3}{8}$;
 д) $\frac{2}{7}x < -4$; е) $-\frac{5}{6}x > \frac{2}{3}$; ж) $\frac{4}{7}x \leq 0$; з) $-\frac{5}{9}x \geq -1$.

16.5. Найдите все решения неравенства:

а) $2x - 10 < 0$; б) $7x + 28 \geq 0$; в) $11 - x > 0$;
 г) $36 - 4x \leq 0$; д) $9x - 5 > 22$; е) $-4x + 19 \leq 3$;
 ж) $7 - 2x < 21$; з) $-31 - 5x \geq 4$; и) $5 - 7x > -9$.

16.6. Найдите, при каких значениях переменной двучлен $2 - 3x$ принимает отрицательные значения.

16.7. Найдите, при каком значении переменной значение выражения $8 - 10x$:

а) больше 38; б) меньше -2 ;
 в) не превышает 12; г) больше либо равно 18.

16.8. Решите неравенство:

- а) $3x - 5 \leq 2x$; б) $9x > 2x + 21$;
 в) $x \geq 42 - 5x$; г) $7x - 12 < 4x$;
 д) $x + 7 > 2 - x$; е) $5x + 12 \leq 8x - 6$;
 ж) $12 - 4x < x + 7$; з) $7x - 1 \geq 25 - 6x$.

16.9. Найдите, при каких значениях переменной значение выражения:

- а) $2x - 17$ меньше значения выражения $29 - 2x$;
 б) $3x - 5$ больше значения выражения $5x + 3$;
 в) $9x + 1$ не больше значения выражения $1 - 3x$;
 г) $15 - 4x$ не меньше значения выражения $2x + 7$.

16.10. Решите неравенство:

- а) $3x + (4x - 1) > 41$; б) $x - (7 - x) \leq 19$;
 в) $(7 - 3x) - (5 + x) < -14$; г) $-2x - (-17 - x) \geq 1$;
 д) $2x - (7 + 3x) < 2 - x$; е) $17x + (8 - 15x) > 8 + 2x$.

16.11. Найдите все решения неравенства:

- а) $5(x - 1) - 11 > 34$; б) $6(x - 5) \leq 7x + 8$;
 в) $8x - 3(2x - 1) < 15$; г) $11 - x \geq 5(7 - x)$;
 д) $32 - 5(x + 8) > 3x - 8$; е) $6(2 - x) \leq 10x - 2(8x - 5)$;
 ж) $6(3 - x) < 5 + 3(x + 2)$;
 з) $4(1 - x) - 3(x + 2) \geq 5$;
 и) $6(3 - 2x) + 3(4x - 2) \geq 0$;
 к) $15x + 5 \leq 4(3x - 2) - 3(2x - 1)$.

16.12. Найдите, при каких значениях переменной разность значений выражений $0,7(2x - 3)$ и $1,3(6 - 5x)$ не превышает 5,9.

16.13. Найдите, при каких натуральных значениях n верно неравенство $4,8(n - 4) - 3,7(2 - n) < 24,4$.

16.14. Умножьте обе части неравенства на одно и то же число и решите его:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } x - \frac{x}{9} \geq 8; & \text{б) } \frac{9x-1}{4} \leq 2; & \text{в) } \frac{3x}{7} - \frac{x}{3} > 4; \\ \text{г) } \frac{3x+5}{7} < x-1; & \text{д) } \frac{2x-1}{3} \leq \frac{4x+2}{5}; & \text{е) } \frac{3x-5}{4} > \frac{5-2x}{2}. \end{array}$$

16.15. Найдите, при каких значениях переменной значение выражения $\frac{8-x}{3}$ неотрицательно.

16.16. Найдите, при каком наибольшем целом значении a разность дробей $\frac{11-2a}{5}$ и $\frac{3-2a}{2}$ неположительна.

16.17. Решите неравенство:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x-1}{5} - 2x < 2; & \text{б) } \frac{1-2x}{3} \leq \frac{4-3x}{6} + \frac{3}{4}; \\ \text{в) } \frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 0; & \text{г) } \frac{x-6}{2} - \frac{x+8}{3} \leq 2\frac{1}{3}; \\ \text{д) } \frac{x+4}{5} - \frac{3x-1}{2} \leq 2(x-1); & \text{е) } \frac{x-1}{3} - 2x \leq \frac{3x+1}{4}. \end{array}$$

16.18. Найдите, при каких значениях переменной значение дроби $\frac{3m+6}{2}$ меньше значения суммы дробей $\frac{7m-14}{3}$ и $\frac{m+1}{9}$.

16.19. Найдите все решения неравенства:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4}; & \text{б) } \frac{x+1}{4} - \frac{4x+1}{5} \leq \frac{7-3x}{10}; \\ \text{в) } \frac{4x-3}{2} - \frac{5-2x}{3} \leq \frac{3x+11}{3}; & \text{г) } \frac{9x-5}{2} - \frac{3+5x}{3} > \frac{8x+6}{4}; \\ \text{д) } \frac{3x+5}{4} - \frac{x+2}{3} \leq \frac{9-x}{8}; & \text{е) } \frac{4x+7}{5} + \frac{3x-2}{2} < \frac{5x+62}{2}; \\ \text{ж) } \frac{8x+7}{6} - \frac{5x-2}{2} \geq \frac{9+2x}{4}; & \text{з) } x + \frac{2x-1}{5} - \frac{13x-1}{15} > \frac{x-2}{3}. \end{array}$$

16.20. Выполните необходимые тождественные преобразования и решите неравенство:

- а) $3x^2 - 3x(x - 6) \geq 2x + 2$;
 б) $(2x - 1)(x + 2) < 2x^2$;
 в) $(x + 1)(1 - x) > 2(1 - x) - x^2$;
 г) $(x - 3)(2x - 1) \leq (2x + 1)(x + 2)$.

16.21. Примените формулы сокращенного умножения и решите неравенство:

- а) $(x - 7)^2 \geq x(x - 14)$;
 б) $(x - 5)^2 < x(x - 5) + 6$;
 в) $(2x - 3)^2 \geq (x + 6)(4x - 1)$;
 г) $(x - 2)^2 - (x + 3)^2 \leq 15$;
 д) $(x - 4)^2 - (x - 8)^2 > 32$;
 е) $(2x - 5)^2 - 0,5x < (2x - 1)(2x + 1) - 15$.

16.22. Найдите наибольшее целое решение неравенства $(x - 6)^2 \geq (x + 6)(x - 6) + 0,5$.

16.23*. Найдите, при каких значениях числа a уравнение $2x - a = 5$ имеет отрицательный корень.

16.24*. Решите уравнение:

- а) $|5x + 10| = 5x + 10$; б) $|2 - 7x| = 7x - 2$.

16.25*. Решите неравенство $(2a - 3)x \geq 1$ при:

- а) $a = 2$; б) $a = 1$; в) $a = 1,5$.

16.26*. При каких значениях a равносильны неравенства:

- а) $ax > 7$ и $x > \frac{7}{a}$; б) $ax > 7$ и $x < \frac{7}{a}$; в) $ax < 7$ и $x < \frac{7}{a}$?

16.27*. Решите неравенство $m \cdot x > 5$ относительно переменной x .

16.28*. Решите неравенство $(a - 2)x \geq a^2 - 4$ относительно переменной x .

§ 17. Функция. Линейная функция

17.1. На рисунке 2 изображен график зависимости температуры воздуха t от времени суток T . Верно ли, что:

- а) данная зависимость является функцией; б) температура воздуха в 10 ч составляла $2\text{ }^\circ\text{C}$; в) в промежутке времени от 3 до 8 ч температура была отрицательной; г) в промежутке времени от 6 до 12 ч температура повышалась; д) дважды за 12 ч температура была равна $-3\text{ }^\circ\text{C}$; е) температура не опускалась ниже $6\text{ }^\circ\text{C}$?

Пользуясь графиком, постройте таблицу зависимости температуры воздуха от времени суток.

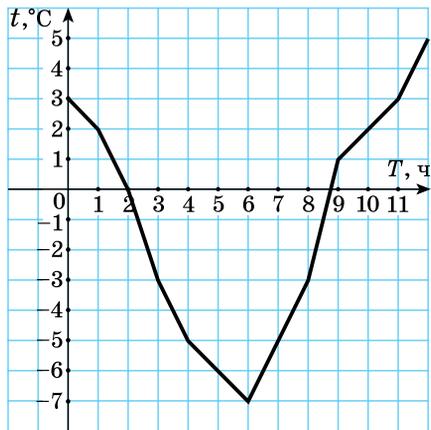


Рис. 2

17.2. Сумма двух чисел x и y равна 5.

- а) Запишите зависимость числа y от числа x и зависимость числа x от числа y .
 б) Найдите значение числа y , соответствующее значению $x = 2$.
 в) Найдите значение числа x , соответствующее значению $y = 5$.

17.3. Площадь прямоугольника со сторонами 7 см и x см равна $S\text{ см}^2$. Верно ли, что:

- а) значение переменной S не зависит от значения переменной x ;
 б) каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной S ;
 в) переменная x может принимать любые положительные значения;
 г) если $x = \frac{1}{7}$, то $S = 1$;

д) зависимость площади прямоугольника от длины его сторон можно выразить формулой $S = 7 \cdot x$?

17.4. Функция $f(x)$ задана таблично.

x	-7	-5	0	1	8	12	15
$f(x)$	-2	3	5	8	9	10	19

а) Верно ли, что $f(-5) = 3$; $f(0) = 5$; $f(8) = 1$?

б) Найдите: $f(-7)$; $f(0)$; $f(12)$.

в) Найдите область определения и множество значений данной функции.

17.5. Функция $y = f(x)$ задана графически (рис. 3). Найдите:

а) $f(-4)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(9)$;

б) x , если $f(x) = -1$;

в) $D(f)$, $E(f)$.

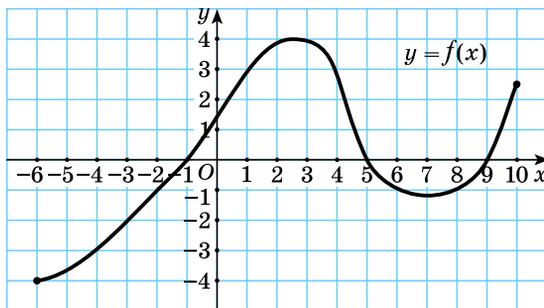


Рис. 3

17.6. Функция задана формулой $f(x) = 3x - 1$. Найдите: $f(3)$, $f(-5)$, $f(0)$, $f(1)$, $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

17.7. На координатной плоскости отметьте точки $A(-1; -1)$, $B(1; 3)$ и проведите прямую AB . Считая прямую AB графиком некоторой функции, найдите:

а) значение этой функции при $x = 0$;

б) значение x , при котором значение функции равно 5.

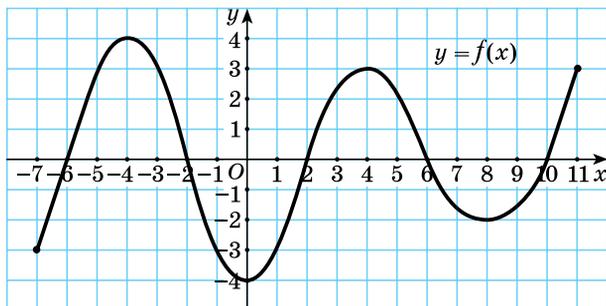


Рис. 4

17.8. Функция задана графически (рис. 4). Найдите:

- а) нули функции; б) значения аргумента, при которых значения функции положительны; в) значения аргумента, при которых значения функции отрицательны.

17.9. Число y является произведением чисел x и 13. Задайте формулой зависимость числа y от числа x . Является ли эта зависимость линейной?

17.10. Какая из данных функций является линейной:

- а) $y = \frac{3}{x} + 1$; б) $y = -\frac{x}{3} + 1$;
в) $y = x^2 + 3x$; г) $y = x^3 + 4$?

17.11. Какая из данных функций не является линейной:

- а) $y = 100$; б) $y = \frac{x}{7} + 1$; в) $y = \frac{2}{x} - 1$; г) $y = x$?

17.12. Запишите линейную функцию в виде $y = kx + b$ и определите коэффициенты k и b :

- а) $y = 1 + 2x$; б) $y = 7 - 5x$; в) $y = 2x$;
г) $y = -4$; д) $y = \frac{x}{4} - 5$; е) $y = \frac{5x - 8}{3}$.

17.13. Функция задана формулой $y = \frac{1}{3}x - 12$. Найдите значение функции при:

- а) $x = -6$; б) $x = 16$; в) $x = 0$.

17.14. Найдите значение линейной функции, заданной формулой:

а) $f(x) = 3x - 2$, при значении аргумента, равном $-3; -1; 0; 2; 7$;

б) $f(x) = 1 - 7x$, при значении аргумента, равном $-5; -1; 0; 3; 10$.

17.15. Найдите значение аргумента, при котором значение линейной функции:

а) $f(x) = 2x - 7$ равно $1; -3$;

б) $f(x) = 1 - 10x$ равно $0; -5$;

в) $f(x) = \frac{x}{5} - 3$ равно $-1; 7$.

17.16. Для линейной функции $y = f(x)$ найдите значение аргумента, для которого верно равенство $f(x) = 5$:

а) $f(x) = -x + 7$; б) $f(x) = 7x - 2$;

в) $f(x) = \frac{x-1}{3}$; г) $f(x) = 7 - \frac{x-2}{5}$.

17.17. Определите, принадлежит ли точка графику линейной функции $f(x) = 2x - 1$:

а) $A(3; 5)$; б) $B(-5; -11)$; в) $C(0; 1)$; г) $D\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

17.18. Постройте график линейной функции:

а) $y = 2x - 1$; б) $y = x + 2$; в) $y = 4 - 3x$;

г) $y = 3 - x$; д) $y = -3x + 2$; е) $y = \frac{1}{3}x - 1$;

ж) $y = 3 - 0,5x$; з) $y = \frac{x}{4} + 1$; и) $y = 2 - \frac{x}{3}$.

17.19. Через какие из точек $A(0; 4)$; $B(2; 0)$; $C(-3; -10)$ проходит прямая $y = 2x - 4$?

17.20. Постройте график линейной функции:

а) $y = 5x$; б) $y = -2x$; в) $y = \frac{x}{3}$;

г) $y = -\frac{x}{4}$; д) $y = 2$; е) $y = -1$.

17.21. В одной системе координат постройте графики функций:

- а) $y = 3x - 2$; б) $y = -\frac{x}{3} + 2$; в) $y = -x$;
 г) $y = -2x + 5$; д) $y = -3$; е) $y = 2x$.

17.22. Прямая проходит через начало координат и точку $(7; \frac{1}{2})$. Выберите уравнение соответствующей прямой:

- а) $y = 7x$; б) $y = \frac{1}{2}x$; в) $y = \frac{1}{14}x$;
 г) $y = 14x$; д) $y = \frac{2}{7}x$; е) $y = -\frac{x}{7}$.

17.23. График функции $y = 7x - 1$ проходит через точку, абсцисса которой равна 4. Чему равна ордината этой точки?

17.24. График функции $y = -3x$ проходит через точку, ордината которой равна 15. Чему равна абсцисса этой точки?

17.25. Функция задана формулой $y = 5x - 7$. Определите:

- а) значение функции при значении аргумента, равном 2;
 б) значение аргумента, при котором значение функции равно 3;
 в) проходит ли график этой функции через точку $A(-7; -25)$.

17.26. Не выполняя построения графика функции $y = -3x + 4$, определите:

- а) координаты его точек пересечения с осями координат;
 б) значение функции при $x = -2,3$;
 в) значение аргумента, при котором $y = -3,5$.

17.27. Найдите нули функции, заданной формулой:

- а) $f(x) = x + 8$; б) $f(x) = 7 - x$;
 в) $f(x) = 2x - 7$; г) $f(x) = 5 - 6x$.

Найдите значения аргумента, при которых каждая из данных функций принимает отрицательные значения.

17.28. Определите угловой коэффициент прямой:

- а) $y = 8x - 9$; б) $y = 3 - 5x$; в) $y = x$;
 г) $y = \frac{x}{7} + 6$; д) $y = 2 - 0,3x$; е) $y = 5$.

17.29. Найдите ординату точки пересечения графика функции с осью Oy :

- а) $y = 6x - 1$; б) $y = 1 - 3x$; в) $y = -x$;
 г) $y = \frac{x}{5} - 1$; д) $y = 3 - 0,1x$; е) $y = -4$.

17.30. Установите взаимное расположение графиков линейных функций:

- а) $y = 2x - 1$ и $y = x + 2$; б) $y = 5x + 9$ и $y = 5x$;
 в) $y = -x$ и $y = -x + 8$; г) $y = 3x + 6$ и $y = -3x + 6$;
 д) $y = -4x + 1$ и $y = 1 - 4x$; е) $y = -5$ и $y = 7$.

17.31. В одной системе координат постройте графики функций:

- а) $y = -x + 2$; б) $y = -x$; в) $y = -3 - x$; г) $y = 5 - x$.

17.32. Среди функций, заданных формулами $y = x + 0,5$; $y = -0,5x + 4$; $y = 5x - 1$; $y = 1 + 0,5x$; $y = \frac{1}{2}x$, найдите те, графики которых параллельны графику функции $y = 0,5x + 4$.

17.33. Найдите точки пересечения (если они есть) графиков функций, заданных формулами $y = 2(x - 1,5)$ и $y = 3(2x - 1) + x + 4$.

17.34. Найдите значения аргумента, при которых равны значения функций:

- а) $y = 5x - 2$ и $y = -6x$; б) $y = -2x + 1$ и $y = -6x$;
 в) $y = \frac{3x - 2}{2}$ и $y = \frac{2x - 1}{5}$; г) $y = \frac{7x - 2}{2}$ и $y = \frac{2x - 1}{7}$.

17.35. Постройте график функции:

- а) $y = 6x(3x - 2) - 4,5x(4x - 1) - 2 + 6,5x$;
 б) $y = (2x - 1)(3x + 2) - 6x(x + 0,5) + 2$;

$$\text{в) } y = 4x(5x - 1) - 2x(10x - 4) - 13x + 7(1 + x);$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{1}{3}x - 4\right) - \frac{x^2}{6} + 8;$$

$$\text{д) } y = x^6 - (x^3 - 2)(x^3 + 2);$$

$$\text{е) } y = (-x - 2)^2 - (-x + 2)^2 + 3;$$

$$\text{ж) } y = 2(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - 3(1 + x)(x - 1) - 2;$$

$$\text{з) } y = 5(x + 1)^2 + (x - 3)^2 - 6(x - 1)(x + 1) - 17.$$

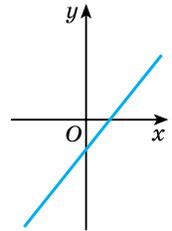


Рис. 5

17.36. На рисунке 5 изображен график функции вида $y = kx + b$. Укажите знаки коэффициентов k ; b .

17.37. Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат:

$$\text{а) } y = (x - 1)^2 + 2 - (x + 2)^2; \quad \text{б) } y = 2 - (x - 1)^2 + (x + 2)^2.$$

17.38. На рисунке 6 изображены графики функций:

$$\text{а) } y = kx + b; \quad \text{б) } y = b; \quad \text{в) } y = kx.$$

Установите соответствие между функцией и ее графиком.

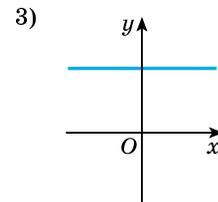
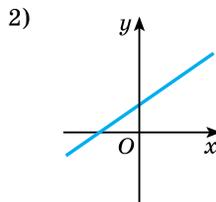
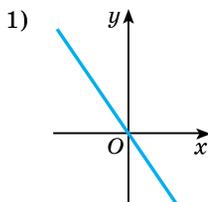


Рис. 6

17.39. На рисунке 7 изображен график функции $y = kx + 1$. Найдите:

- а) значение k ;
б) значение функции при $x = 8$.

17.40. При каком значении k прямые $y = kx + 8$ и $y = -5x + 6$ не пересекаются?

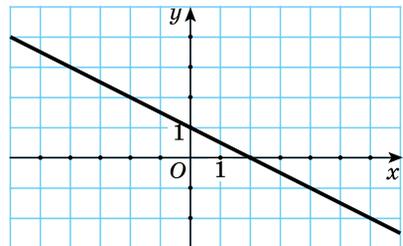


Рис. 7

17.41. Запишите функцию, график которой параллелен графику функции $y = 3x - 4$ и пересекает ось ординат в точке $F(0; -5)$.

17.42. Докажите, что графики функций пересекаются в одной точке:

а) $y = -2x - 4$, $y = 0,5x - 1,5$ и $y = 2x$;

б) $y = x - 4$, $y = -2x + 5$ и $y = -\frac{x}{3}$.

17.43. На рисунке 8 изображена пара параллельных прямых. Задайте формулой функцию, график которой проходит через начало координат.

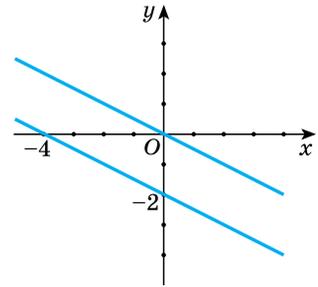


Рис. 8

17.44. Дана линейная функция $y = 4x + b$. При каком значении b график этой функции:

а) проходит через начало координат; б) проходит через точку $P(-2; 1)$; в) пересекает ось ординат в точке с ординатой 5; г) проходит через точку пересечения графиков функций $y = 0,5x + 1$ и $y = x - 1$?

17.45. Выберите функцию, графика которой нет на рисунке 9:

а) $y = 2x - 3$;

б) $y = -2x + 3$;

в) $y = -3x + 2$;

г) $y = -3$;

д) $y = -2x$.

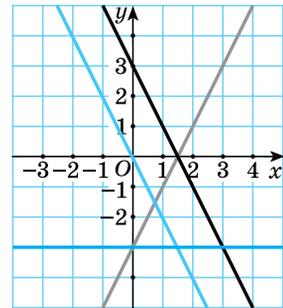


Рис. 9

17.46*. Дана линейная функция $y = kx + 2$. Найдите значение k , при котором график этой функции пересекает ось Ox в точке с абсциссой -1 .

17.47*. Дана линейная функция $y = 2x + b - 1$. Найдите значение b , при котором график этой функции пересекает ось Oy в точке с ординатой 8.

17.48*. Постройте график функции $y = 3x(4x - 3) - 2x(6x + 1) + 2(5x - 1)$.

Проходит ли построенный график через точку с координатами $A(-35; 33)$?

17.49*. Постройте график функции $y = x^8 - (x^4 - 3)(x^4 + 3)$. Проходит ли построенный график через точку с координатами $A(-100; 9)$?

17.50*. На рисунке 10 изображены графики функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$.

Верно ли, что: а) $k_1 > k_2$; б) $b_1 > b_2$; в) $b_2 > 0$; г) $k_2 < 0$?

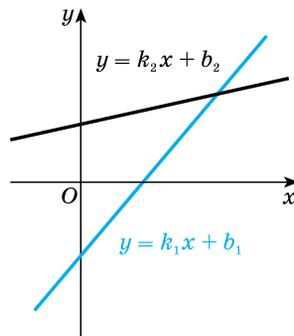


Рис. 10

§ 18. Линейные уравнения с двумя переменными.

График линейного уравнения $ax + by = c$ с двумя переменными

18.1. Какие из данных уравнений являются линейными уравнениями с двумя переменными:

- а) $3x + y = 7$; б) $x - 17y = 0$;
в) $5x - xy = 0$; г) $x + y = 1$?

18.2. Запишите коэффициенты a , b и c для линейного уравнения с двумя переменными:

- а) $7x + 12y = 6$; б) $2x - 9y = -3$;
в) $x + 4y = 9$; г) $2x - y = 6$.

18.3. Является ли решением уравнения $3x - 5y = 2$ пара чисел:

- а) $(1; 1)$; б) $(-1; -1)$; в) $(0; -0,4)$?

18.4. Какая пара чисел является решением уравнения $5x - 3y = 13$:

- а) $(-\frac{1}{5}; -5)$; б) $(2,5; 0)$; в) $(2; -1)$; г) $(3; \frac{1}{3})$?

18.5. Графиком какого уравнения является прямая, параллельная оси абсцисс:

- а) $5x + y = 3$; б) $4x + 0y = 5$;
 в) $0x + 2y = 12$; г) $x = 3$?

18.6. Является ли пара чисел (1; 1) решением линейного уравнения с двумя переменными:

- а) $7x + 3y - 10 = 0$; б) $6x - 2y = 4$;
 в) $6x + 8y = 1$; г) $15x - 12y = 3$?

18.7. Найдите координаты точек пересечения графика уравнения $ax + by = c$ с осями координат:

- а) $3x - y = -1$; б) $5x = -10$; в) $3y = -15$;
 г) $-x - y = 7$; д) $x - 5y = 5$.

18.8. Из линейного уравнения выразите x через y и y через x :

- а) $4x - 9y = 18$; б) $\frac{5}{7}x - 0,4y = 2$.

18.9. Найдите решение уравнения $-3x + 5y = 10$, если:

- а) $x = 5$; б) $y = 5$; в) $x = -3$;
 г) $y = -8$; д) $x = 0$; е) $y = 0$.

18.10. Принадлежит ли графику уравнения $4x - 2y = 3$ точка с координатами:

- а) (2; 2,5); б) (3,5; 6); в) (-1; -3)?

18.11. Точка с абсциссой -3 принадлежит графику уравнения $x - 2y = 10$. Найдите ординату этой точки.

18.12. Найдите координаты точки графика уравнения $5x - 7y = 4$, у которой:

- а) абсцисса равна -2 ; б) ордината равна 3 .

Составьте линейное уравнение с переменными x и y , график которого проходит через точку $B(3; -2)$.

18.13. Постройте график уравнения:

- а) $x + y = 2$; б) $3x + y = 1$; в) $x - 3y = 4$;
 г) $6x + 3y = 8$; д) $0x - 2y = 12$; е) $4x + 0y = -20$.

18.14. При каком значении a пара чисел $(a; 3)$ является решением уравнения $3x - 4y = 6$?

18.15. Найдите значение a в уравнении $7x - ay = 2 - 3a$, если известно, что пара чисел $(2; 1)$ является решением этого уравнения.

18.16*. Выразите a через b в уравнении $ax + by = 20$, если известно, что решением этого уравнения является пара чисел:

- а) $(2; 1)$; б) $(-3; -2)$.

18.17*. График линейного уравнения с двумя переменными проходит через точки с координатами $(-1; 1)$ и $(2; -5)$. Среди всех решений этого уравнения найдите пару чисел, в которой:
 а) первое число равно 1; б) второе число равно 3.

18.18*. Для награждения победителей школьной олимпиады приобрели p книг по 3 р. и q фоторамок по 5 р. Вся покупка обошлась в 67 р. Сколько книг было куплено? (Найдите все решения.)

18.19*. Среди всех решений уравнения $13x - 4y = 11$ найдите пару чисел, в которой первое число меньше половины второго числа на 0,5.

18.20*. Укажите точки первой координатной четверти с целыми координатами, принадлежащие прямой $x + 3y = 7$. Дайте ответ, не выполняя построения.

18.21*. На слет туристов можно доехать электричкой или автобусом. Часть туристов может воспользоваться только автобусом, а часть — только электричкой. Можно ли уложиться точно в 500 р., выделенных клубом для 50 участников

слета, если билет на автобус стоит 11 р., а на электричку — 6 р.?

18.22*. Существует ли линейное уравнение с двумя неизвестными, для которого пары чисел $(-7; -2)$ и $(3; 1)$ являются решениями и у которого:

- а) коэффициент при переменной y равен 5;
 - б) коэффициент при переменной y равен -1 ;
 - в) сумма коэффициентов при переменных равна 7;
 - г) сумма коэффициентов при переменных равна 0?
- Если да, то запишите это уравнение.

§ 19. Система линейных уравнений с двумя переменными

19.1. Является ли данная система системой линейных уравнений с двумя переменными:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x + 8y = -1, \\ 4x - y^2 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 9x - y = 7, \\ 8x + 2y = 3; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 7x + xy = 9, \\ 4x^2 - 12y = 7? \end{cases}$$

19.2. Является ли пара чисел $(-2; 5)$ решением системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 5y = 21, \\ 7x + 4y = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + 7y = 29, \\ 2x - 3y = -11; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 4x + 3y = 7, \\ 3x + y = -1? \end{cases}$$

19.3. Какие из пар чисел $(-1; 7)$, $(3; -4)$, $(-5; 2)$ являются решениями системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x - 4y = -33, \\ 3x + 4y = -7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 11x + 4y = 17, \\ 9x + 2y = 5? \end{cases}$$

19.4. Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} 5x - 3y = 25, \\ 3y + 4x = 20 \end{cases}$ пара чисел: а) $(5; 0)$; б) $(7; -2)$?

19.5. Выберите систему уравнений, решением которой является пара чисел $(3; -2)$:

а) $\begin{cases} x = 3, \\ 2x - y = 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} xy = -6, \\ y - x = -1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 5x - 6y = 27. \end{cases}$

19.6. Какая из систем уравнений имеет решением пару чисел $(-1; 2)$:

а) $\begin{cases} x - 2y = -5, \\ 2x + y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y = -7, \\ x + y = -1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{1}{2}y - x = 0, \\ 3x + 4y = 5; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5x + 2y = -1, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{1}{6}; \end{cases}$ д) $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + 2y = 4,5, \\ 2x + y = 0? \end{cases}$

19.7. Может ли система линейных уравнений с двумя переменными иметь ровно одно решение?

19.8. Могут ли четыре различные пары чисел быть решениями одной и той же системы линейных уравнений с двумя переменными?

19.9. Графики уравнений системы $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ изображены на рисунке 11. Определите число решений системы уравнений.

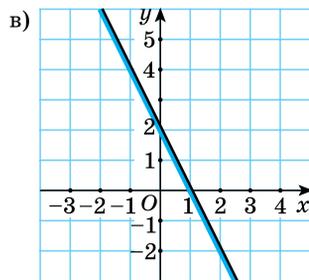
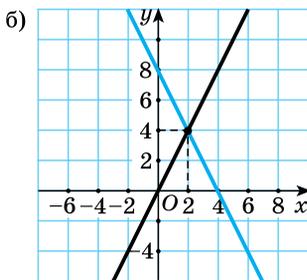
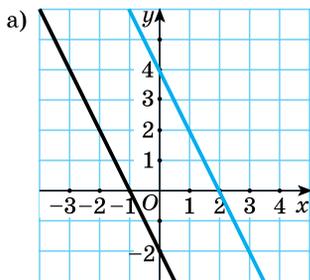


Рис. 11

19.10. Постройте графики уравнений системы и определите число решений системы:

а)
$$\begin{cases} x + y = -2, \\ x - y = -13; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ 3x + y = 7; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ 2x - y = 0; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x - y = 3, \\ 4x - 4y = 8; \end{cases}$$

д)
$$\begin{cases} x - 2y = 1, \\ -2x + 4y = -2; \end{cases}$$

е)
$$\begin{cases} 3x + y = 2, \\ -3x + y = 2. \end{cases}$$

19.11. Сколько решений имеет система уравнений:

а)
$$\begin{cases} 9x - 6y = -12, \\ 3x - 2y = 4; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 16x + 12y = 8, \\ 4x - 3y = 2; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 4x - 2y = 6, \\ -2x + y = -3? \end{cases}$$

19.12*. Пусть a и b — некоторые числа. Чему они должны быть равны для того, чтобы система уравнений имела более одного решения?
$$\begin{cases} ax + 9y = 8, \\ 4x - by = 2 \end{cases}$$

19.13*. Пусть a — некоторое число. Чему оно должно быть равно для того, чтобы система уравнений не имела решений?
$$\begin{cases} 3x - 3ay = a, \\ ax - 9y = 3 \end{cases}$$

19.14*. Дана система уравнений
$$\begin{cases} x + ay = 35, \\ bx + 2y = 27. \end{cases}$$
 Пара чисел (5; 6) является ее решением. Найдите значения a и b .

19.15*. При каких значениях m и b пара чисел (m ; 3) является решением системы уравнений
$$\begin{cases} -3x + y = 9, \\ 2x - by = -10? \end{cases}$$

19.16*. Найдите, при каких значениях a и b пара чисел (1; -2) является решением системы уравнений
$$\begin{cases} ax + by = 4, \\ ax - by = -24. \end{cases}$$

§ 20. Способы решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение текстовых задач с помощью системы линейных уравнений

20.1. Решите систему уравнений способом подстановки:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x + 2y = 2, \\ y = -4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = -2, \\ x = 5; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x - 3y = -7, \\ x + 2y = 8; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 7x + y = -7, \\ 3x + y = 1. \end{cases}$$

20.2. Решите систему уравнений способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 8y = 1, \\ -3x + 4y = 7; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 9x - 13y = 31, \\ 2x + 13y = -9; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 6x - 7y = -4, \\ 7y = -14; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} -4x + 2y = 1, \\ 4x = 10; \end{cases} \quad \text{д) } \begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 9; \end{cases} \quad \text{е) } \begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = 6; \end{cases}$$

$$\text{ж) } \begin{cases} 5x - 3y = 25, \\ 4x + 3y = 20; \end{cases} \quad \text{з) } \begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9. \end{cases}$$

20.3. Умножьте одно из уравнений системы на -1 и решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + y = -11, \\ 4x + y = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x + 3y = 2, \\ 2x + 3y = 7; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} -5x + 7y = 6, \\ 2x + 7y = 76; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x + 2y = -25, \\ 3x + 2y = -5. \end{cases}$$

20.4. Определите, на какое число удобно умножить одно из уравнений системы, и решите систему способом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x + 5y = 21, \\ 2x - y = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x + y = 1, \\ 2x - 3y = -14; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4x + 5y = 8, \\ x - 3y = -15; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x - 3y = 17, \\ 5x + 6y = 13. \end{cases}$$

20.5. Решите систему уравнений способом сложения:

$$а) \begin{cases} 3x + 8y = 11, \\ 5x - 2y = 3; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 5x + 7y = 5; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 4x - 5y = -2, \\ 3x + 2y = -13; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 3x - 7y = -32, \\ 2x - 3y = -3. \end{cases}$$

20.6. Решите систему уравнений:

$$а) \begin{cases} 2 + 3(x + 5y) = -(2x + 3y), \\ 3x + 4y = -8; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 6(x + y) = 5 - (2x + y), \\ 3x - 5y = -6y - 3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3(x + y) = 6, \\ 6 - 5(x - y) = 8x - 2y; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 2x - 3(2y + 1) = 15, \\ 3(x + y) + 3y = 2y - 2. \end{cases}$$

20.7. В санатории зимой отдыхали 1200 мужчин и женщин. Летом число отдыхающих мужчин уменьшилось на 10 %, число женщин увеличилось на 20 %, а их общее число увеличилось на 75 человек. Сколько мужчин и сколько женщин отдыхали в санатории летом?

20.8. В лицей набирают 210 учащихся. После экзаменов зачислили 40 % поступавших юношей и 75 % поступавших девушек. Среди незачисленных юношей оказалось в 6 раз больше, чем девушек. Сколько человек поступало в лицей?

20.9. Решите систему уравнений:

$$а) \begin{cases} x + y = \frac{1}{3}, \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{3} + \frac{1}{9}; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{5y}{2} = 3, \\ 2x - 7y = 4; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 5x - 6y = -1, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y+1}{2} = 10; \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} \frac{3x-7}{4} - \frac{2y-3}{5} = 1, \\ \frac{2x-y}{2} - 1 = y - 2; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} \frac{5x+9y}{3} = \frac{2x+3y}{2}, \\ \frac{x-3y}{2} = \frac{2x-3y}{3}; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} \frac{2x-y}{6} + \frac{2x+y}{9} = 3, \\ \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{4} = 4. \end{cases}$$

20.10. Задуманы два числа. Если к половине первого числа прибавить удвоенное второе, то в результате получится 21, а если от утроенного второго числа отнять треть первого, то в результате получится 12. Найдите задуманные числа.

20.11. Частное от деления двух чисел равно 4, а остаток — 30. Найдите эти числа, зная, что их сумма равна 540.

20.12. Два грузовика разной грузоподъемности перевезли 15 750 кг картофеля, причем один из них сделал 5 рейсов, а другой — 3. Сколько картофеля перевезла каждая машина, если одна из них за 2 поездки перевозит столько, сколько другая за 3?

20.13. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{2}(2x - y) - 1 = y - 2, \\ \frac{1}{4}(3x - 7) = \frac{1}{5}(2y - 3) + 1. \end{cases}$$

20.14. Пекарня получила заказ от крупного гипермаркета на выпечку пирогов и тортов. Каждый пирог стоит 15 р., а каждый торт — 20 р. Менеджер, принимавший заказ, не записал, сколько изделий каждого наименования нужно выпечь, но помнил, что всего нужно изготовить 130 изделий на общую сумму 2100 р. Сколько пирогов и сколько тортов надо выпечь, чтобы выполнить заказ?

20.15. Ученик из Интернета загружает на компьютер два текстовых файла. За первую секунду загрузилась $\frac{1}{4}$ первого файла и $\frac{1}{3}$ второго файла, что составило 340 КБ. За вторую

секунду загрузилась $\frac{1}{3}$ оставшейся части первого файла, что на 60 КБ меньше половины оставшейся части второго файла. Найдите размер каждого файла.

20.16*. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} -2(2x + 3) + 2,5 = 3(y - 2x) - 9, \\ 4,5 - 4(1 - x) = 2y - (5 - x); \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x + 3)^2 - (x - 2)^2 = (y + 2)^2 - (y - 3)^2, \\ 13y - 2x(4 - x) = (2 + x)^2 + (3 - x)^2. \end{cases}$$

20.17*. Из пункта А выехал автомобиль; через 10 мин вдогонку ему из пункта А выехал второй автомобиль; еще через 40 мин второй автомобиль догнал первый. Если бы скорость второго автомобиля была меньше на $6 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то он смог бы догнать первый автомобиль только за 1 ч. Найдите скорости автомобилей.

20.18*. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 - 4y^2 = 200, \\ x + 2y = 100; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} y^2 - 3xy = 21, \\ y - 3x = 7. \end{cases}$$

20.19*. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $T(1; 3)$ и $K(-2; 5)$. Запишите уравнение этой прямой.

20.20*. Два друга решили купить футбольный мяч и на оставшиеся от покупки мяча деньги купить одну из пицц, стоимости которых размещены в таблице.

Вид пиццы	Стоимость
«Детская»	5 р.
«Оригинальная»	6 р. 70 к.
«Острая»	7 р.

За мяч друзья заплатили поровну: первый дал $\frac{1}{3}$ своих денег, а второй — $\frac{1}{4}$ и еще 1 р. После покупки мяча у второго осталось на 50 к. меньше, чем у первого. Какую пиццу может выбрать себе каждый из друзей на оставшиеся деньги?

20.21*. Решите систему уравнений методом замены переменных.

$$\begin{cases} \frac{4x - 5y}{13} + \frac{3x + 7y}{8} = 8, \\ \frac{2(4x - 5y)}{13} - \frac{3x + 7y}{8} = 1 \end{cases}$$

20.22*. Скорость одного туриста на $4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости другого. Если бы первый турист уменьшил свою скорость на $2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второй увеличил бы свою скорость в 1,5 раза, то они затратили бы на тот же путь одинаковое время. Найдите скорость второго туриста.

20.23*. Два трактора вспахали поле за 2 дня. За первый день они вспахали $\frac{1}{3}$ поля, причем первый трактор работал 2 ч, а второй — на 1 ч больше. Во второй день первый трактор работал 5 ч, а второй — 4,5 ч. Найдите, за сколько часов мог бы вспахать все поле второй трактор, работая один.

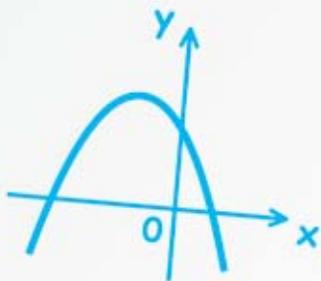
20.24*. Двое рабочих, работая одновременно, выполнили всю работу за 5 дней. Если бы первый рабочий работал в два раза быстрее, а второй — в два раза медленнее, то всю работу они выполнили бы за 4 дня. Найдите, за сколько дней выполнил бы всю работу первый рабочий, если бы работал один.

20.25*. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} |x - 2| + 2|y + 3| = 2, \\ |x + |y + 3|| = 3,5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x + y = 7, \\ |y - x| = 2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1, \\ |y = 5 + |x - 1|. \end{cases}$$

8 класс



$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a(x - m)^2 + n$$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

§ 21. Арифметический квадратный корень. Множество действительных чисел

21.1. Какие из утверждений верны:

- а) число 5 является арифметическим квадратным корнем из числа 25;
 б) из числа -49 невозможно извлечь квадратный корень;
 в) число 0,6 является арифметическим квадратным корнем из числа 3,6;
 г) уравнение $x^2 = 81$ имеет два корня?

21.2. С помощью определения арифметического квадратного корня докажите, что:

- а) $\sqrt{36} = 6$; б) $\sqrt{900} = 30$; в) $\sqrt{0,09} = 0,3$;
 г) $\sqrt{1,44} = 1,2$; д) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; е) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = 1\frac{1}{3}$.

21.3. Из чисел $-2,3$; 24 ; $\frac{2}{9}$; $\sqrt{7}$; 0 ; $-5,18$; -101 ; $-\frac{7}{13}$; 29 ; π ; $-8,9$; $\sqrt{3}$ выберите: а) натуральные; б) целые; в) рациональные; г) иррациональные; д) действительные.

21.4. Найдите число, арифметический квадратный корень из которого равен:

- а) 2; б) 5; в) 1; г) 0; д) $\frac{2}{3}$; е) 0,1.

21.5. Выполните действие извлечения корня:

- а) $\sqrt{25}$; б) $\sqrt{81}$; в) $\sqrt{400}$;
 г) $\sqrt{121}$; д) $\sqrt{0}$; е) $\sqrt{360\,000}$;
 ж) $\sqrt{40\,000}$; з) $\sqrt{0,09}$; и) $\sqrt{0,36}$;
 к) $\sqrt{1,96}$; л) $\sqrt{6,25}$; м) $\sqrt{0,000001}$;
 н) $\sqrt{0,0049}$; о) $\sqrt{\frac{1}{9}}$; п) $\sqrt{\frac{4}{81}}$;

р) $\sqrt{\frac{25}{16}}$; с) $\sqrt{\frac{121}{25}}$; т) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$;
 у) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; ф) $\sqrt{6\frac{19}{25}}$; х) $\sqrt{11\frac{1}{9}}$.

21.6. Верно ли, что:

а) $\sqrt{19} \in \mathbf{I}$; б) $2,3 \in \mathbf{Q}$; в) $-5 \in \mathbf{Z}$;
 г) $-\sqrt{15} \in \mathbf{R}$; д) $0 \in \mathbf{N}$; е) $-\frac{7}{9} \in \mathbf{R}$?

21.7. Найдите значения выражений $\sqrt{b} - 1$; $b + \sqrt{b}$; $2b - \sqrt{b}$, если:

а) $b = 36$; б) $b = 0$; в) $b = 2500$; г) $b = 1$;
 д) $b = 0,01$; е) $b = 1,44$; ж) $b = \frac{9}{16}$; з) $b = 2\frac{7}{81}$.

21.8. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{25} + \sqrt{36}$; б) $\sqrt{81} - \sqrt{100}$;
 в) $\sqrt{0,25} + \sqrt{0,09}$; г) $\sqrt{1,69} - \sqrt{1,21}$;
 д) $\sqrt{49} + \sqrt{\frac{1}{4}}$; е) $-\sqrt{81} - \sqrt{\frac{1}{9}}$;
 ж) $\sqrt{\frac{9}{16}} + \sqrt{\frac{36}{49}}$; з) $\sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\frac{4}{81}}$;
 и) $42 : \sqrt{36}$; к) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{\frac{1}{36}}$;
 л) $-\sqrt{0,49} : \sqrt{196}$; м) $\sqrt{1\frac{24}{25}} \cdot \sqrt{1\,000\,000}$.

21.9. Какие из данных утверждений верны:

а) $-39 \notin \mathbf{Z}$; б) $\sqrt{69} \notin \mathbf{Q}$; в) $\pi \notin \mathbf{N}$;
 г) $0 \notin \mathbf{Z}$; д) $\frac{2}{13} \notin \mathbf{I}$; е) $7,3 \notin \mathbf{R}$?

21.10. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел, найдите значения выражений \sqrt{m} ; $\sqrt{100m}$; $\sqrt{0,0001m}$, если:

а) $m = 3844$; б) $m = 7569$.

21.11. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 4\sqrt{81} + \sqrt{36}; & \text{б) } \sqrt{49} - \frac{1}{5}\sqrt{225}; & \text{в) } -\frac{1}{\sqrt{0,16}}; \\ \text{г) } \frac{1}{\sqrt{0,09}} - 3\sqrt{0,81}; & \text{д) } -\sqrt{\frac{9}{16}} - \frac{3}{8} \cdot \sqrt{2\frac{7}{9}}; & \text{е) } \frac{0,1\sqrt{169}}{\sqrt{1,44}}; \\ \text{ж) } \frac{5}{12} \cdot \sqrt{\frac{16}{25}} \cdot \sqrt{\frac{9}{49}}; & \text{з) } \frac{\sqrt{0,81}}{\sqrt{0,01} - \sqrt{0,09}}; & \text{и) } \frac{\sqrt{0,36} \cdot \sqrt{0,25}}{\sqrt{0,0121}}. \end{array}$$

21.12. Какие из следующих утверждений верны:

$$\text{а) } I \subset R; \quad \text{б) } N \subset Z; \quad \text{в) } Z \subset Q; \quad \text{г) } N \subset R; \quad \text{д) } R \subset Z?$$

21.13. Найдите значение выражения $\sqrt{3a+1}$ при:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } a = 0; & \text{б) } a = 1; & \text{в) } a = 21; \\ \text{г) } a = -0,33; & \text{д) } a = -0,32; & \text{е) } a = 2\frac{2}{3}; \\ \text{ж) } a = -\frac{8}{25}; & \text{з) } a = -\frac{16}{75}; & \text{и) } a = -\frac{7}{121}. \end{array}$$

Можно ли найти значение данного выражения при $a = -1$?

21.14. При $m = 16$, $n = 20$ найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sqrt{n-m}; & \text{б) } n \cdot \sqrt{m}; & \text{в) } \sqrt{n^2 - m^2}; \\ \text{г) } \sqrt{(m-n)^2}; & \text{д) } \sqrt{(n-m) : m}; & \text{е) } -\sqrt{(n+5) \cdot m}. \end{array}$$

21.15. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 0,3 + \frac{2}{7}\sqrt{1,96}; & \text{б) } \frac{3}{11}\sqrt{1,21} - 5\sqrt{0,16}; \\ \text{в) } -\frac{1}{3}\sqrt{0,81} - 0,2\sqrt{0,0025}; & \text{г) } 24 : \sqrt{2,56} + \frac{3}{28}\sqrt{196}; \\ \text{д) } -\sqrt{5\frac{20}{121}} - \frac{1}{11} \cdot \sqrt{6,25}; & \text{е) } 15 : \sqrt{\frac{4}{25}} + 18 \cdot \sqrt{2\frac{7}{81}}; \\ \text{ж) } \sqrt{5,76} : 12 - 6 : \sqrt{2\frac{7}{9}}; & \text{з) } -0,1 \cdot \sqrt{6\frac{19}{25}} + \sqrt{0,36} : \sqrt{1,44}. \end{array}$$

21.16. Из чисел $\frac{2}{7}$; $\sqrt{7}$; $\frac{8}{47}$; $\sqrt{31}$ выберите те, которые нельзя представить в виде бесконечной периодической десятичной

дроби. Какому числовому множеству принадлежат выбранные числа?

21.17. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{3 + \sqrt{36}}; & \text{б) } \sqrt{72 - \sqrt{64}}; \\ \text{в) } \sqrt{\sqrt{1,44} + \sqrt{0,0001}}; & \text{г) } \sqrt{\sqrt{3,61} + \sqrt{0,0036}}. \end{array}$$

21.18. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sqrt{5^2 + 11}; & \text{б) } \sqrt{3^3 - 2}; & \text{в) } \sqrt{3^2 + 4^2}; \\ \text{г) } \sqrt{2^3 + 41}; & \text{д) } \sqrt{13^2 - 12^2}; & \text{е) } \sqrt{17^2 - 15^2}. \end{array}$$

21.19. Примените формулу разности квадратов двух выражений и вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{100^2 - 96^2}; & \text{б) } \sqrt{13^2 - 6,6^2}; \\ \text{в) } \sqrt{50,5^2 - 49,5^2}; & \text{г) } \sqrt{3,73^2 - 2,52^2}. \end{array}$$

21.20. Примените свойства степени и вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \sqrt{\left(2\frac{1}{4}\right)^{-9} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^9 \cdot (2,25)^{20}}; & \text{б) } \sqrt{\left(1\frac{1}{4}\right)^{-9} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^8 \cdot (0,8)^{-3}}. \end{array}$$

21.21. Назовите два последовательных целых числа, между которыми заключено число $\sqrt{7}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{19}$.

21.22. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{l} \text{а) } -\sqrt{2,56} : \sqrt{0,16} + \frac{15}{\sqrt{2,25}} - \sqrt{1\frac{27}{169}}; \\ \text{б) } 0,12 \cdot \sqrt{40\,000} - \frac{9}{\sqrt{324}} + \sqrt{12,25}; \\ \text{в) } \frac{\sqrt{1,96}}{7} \cdot \sqrt{2\frac{1}{4}} - \frac{18}{\sqrt{0,0081}}; \\ \text{г) } -\sqrt{1\frac{19}{81}} : \sqrt{0,36} + \frac{10}{\sqrt{0,0004}} - 3 : \sqrt{0,0025}. \end{array}$$

21.23. Вычислите:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{73^2 - 2 \cdot 73 \cdot 23 + 23^2}{26^2 - 24^2}}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{32^2 - 15^2}{47}} - 1.$$

21.24*. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sqrt{\sqrt{81}}; & \text{б) } \sqrt{\sqrt{625}}; & \text{в) } \sqrt{\sqrt{5\frac{1}{16}}}; \\ \text{г) } \sqrt{\sqrt{123\frac{37}{81}}}; & \text{д) } \sqrt{44 + \sqrt{25}}; & \text{е) } \sqrt{\sqrt{169} - \sqrt{144}}; \\ \text{ж) } \sqrt{\frac{\sqrt{16} + 0,16^0}{0,2}}; & \text{з) } \sqrt{21 + \sqrt{23 - \sqrt{49}}}; & \text{и) } \sqrt{5\sqrt{1 + 2\sqrt{144}}}. \end{array}$$

21.25*. Найдите, при каких значениях числа a уравнение $2x^2 = a - 3$: а) имеет два корня; б) имеет единственный корень; в) не имеет корней.

21.26*. Докажите, что число $\sqrt{3}$ является иррациональным.

§ 22. Свойства квадратных корней

22.1. Вычислите, используя свойства квадратных корней:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } (\sqrt{25})^2; & \text{б) } (\sqrt{2,3})^2; & \text{в) } (\sqrt{7})^2; & \text{г) } \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2; \\ \text{д) } (2\sqrt{5})^2; & \text{е) } \left(-\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2; & \text{ж) } (-3\sqrt{1,2})^2; & \text{з) } (0,2\sqrt{3})^2. \end{array}$$

22.2. Найдите значение выражения $2m^2$ при:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } m = \sqrt{3}; & \text{б) } m = -\sqrt{13}; & \text{в) } m = 2\sqrt{3}; & \text{г) } m = \sqrt{\frac{2}{13}}; \\ \text{д) } m = -\sqrt{0,3}; & \text{е) } m = 2\sqrt{1,5}; & \text{ж) } m = \frac{\sqrt{3}}{2}; & \text{з) } m = -\frac{\sqrt{5}}{3}. \end{array}$$

22.3. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (\sqrt{11})^2 + (3\sqrt{5})^2; & \text{б) } (5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2; \\ \text{в) } (-\sqrt{15})^2 + (-2\sqrt{7})^2; & \text{г) } \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 - (0,1\sqrt{5})^2. \end{array}$$

22.4. Вычислите, используя свойство квадратного корня из произведения:

- а) $\sqrt{25 \cdot 36}$; б) $\sqrt{49 \cdot 144}$;
 в) $\sqrt{0,16 \cdot 81}$; г) $\sqrt{6,25 \cdot 9}$;
 д) $\sqrt{121 \cdot 1,44}$; е) $\sqrt{25 \cdot 0,09 \cdot 16}$;
 ж) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04 \cdot 0,25}$; з) $\sqrt{0,09 \cdot 1,69 \cdot 121}$;
 и) $\sqrt{0,0004 \cdot 36 \cdot 3,24}$; к) $\sqrt{0,0049 \cdot 2500 \cdot 2,89}$.

22.5. Найдите значение выражения, используя свойство квадратного корня из частного:

- а) $\sqrt{\frac{81}{100}}$; б) $\sqrt{\frac{16}{225}}$; в) $\sqrt{\frac{196}{25}}$;
 г) $\sqrt{\frac{10\,000}{169}}$; д) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$; е) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$.

22.6. Вычислите, используя свойства квадратных корней:

- а) $\sqrt{36 \cdot 169} + \sqrt{\frac{36}{169}}$; б) $\sqrt{\frac{25}{121}} - \sqrt{25 \cdot 121}$.

22.7. Сравните значения выражений $\sqrt{a \cdot b}$ и $\sqrt{\frac{a}{b}}$, если:

- а) $a = 81, b = 25$; б) $a = -49, b = -0,09$;
 в) $a = \frac{9}{16}, b = 1\frac{9}{16}$.

22.8. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{\frac{0,49 \cdot 49}{36}}$; б) $\sqrt{\frac{1,44}{1,69 \cdot 0,25}}$; в) $\sqrt{7\frac{1}{9} \cdot \frac{16}{25}}$; г) $\sqrt{4\frac{21}{25} \cdot 3,24}$.

22.9. Найдите значение выражения, используя свойства квадратных корней:

- а) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$; б) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$; в) $\sqrt{16,9} \cdot \sqrt{10}$;
 г) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{0,02}$; д) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,8}$; е) $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$;

ж) $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{27}}$;

з) $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}$;

и) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{90}}$;

к) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{22,5}}$;

л) $\sqrt{2} : \sqrt{338}$;

м) $\sqrt{40,5} : \sqrt{0,5}$.

22.10. Выполните извлечение квадратного корня:

а) $\sqrt{490 \cdot 10}$;

б) $\sqrt{13 \cdot 1300}$;

в) $\sqrt{810 \cdot 160}$;

г) $\sqrt{80 \cdot 125}$;

д) $\sqrt{75 \cdot 12}$;

е) $\sqrt{0,9 \cdot 8,1}$;

ж) $\sqrt{3,2 \cdot 1,8}$;

з) $\sqrt{14,4 \cdot 22,5}$;

и) $\sqrt{1,69 \cdot 6,25}$.

22.11. Вычислите:

а) $\sqrt{\frac{5}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{45}}$;

б) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{2,4}$;

в) $\sqrt{3,5} \cdot \sqrt{1\frac{1}{7}}$;

г) $\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,25}$;

д) $\sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt{\frac{3}{8}}$;

е) $\sqrt{3\frac{1}{3}} : \sqrt{\frac{5}{6}}$;

ж) $\sqrt{1\frac{1}{16}} : \sqrt{\frac{17}{25}}$;

з) $\sqrt{1\frac{4}{9}} : \sqrt{\frac{13}{16}}$;

и) $\sqrt{1,25} : \sqrt{\frac{64}{125}}$.

22.12. Найдите, во сколько раз число:

а) $\sqrt{98}$ больше числа $\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{13}$ меньше числа $\sqrt{1300}$.

22.13. Вычислите, используя свойства квадратных корней:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} + \sqrt{24} \cdot \sqrt{6}$;

б) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,05} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{135}$;

в) $\sqrt{0,5} : \sqrt{8} - \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{0,9}$;

г) $\sqrt{\frac{3}{8}} : \sqrt{13,5} + \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{4,9}$.

22.14. Выполните действия:

а) $3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$;

б) $2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{7}$;

в) $-\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3}$;

г) $-4\sqrt{2} \cdot (-3\sqrt{2})$.

22.15. Найдите значение выражения $a \cdot b$ при:

а) $a = \sqrt{2}$, $b = 5\sqrt{2}$;

б) $a = 7\sqrt{3}$, $b = -\sqrt{3}$;

в) $a = -4\sqrt{5}$, $b = 2\sqrt{5}$;

г) $a = -2\sqrt{10}$, $b = -3\sqrt{10}$.

22.16. Докажите, что значение выражения является целым числом:

а) $(\sqrt{3})^3 \cdot \sqrt{75}$; б) $(5\sqrt{2})^3 \cdot \sqrt{2}$; в) $\frac{(\sqrt{5})^3}{\sqrt{125}}$; г) $\frac{16\sqrt{2}}{(-2\sqrt{2})^3}$.

22.17. Определите, являются ли взаимно обратными числа:

а) $\sqrt{7}$ и $\frac{\sqrt{7}}{7}$; б) $3\sqrt{2}$ и $\frac{1}{\sqrt{18}}$;
 в) $(\sqrt{5})^3$ и $\frac{1}{\sqrt{125}}$; г) $(10\sqrt{2})^2$ и $\frac{1}{(2\sqrt{5})^2}$.

22.18. Найдите значение выражения, используя рациональный способ решения:

а) $\sqrt{29^2 - 20^2}$; б) $\sqrt{37^2 - 12^2}$;
 в) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2}$; г) $\sqrt{1,53^2 - 0,72^2}$.

22.19. Вычислите:

а) $9\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; б) $2\sqrt{5} : \left(\frac{1}{9}\sqrt{20}\right)$;
 в) $0,01\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{48}$; г) $-8\sqrt{3} : \left(\frac{7}{15}\sqrt{75}\right)$.

22.20. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{-200 \cdot (-0,18)}$; б) $\sqrt{\frac{2}{13} \cdot (-8) \cdot \left(-\frac{1}{13}\right)}$;
 в) $\sqrt{\frac{-72}{-50}}$; г) $\sqrt{\frac{-5}{3 \cdot (-15)}}$.

22.21. Расположите выражения $(0,4 \cdot \sqrt{9000})^2$, $\sqrt{9000} : \sqrt{0,4}$ и $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{9000}$ в порядке возрастания их значений.

22.22. Определите, рациональными или иррациональными числами являются значения выражений a^2 , a^3 и $5a\sqrt{5}$ при:

а) $a = \sqrt{5}$; б) $a = -2\sqrt{5}$; в) $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$; г) $a = -\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

22.23. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{72} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{48}$; б) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{50} + \sqrt{\frac{7}{81}} \cdot \sqrt{7}$;
 в) $\sqrt{80 \cdot 5} - \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{245}}$; г) $\sqrt{2} : \sqrt{32} + \sqrt{24 \cdot 150}$.

22.24. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{15}}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{39}}$; в) $\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$;
 г) $\frac{18\sqrt{7} \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{3}}$; д) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{15}}{45}$; е) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{14}}{21}$;
 ж) $\frac{2\sqrt{91} \cdot \sqrt{7}}{14\sqrt{13}}$; з) $\frac{20\sqrt{17}}{3\sqrt{85} \cdot \sqrt{5}}$; и) $\frac{\sqrt{65} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{91} \cdot \sqrt{7}}$.

22.25. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{87^2}$; б) $13 \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{26}\right)^2}$; в) $\sqrt{(-17)^2}$; г) $0,1 \cdot \sqrt{(-3,1)^2}$.

22.26. Упростите выражение, применив свойства корня:

а) $\sqrt{m^2}$; б) $\sqrt{(5b)^2}$; в) $\sqrt{49x^2}$; г) $\sqrt{\frac{25a^2}{16}}$.

22.27. Упростите выражение:

а) $\sqrt{a^2}$, если $a > 0$; б) $\sqrt{m^2}$, если $m < 0$;
 в) $\sqrt{16b^2}$, если $b < 0$; г) $\sqrt{\frac{x^2}{49}}$, если $x \geq 0$;
 д) $-5\sqrt{d^2}$, если $d > 0$; е) $-3\sqrt{0,36c^2}$, если $c \leq 0$;
 ж) $-\sqrt{\frac{n^2}{64}}$, если $n < 0$; з) $-\sqrt{5\frac{1}{16}x^2}$, если $x \geq 0$.

22.28. Представьте в виде одночлена стандартного вида выражение:

а) $\sqrt{x^{10}}$ при $x \geq 0$; б) $\sqrt{9a^6}$ при $a < 0$;
 в) $\sqrt{c^8}$; г) $\sqrt{\frac{x^6}{49}}$;

д) $3a\sqrt{4a^2}$ при $a < 0$;

е) $8a^3\sqrt{25a^2}$ при $a \geq 0$;

ж) $-a\sqrt{0,49a^2}$ при $a \leq 0$;

з) $-a^4\sqrt{0,09a^2}$ при $a \geq 0$;

и) $-5\sqrt{0,81d^6}$ при $d > 0$;

к) $-5b\sqrt{16b^{14}}$ при $b \leq 0$;

л) $-m \cdot \sqrt{\frac{m^{16}}{25}}$;

м) $-n^2 \cdot \sqrt{\frac{9n^{12}}{49}}$.

22.29. Вычислите:

а) $\sqrt{5^6}$; б) $\sqrt{(-3)^8}$; в) $\sqrt{7^4 \cdot (-10)^6}$; г) $\sqrt{\frac{15^4 \cdot (-2)^8}{(-7)^4}}$.

22.30. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{2,5 \cdot 10^7}$; б) $\sqrt{12,1 \cdot 10^5}$;
в) $\sqrt{1,6 \cdot 10^{-3}}$; г) $\sqrt{0,049 \cdot 10^{-5}}$.

22.31. Преобразуйте выражение:

а) $\sqrt{49a^{10}b^6}$, если $a > 0, b < 0$; б) $-\sqrt{0,25a^{12}b^{18}}$, если $b \geq 0$;
в) $\sqrt{\frac{100a^{14}}{81b^8}}$, если $a < 0$; г) $-\sqrt{\frac{36a^{24}}{121b^{22}}}$, если $b < 0$.

22.32. Упростите выражение, используя свойства корня:

а) $\sqrt{(a-1)^2}$ при $a \geq 1$;
б) $\sqrt{(a+6)^2}$ при $a < -6$;
в) $\sqrt{(a-4)^2} + \sqrt{(a-7)^2}$ при $4 \leq a \leq 7$;
г) $\sqrt{(a+9)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$ при $a < -9$.

22.33*. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $\sqrt{(4m-10,8)^2} + 10,8$ при $-1 \leq m \leq 1$;
б) $\sqrt{(6n-24,2)^2} - 24,2$ при $-5 < n < 4$;

в) $\sqrt{(a - 0,9)^2} - \sqrt{(1,6a + 0,8)^2} - a - 0,8$ при $-0,4 \leq a \leq -0,5$;

г) $\sqrt{(18b - 2)^2} + \sqrt{(b + 1,7)^2} - b + 1,7$ при $-2,8 \leq b \leq -1,8$.

22.34*. Найдите значение выражения:

а) $(\sqrt{\sqrt{13}})^4$; б) $(\sqrt{2\sqrt{3}})^4$.

22.35*. Вычислите:

а) $\sqrt{2\frac{7}{81} \cdot 150 - 2\frac{7}{81} \cdot 6} + \sqrt{\frac{49}{42,5^2 - 6,5^2}}$;

б) $\sqrt{\sqrt{32} \cdot \sqrt{0,02} \cdot 0,2}$;

в) $\sqrt{\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{24}} \cdot \sqrt{\frac{3}{26}}}$.

22.36*. Представьте в виде многочлена выражение:

а) $\sqrt{a^2 - 12ab + 36b^2}$ при $a < 6b$;

б) $\sqrt{25m^2 - 10mn + n^2}$ при $n \geq 5m$.

22.37*. Постройте график функции:

а) $y = \sqrt{(x + 1)^2}$ при $x \geq -1$; б) $y = \sqrt{(x - 5)^2}$ при $x \leq 5$;

в) $y = \sqrt{(x - 1)^2} + (\sqrt{x - 1})^2$; г) $y = \sqrt{(x - 3)^2} + 2(\sqrt{3 - x})^2$.

§ 23. Применение свойств квадратных корней

23.1. Верно ли, что:

а) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; б) $\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$; в) $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$?

23.2. Пользуясь алгоритмом, вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt{12}$; б) $\sqrt{50}$; в) $\sqrt{54}$; г) $\sqrt{99}$;
 д) $\sqrt{128}$; е) $\sqrt{125}$; ж) $\sqrt{500}$; з) $\sqrt{270}$.

23.10. Внесите множитель под знак корня:

- а) $2\sqrt{c}$; б) $3\sqrt{5d}$; в) $\frac{1}{7}\sqrt{14m}$;
 г) $-3\sqrt{x}$; д) $-5\sqrt{m^5}$; е) $-0,1\sqrt{300b}$.

23.11. В выражении $a\sqrt{10}$ внесите множитель под знак корня, если:

- а) $a \geq 0$; б) $a < 0$.

23.12. Внесите множитель под знак корня:

- а) $(x-3)\sqrt{2}$, если $x > 3$; б) $(a+5)\sqrt{3}$, если $a \leq -5$;
 в) $a\sqrt{a}$; г) $b\sqrt{-b}$;
 д) $(n-3)\sqrt{n-3}$; е) $(m-7)\sqrt{7-m}$.

23.13. Упростите выражение:

- а) $3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$; б) $2\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$;
 в) $4\sqrt{2} + \sqrt{2}$; г) $7\sqrt{6} - \sqrt{6}$;
 д) $10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$; е) $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} - 13\sqrt{11}$.

23.14. Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел:

- а) $2\sqrt{5}$ и $6\sqrt{5}$; б) $-6\sqrt{7}$ и $\sqrt{7}$; в) $-5\sqrt{3}$ и $5\sqrt{3}$.

23.15. Упростите выражение:

- а) $4\sqrt{3} - \sqrt{12}$; б) $\sqrt{45} + \sqrt{5}$;
 в) $\sqrt{48} - 4\sqrt{3}$; г) $\sqrt{72} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$;
 д) $0,5\sqrt{28} - 2\sqrt{7} + \sqrt{343}$; е) $2\sqrt{125} - 3\sqrt{45} + 2\sqrt{80}$;
 ж) $\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{128}$; з) $\sqrt{24} - \sqrt{96} + \frac{2}{5}\sqrt{150}$.

23.16. Рациональным или иррациональным числом является значение выражения:

- а) $\frac{\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98}}{\sqrt{50} - \sqrt{125}}$; б) $\frac{\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{98}}{\sqrt{0,5} - \sqrt{0,005}}$;

$$в) \frac{4 \cdot \sqrt{3,6} - \sqrt{10} - \sqrt{0,9}}{\sqrt{12,1}};$$

$$г) \frac{4 \cdot \sqrt{0,064} - \sqrt{10} - \sqrt{0,4}}{\sqrt{14,4}} ?$$

23.17. Найдите значение выражения:

$$а) (\sqrt{28} + \sqrt{7})^2; \quad б) (\sqrt{72} - \sqrt{2})^2; \quad в) (\sqrt{12} - \sqrt{27})^2.$$

23.18. Определите, рациональным или иррациональным числом является значение выражения:

$$\begin{array}{ll} а) (\sqrt{50} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}; & б) 2\sqrt{5} \cdot (\sqrt{45} - \sqrt{20}); \\ в) (3\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{32}) \cdot (2\sqrt{2}); & г) (\sqrt{3} - \sqrt{12}) : \sqrt{3}; \\ д) (\sqrt{24} + \sqrt{96}) : (6\sqrt{6}); & е) (\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{112}) : (4\sqrt{7}). \end{array}$$

23.19. Выполните действия:

$$\begin{array}{l} а) 2,5\sqrt{8} - \sqrt{5} \cdot (\sqrt{10} + \sqrt{5}); \\ б) \sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{6}) + \frac{2}{3}\sqrt{27}; \\ в) \sqrt{80} + \sqrt{1,25} - \frac{1}{14}\sqrt{245} - \sqrt{180}; \\ г) \sqrt{0,75} - \sqrt{108} - \frac{1}{32}\sqrt{192} + \sqrt{147}. \end{array}$$

23.20. Выполните умножение:

$$\begin{array}{ll} а) (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 2); & б) (5\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1); \\ в) (2\sqrt{5} - 3)(3 - \sqrt{5}); & г) (4\sqrt{7} + 1)(3 - \sqrt{7}); \\ д) (2\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5}); & е) (2\sqrt{3} - 5\sqrt{2})(5\sqrt{3} - 2\sqrt{2}). \end{array}$$

23.21. Примените формулу разности квадратов и вычислите:

$$\begin{array}{ll} а) (2 + \sqrt{6})(2 - \sqrt{6}); & б) (1 - 4\sqrt{3})(1 + 4\sqrt{3}); \\ в) (\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{7}); & г) (\sqrt{23} - \sqrt{11})(\sqrt{11} + \sqrt{23}); \\ д) (2\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{7} + 2\sqrt{5}); & е) (3\sqrt{13} + 2\sqrt{17})(2\sqrt{17} - 3\sqrt{13}); \\ ж) (\sqrt{3} + 2\sqrt{6})(\sqrt{24} - \sqrt{3}); & з) (\sqrt{5} - \sqrt{12})(2\sqrt{3} + \sqrt{5}). \end{array}$$

23.22. Примените формулы квадрата суммы или квадрата разности и упростите выражение:

а) $(\sqrt{7} + 1)^2$; б) $(2\sqrt{3} - 1)^2$;
 в) $(\sqrt{7} + \sqrt{10})^2$; г) $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$.

23.23. Упростите выражение:

а) $(\sqrt{3} - 1)^2 - 4$; б) $(3 + 5\sqrt{2})^2 - 59$;
 в) $9 - (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$; г) $13 - (2\sqrt{3} + 1)^2$.

23.24. При $a = \sqrt{3} - 2$ найдите значение выражения:

а) $(a + 2)^2$; б) $a^2 + 4a$; в) $2a^2$.

23.25. Найдите значение выражения:

а) $(1 - \sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6}$; б) $(\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 - \sqrt{48}$;
 в) $(\sqrt{5} - 2)^2 + \sqrt{80}$; г) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{40}$;
 д) $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2 - \sqrt{84} - (\sqrt{21})^2$; е) $(4\sqrt{3} + 5)^2 - (10 + 2\sqrt{3})^2$;
 ж) $(2\sqrt{2} - 1)(\sqrt{8} + 1) - 15$; з) $(3\sqrt{2} - 2)(\sqrt{18} + 2) - 17$;
 и) $(\sqrt{3} - 1)^2(4 + 2\sqrt{3})$; к) $(2 + \sqrt{5})^2(9 - 4\sqrt{5})$;
 л) $(1 + \sqrt{2})^2(1 - \sqrt{2})^2 - 5$; м) $(\sqrt{2} + 2)^2(2 - \sqrt{2})^2 - 2$;
 н) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{6}$;
 о) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 - 4\sqrt{15}$.

23.26. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{18}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{7}{\sqrt{14}}$; в) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{35}}$; г) $\frac{8}{5\sqrt{2}}$.

23.27. Упростите выражение:

а) $\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}}$; б) $\frac{12}{\sqrt{6}} - 7\sqrt{6}$; в) $\left(\frac{14}{\sqrt{7}} + \sqrt{7}\right) \cdot \sqrt{7}$;

$$\text{г) } \left(\frac{15}{\sqrt{5}} - \sqrt{5} \right) : \frac{\sqrt{5}}{7}; \quad \text{д) } \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad \text{е) } \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{15}}{5}.$$

23.28. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\text{а) } \frac{1}{\sqrt{5}-1}; \quad \text{б) } \frac{12}{3+\sqrt{3}}; \quad \text{в) } \frac{4}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}; \quad \text{г) } \frac{86}{3\sqrt{7}+2\sqrt{5}}.$$

23.29. Упростите выражение:

$$\text{а) } \frac{5}{\sqrt{6}-1} + \frac{3}{\sqrt{6}}; \quad \text{б) } \frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}.$$

23.30. Найдите значение выражения $a - \frac{a}{\sqrt{3}}$, если $a = \frac{\sqrt{3}+3}{2}$.

23.31. Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}; & \text{б) } & \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}; \\ \text{в) } & \frac{9}{\sqrt{13}-2} + \frac{3}{4+\sqrt{13}}; & \text{г) } & \frac{13}{\sqrt{17}-2} + \frac{8}{\sqrt{17}-3}. \end{aligned}$$

23.32. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{9}{5-\sqrt{7}} + \frac{22}{7+\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}; & \text{б) } & \frac{11}{5-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{2}{3+\sqrt{5}}; \\ \text{в) } & \frac{9}{4-\sqrt{7}} + \frac{33}{6-\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}; & \text{г) } & \frac{12}{\sqrt{13}-1} + \frac{2}{3+\sqrt{11}} - \frac{2}{\sqrt{13}-\sqrt{11}}. \end{aligned}$$

23.33. Докажите, что значение выражения является целым числом:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(\frac{12}{\sqrt{15}-3} - \frac{28}{\sqrt{15}-1} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} \right) (6-\sqrt{3}); \\ \text{б) } & \left(\frac{12}{\sqrt{13}-3} - \frac{36}{\sqrt{13}-1} + \frac{2}{1-\sqrt{2}} \right) (4+2\sqrt{2}). \end{aligned}$$

23.34. Разложите на множители:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 7 + \sqrt{7}; & \text{б) } & \sqrt{5} - 5; & \text{в) } & 2\sqrt{3} + 3; \\ \text{г) } & \sqrt{2} - \sqrt{14}; & \text{д) } & \sqrt{15} + \sqrt{5}; & \text{е) } & \sqrt{21} - 4\sqrt{7}. \end{aligned}$$

23.35. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{13} + 13}{\sqrt{13}}; \quad \text{б) } \frac{3\sqrt{5}}{5 - \sqrt{5}}; \quad \text{в) } \frac{\sqrt{7} + 1}{\sqrt{21} + \sqrt{3}}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{5} - 3}{\sqrt{10} - 3\sqrt{2}}.$$

23.36. Сократите дробь, разложив числитель и знаменатель на множители:

$$\text{а) } \frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{12 + 4\sqrt{5}}; \quad \text{б) } \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2}{6 - \sqrt{35}}; \quad \text{в) } \frac{20 - 10\sqrt{3}}{(1 - \sqrt{3})^2}; \quad \text{г) } \frac{62 + 20\sqrt{6}}{(5 + \sqrt{6})^2}.$$

23.37. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2}; & \text{б) } & \sqrt{(2 - \sqrt{6})^2}; \\ \text{в) } & \sqrt{(1 - 2\sqrt{2})^2} - 9; & \text{г) } & \sqrt{(5 - 3\sqrt{3})^2} - 3\sqrt{3}; \\ \text{д) } & \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2}; & \text{е) } & \sqrt{(5 - 2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(4 - 2\sqrt{6})^2}. \end{aligned}$$

23.38. Докажите, что значение выражения является целым числом:

$$\text{а) } \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{11})^2}; \quad \text{б) } \sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2}.$$

23.39. Упростите выражение:

$$\text{а) } \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}; \quad \text{б) } \sqrt{(3 - \sqrt{11})^2} - 2\sqrt{11}.$$

23.40*. Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} \text{а) } & (2 - \sqrt{2}) \left(\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt{(2 + \sqrt{2})^2} \right); \\ \text{б) } & (5 - \sqrt{5}) \left(\sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(3 + \sqrt{5})^2} \right). \end{aligned}$$

23.41*. Упростите выражение, представив подкоренное выражение в виде полного квадрата:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}; & \text{б) } & \sqrt{20 + 6\sqrt{11}}; & \text{в) } & \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}; \\ \text{г) } & \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}; & \text{д) } & \sqrt{11 - 2\sqrt{30}}; & \text{е) } & \sqrt{49 - 8\sqrt{3}}; \\ \text{ж) } & \sqrt{7 - \sqrt{24}}; & \text{з) } & \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}; & \text{и) } & \sqrt{13 - 4\sqrt{10}}. \end{aligned}$$

23.42*. Сравните значения выражений $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ и $\sqrt{(-4)^2}$.

23.43*. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{5 - \sqrt{24}} - 2 + \sqrt{2}$;
 в) $\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$; г) $\sqrt{10 - 4\sqrt{6}} + \sqrt{15 - 6\sqrt{6}}$.

23.44*. Сравните значения выражений:

- а) $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$ и $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;
 б) $\sqrt{33 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}$ и $\sqrt{49 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$.

23.45*. Верно ли, что значение выражения является целым числом:

- а) $\frac{\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}{\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}$; б) $\frac{\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$?

23.46*. Найдите значение выражения $(2\sqrt{3} - \sqrt{21})\sqrt{\frac{\sqrt{21} + 2\sqrt{3}}{\sqrt{21} - 2\sqrt{3}}}$.

23.47*. Упростите выражение и найдите его значение:

- а) $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$;
 б) $(5 + 2\sqrt{6})(4\sqrt{3} - \sqrt{32})\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$.

23.48*. Найдите значение выражения:

- а) $(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7})(2\sqrt{15} - 1)$;
 б) $(\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6})(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{6})(2\sqrt{10} - 1)$.

23.49*. Сократите дробь:

- а) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{15} - 2\sqrt{3}}{2 - \sqrt{10} - 2\sqrt{2}}$; б) $\frac{2 - \sqrt{6} - \sqrt{10}}{\sqrt{10} - \sqrt{15} - 5}$;
 в) $\frac{\sqrt{28} - 2\sqrt{18} - 2\sqrt{12}}{6\sqrt{32} + 4\sqrt{48} - 8\sqrt{7}}$; г) $\frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{2\sqrt{27} - 3\sqrt{18} - \sqrt{45}}$.

23.50*. Упростите выражение:

а) $\sqrt{\sqrt{17 + 12\sqrt{2}}}$; б) $\sqrt{\sqrt{28 + 16\sqrt{3}}}$.

23.51*. Упростите выражение:

а) $\sqrt{17 + 6\sqrt{4 - \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$; б) $\frac{\sqrt{34 - 24\sqrt{2}} + 1}{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$.

23.52*. Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}.$$

23.53*. Вычислите:

а) $\frac{3}{\sqrt{1} + \sqrt{4}} + \frac{3}{\sqrt{4} + \sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} + \dots + \frac{3}{\sqrt{97} + \sqrt{100}}$.

б) $\frac{3}{\sqrt{9} + \sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{12} + \sqrt{15}} + \frac{3}{\sqrt{15} + \sqrt{18}} + \dots + \frac{3}{\sqrt{118} + \sqrt{121}}$.

§ 24. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение двойных неравенств.

Числовые промежутки

24.1. Изобразите на координатной прямой и запишите в виде числового промежутка решение неравенства:

а) $x > 6$; б) $x \leq 5$; в) $x < -7$; г) $x \geq -2$;
 д) $x > 0$; е) $x \leq -\frac{2}{7}$; ж) $x > 3,7$; з) $x \leq 1\frac{4}{9}$.

24.2. Запишите числовые промежутки и неравенства, решения которых представлены на рисунке 12.

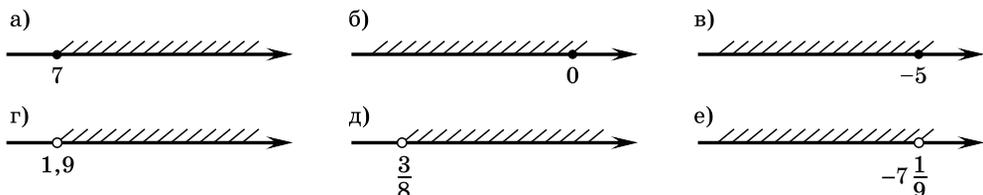


Рис. 12

24.3. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

- а) $[-8; 9]$; б) $[0; 3]$; в) $[5,7; +\infty)$;
 г) $(-9; +\infty)$; д) $(5; 12]$; е) $[-6,3; 2)$.

24.4. Верно ли, что решением системы неравенств $\begin{cases} x < 5, \\ x \geq -1 \end{cases}$ является число:

- а) -2 ; б) -1 ; в) $-0,8$; г) 0 ;
 д) $1,7$; е) $\sqrt{3}$; ж) 4 ; з) 5 ?

24.5. Решите систему неравенств:

- а) $\begin{cases} x > 5, \\ x \geq 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x > 5, \\ x \leq 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x < 5, \\ x \geq 7; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x < 5, \\ x \leq 7. \end{cases}$

24.6. Решите систему неравенств, используя алгоритм:

- а) $\begin{cases} 5x \geq -5, \\ -3x < 12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3,5x > -7, \\ -0,5x \geq -1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 1,25x \leq 2,5, \\ -4x > -20; \end{cases}$
 г) $\begin{cases} \frac{1}{9}x < 3, \\ -5x \geq -35; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 1,5x > -15, \\ -x > -3; \end{cases}$ е) $\begin{cases} \frac{2x}{3} \leq -6, \\ -x < -10. \end{cases}$

24.7. Верно ли, что система неравенств $\begin{cases} x < 6, \\ x \geq 6 \end{cases}$ не имеет решений?

24.8. Решите систему неравенств:

- а) $\begin{cases} x \leq 7, \\ x < 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x \geq 15, \\ -3x \leq -6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 0,3x > -3, \\ x \leq -10; \end{cases}$
 г) $\begin{cases} \frac{1}{7}x \geq 2, \\ -2x \geq -28; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 1,2x > -24, \\ -x > -20; \end{cases}$ е) $\begin{cases} \frac{3x}{7} \leq -9, \\ -x > -21. \end{cases}$

24.9. Найдите наибольшее и наименьшее целые решения системы неравенств:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \begin{cases} \sqrt{17} - x > 0, \\ 2x + 1 \geq 0; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} x + \sqrt{3} > 0, \\ 8 - 5x > 0; \end{cases} & \text{в)} \begin{cases} x + \sqrt{5} < 0, \\ 3x + 16 \geq 0; \end{cases} \\ \text{г)} \begin{cases} \sqrt{3}x < \sqrt{27}, \\ x + 8 \geq 0; \end{cases} & \text{д)} \begin{cases} \sqrt{5}x > -7\sqrt{5}, \\ -x \geq -2,8; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} \sqrt{3}x \geq -9, \\ -x > -10. \end{cases} \end{array}$$

24.10. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \begin{cases} 3 - 2x < 0, \\ 6x \geq 2; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} x - 1 < 2, \\ 2x - 4 < 6; \end{cases} & \text{в)} \begin{cases} 3x + 4 \geq 1, \\ 2x + 3 \geq 7; \end{cases} \\ \text{г)} \begin{cases} 4x - 3 > x, \\ 20 - 4x \geq 0; \end{cases} & \text{д)} \begin{cases} 2x - 6 \leq 0, \\ x - 2 < 3x + 10; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} 3 - x < x + 2, \\ 3x - 1 \geq 1 - 2x. \end{cases} \end{array}$$

24.11. Найдите, при каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \sqrt{x-3} - \sqrt{7-x}; & \text{б)} \sqrt{x} + \sqrt{x+2}; \\ \text{в)} \sqrt{x+4} + \sqrt{8-3x}; & \text{г)} \sqrt{1-9x} - \sqrt{-x-5}. \end{array}$$

24.12. Решите систему неравенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} 8(2-x) - 2x \geq 3, \\ 3(1-6x) - x < 2x; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} -(x+5) > 3(x+1), \\ 2x+1 \geq 10x-7; \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} 2(x-11) < -x-8, \\ 4x-10 \leq 7(x-7)+9; \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} 6(x-2) - x \geq 3x-12, \\ 5(x+1) - x \geq 8x+3; \end{cases} \\ \text{д)} \begin{cases} 4(x+3) + x < 3x+6, \\ 6(x-1) - x > 7x-2; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} 5(x-1) - x < 2x+3, \\ 4(x+1) - 2(x-1) \geq 2. \end{cases} \end{array}$$

24.13. Найдите, при каких значениях аргумента обе функции $y = 3x - 7$ и $y = 4 - 5x$ принимают отрицательные значения.

24.14. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{4x-1}{3} \leq 9, \\ 3x-1 > x+2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x-3 < 4x-2,5, \\ \frac{x}{5} \geq \frac{x}{3} - 2; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{x+3}{3} \geq \frac{6x-7}{4}, \\ \frac{x+12}{2} \leq 13x+4; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{2x-7}{2} > \frac{3-x}{3} + 1, \\ \frac{3x-5}{5} + 3 > \frac{4x-4}{3} - \frac{x-2}{2}; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} \frac{x+3}{3} \leq \frac{2x-1}{2}, \\ \frac{x-2}{4} > \frac{x+4}{3}; \end{cases}$$

$$\text{е) } \begin{cases} \frac{2x+3}{3} > \frac{3x-1}{5}, \\ \frac{3x-1}{5} \geq \frac{2x-3}{2}; \end{cases}$$

$$\text{ж) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} - 2 \leq \frac{x}{3}, \\ x+1 + \frac{x+1}{3} > -x - \frac{1}{3}; \end{cases}$$

$$\text{з) } \begin{cases} \frac{6-x}{4} - \frac{x-1}{3} > \frac{x-4}{4}, \\ \frac{4x-4}{5} - \frac{2x-3}{3} < \frac{15x+7}{15}. \end{cases}$$

24.15. Найдите область определения выражения:

$$\text{а) } \sqrt{\frac{x-3}{4}} + 2 + \sqrt{9-2x};$$

$$\text{б) } \sqrt{7-\frac{x}{5}} - \sqrt{\frac{3x+7}{4}}.$$

24.16. Найдите наибольшее целое решение системы неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x-4 \leq 1 - \frac{x-1}{4}, \\ 2x-0,5 > \frac{x}{2} - 1,5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1, \\ 2-2x > 0,5 + 0,5x. \end{cases}$$

24.17. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x+1 < \frac{4x-17}{2}, \\ x(x+1) \geq (x-2)(x+2) - 6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} (x+5)(x-4) \geq (x+5)(x-5) + 13, \\ \frac{3x-4}{5} > -7; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 5x + 2 \leq \frac{7x + 1}{2}, \\ (x + 3)(x + 5) \geq x^2 + 3x; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} (x - 6)^2 \leq (x - 2)^2 - 8, \\ 2x - 1 < 14 - (5x - 9); \end{cases}$$

$$д) \begin{cases} x - 3 < \frac{7x + 4}{2}, \\ (x - 3)(x + 3) + 1 < (x - 4)^2; \end{cases}$$

$$е) \begin{cases} x^2 + 3x \geq 6x - (1 - x)(1 + x), \\ (x - 1)^2 < 4x + (x - 1)(x + 1). \end{cases}$$

24.18. Найдите все значения переменной x , при которых значение выражения $\frac{7 - 9x}{18}$ не меньше значения выражения $7 - \frac{x}{12}$, а значение выражения $1 - 10x$ неотрицательно.

24.19. Найдите сумму целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} 0,8(x - 3) - 3,2 < 0,3(2 - x), \\ 0,2(2x + 1) > -(x - 1,6). \end{cases}$$

24.20. Длина одной стороны треугольника равна 8 см, а сумма длин двух других — 20 см. Найдите длины этих сторон, зная, что они выражаются целыми числами.

24.21. Велосипедист ежедневно проезжает одно и то же число километров. Если бы велосипедист проезжал в день на 10 км больше, то за 3 дня он проехал бы меньше 210 км. Если бы он проезжал в день на 5 км меньше, то за 6 дней он проехал бы больше 210 км. Сколько километров ежедневно проезжает велосипедист?

24.22. Решите совокупность неравенств:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \begin{cases} x > 2, \\ x \geq 5; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} x \leq -4, \\ x < 0; \end{cases} & \text{в)} \begin{cases} x > -7, \\ x < 1; \end{cases} \\ \text{г)} \begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq 8; \end{cases} & \text{д)} \begin{cases} x \leq -5, \\ x + 1 > 7; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} x < -2, \\ x - 1 > 3. \end{cases} \end{array}$$

24.23. Решите совокупность неравенств, используя алгоритм:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} 2x - 1 < 1, \\ 3 - x < 0; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 5x + 3 < 8, \\ 0,7 - 3x \geq -2,6; \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} 3x + 7 \leq 9 + 2x, \\ x - 5 < 2x + 2; \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} 2x - 3 < x - 3, \\ 4x + 3 < 8 - x. \end{cases} \end{array}$$

24.24. Решите совокупность неравенств:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \begin{cases} x + 9 < 19, \\ 2(x - 1) \geq 18; \end{cases} & \text{б)} \begin{cases} 6 - 2x \leq 1 - 3(x - 1), \\ 6x - 4(x - 1) < x + 3; \end{cases} \\ \text{в)} \begin{cases} 2(x - 1) - 3(x + 4) > x, \\ 6x + 14 \geq 5 - x; \end{cases} & \text{г)} \begin{cases} \frac{2x - 1}{3} > 1, \\ x - \frac{6x}{5} \geq -\frac{2}{5}; \end{cases} \\ \text{д)} \begin{cases} \frac{2x - 1}{2} \geq \frac{x + 2}{3}, \\ 2x + 3 < \frac{x + 2}{2}; \end{cases} & \text{е)} \begin{cases} \frac{3 - 2x}{5} < \frac{1 - x}{2}, \\ 2 - 3x > x; \end{cases} \\ \text{ж)} \begin{cases} \frac{4x + 1}{7} - \frac{x}{2} > 0, \\ (x + 2)(x - 3) \geq x^2; \end{cases} & \text{з)} \begin{cases} \frac{x + 1}{3} - \frac{x}{4} > 0, \\ (x + 3)(x - 4) \leq x^2. \end{cases} \end{array}$$

24.25. Решите двойное неравенство:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} -6 < 2x \leq 7; & \text{б)} -5 \leq x + 1 < 8; & \text{в)} 4 \leq -x \leq 9; \\ \text{г)} -7 < 6 - 2x < 9; & \text{д)} -1 < \frac{x}{5} \leq 3; & \text{е)} 0 < \frac{-5x}{9} < 15. \end{array}$$

24.26. Найдите, при каких значениях переменной значения двучлена $8 - 3x$ принадлежат промежутку:

- а) $[-1; 14)$; б) $(-15; 0]$.

24.27. Найдите, при каких значениях аргумента функция $y = -\frac{x}{2} + 3$ принимает значения:

- а) больше -1 , но меньше 12 ; б) не меньше 9 , но меньше 15 .

24.28. Решите двойное неравенство двумя способами:

- а) $-2,4 \leq 0,6x + 3,6 \leq 5,4$; б) $-71,7 < 3x - 0,3 \leq 9,6$;
в) $-3,1 \leq 5 - 0,1x < 4,23$; г) $-6,4 < 3 - 0,2x < 2,48$.

24.29. Решите двойное неравенство:

- а) $-5 \leq \frac{3x-1}{2} < 0$; б) $-1 < \frac{5x+1}{3} \leq 7$;
в) $-4 \leq \frac{4x-3}{5} \leq 0$; г) $3 < \frac{2-5x}{2} < 10$.

24.30. Найдите сумму наименьшего и наибольшего целых решений двойного неравенства $-4 < \frac{18-4x}{5} - 2 \leq 30$.

24.31. Решите двойное неравенство:

- а) $-1 < \frac{1-3x}{1,2} - 2 < 0$; б) $-2 \leq \frac{3-5x}{0,5} - 4 < 0$.

24.32. Найдите, при каких значениях переменной значение выражения $\frac{2}{9}(4-9x)$ больше -2 , но не превышает 12 .

24.33. Решите двойное неравенство, заменив его системой неравенств:

- а) $x - 4 < 5x - 1 \leq 3x + 2$; б) $2x - 3 < 2 - x < 9x$;
в) $2x - 3 \leq 12 - x < 3x + 7$; г) $2x + 9 \leq 8 - 3x \leq 5 - 4x$.

24.34. Найдите все значения аргумента, при которых график функции $y = -\frac{x}{5} + 7$ расположен не выше графика функции $y = -\frac{4x-1}{3}$, но выше графика функции $y = 3x + 1$.

24.35*. Для каждого значения числа a решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 1 < 3, \\ 2x - a \leq a; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x - 1 \geq 3, \\ 2x - a < a; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} 2x - 1 \leq 3, \\ 2x - a \leq a. \end{cases}$$

24.36*. При каких значениях a система неравенств $\begin{cases} -10x + 1 < -9, \\ 1 + 2x < a + x \end{cases}$ не имеет решений?

§ 25. Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений. Формулы корней квадратного уравнения. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений

25.1. Верно ли, что уравнение является квадратным:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 3x^2 - 4x + 5 = 0; & \text{б) } x^2 - 4x - 5 = 0; \\ \text{в) } x^2 - 4x = 0; & \text{г) } 5x^2 - 4 = 0? \end{array}$$

25.2. Какое из данных уравнений не является квадратным:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 3x^2 - 8x - 5 = 0; & \text{б) } x^2 = 0; \\ \text{в) } x - 4 = 0; & \text{г) } 5x^2 - x = 0? \end{array}$$

25.3. Пользуясь определением квадратного уравнения, из данных уравнений выберите квадратные и определите их коэффициенты:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 7x^2 + 3x - 1 = 0; & \text{б) } 2x^2 + x - 7 = 0; \\ \text{в) } 3x^2 + 10 = 0; & \text{г) } -4x^2 - x + 1 = 0; \\ \text{д) } x^2 + 5x + 2 = 0; & \text{е) } x^3 + 5x^2 - 1 = 0; \\ \text{ж) } 8x^2 = 0; & \text{з) } 6x - 5 = 0; \\ \text{и) } 2x^2 + 3x = 0; & \text{к) } x^2 - 5 = 0. \end{array}$$

Какие из данных уравнений являются неполными квадратными уравнениями?

25.4. Составьте квадратное уравнение по его коэффициентам:

- а) $a = 4; b = 9; c = 3;$ б) $a = 1; b = -5; c = 7;$
 в) $a = -2; b = 1; c = 5;$ г) $a = -7; b = 4; c = 0;$
 д) $a = 2; b = 0; c = -1;$ е) $a = -1; b = 0; c = 0.$

25.5. Решите неполное квадратное уравнение:

- а) $x^2 - 7x = 0;$ б) $3x^2 + 2x = 0;$ в) $-x^2 + 5x = 0;$
 г) $0,1x^2 - 1,9x = 0;$ д) $x^2 - \sqrt{5}x = 0;$ е) $x^2 = -7x;$
 ж) $7x^2 - x = 4x;$ з) $8x = x - x^2;$ и) $5x^2 = 2x^2 - x.$

25.6. Сколько корней имеет уравнение:

- а) $x^2 - 16 = 0;$ б) $x^2 + 16 = 0?$

25.7. Решите уравнение:

- а) $x^2 - 9 = 0;$ б) $4x^2 - 1 = 0;$ в) $x^2 + 7 = 0;$
 г) $9x^2 - 25 = 0;$ д) $x^2 = 49;$ е) $x^2 - 5 = 0;$
 ж) $2x^2 = 18;$ з) $4x^2 = x^2;$ и) $-x^2 + 12x = 0.$

25.8. Найдите дискриминант квадратного уравнения и определите число его корней:

- а) $3x^2 + 7x - 5 = 0;$ б) $2x^2 - 4x + 9 = 0;$
 в) $25x^2 - 10x + 1 = 0;$ г) $x^2 - 9x + 1 = 0.$

25.9. Решите квадратное уравнение, используя алгоритм:

- а) $3x^2 - 7x + 2 = 0;$ б) $7x^2 - 9x + 2 = 0;$
 в) $3x^2 + 7x - 6 = 0;$ г) $4x^2 - 11x - 3 = 0;$
 д) $x^2 + 9x + 8 = 0;$ е) $5x^2 - 3x + 1 = 0;$
 ж) $7x^2 - 6x - 1 = 0;$ з) $36x^2 - 12x + 1 = 0.$

25.10. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа:

- а) -5 и $5;$ б) -8 и $0;$ в) $-\sqrt{7}$ и $\sqrt{7};$ г) 0 и $3,4.$

25.11. Решите уравнение:

- а) $\frac{1}{3}x^2 = 12;$ б) $\frac{x^2}{9} - 5x = 0;$ в) $\frac{x^2 - 1}{3} = 5;$

г) $\frac{x}{5} = 2x^2$; д) $\frac{x^2 - 9x + 21}{3} = 7$; е) $\frac{x^2 + 10x}{5} - 1 = 2x$.

25.12. Найдите положительное число, квадрат которого в 25 раз меньше этого числа.

25.13. Решите уравнение:

а) $-4x^2 - 3x + 1 = 0$; б) $-6x^2 + 5x - 1 = 0$;
в) $3 - 5x - 2x^2 = 0$; г) $11x - x^2 + 26 = 0$;
д) $10x - x^2 - 25 = 0$; е) $5x - 3x^2 - 7 = 0$.

25.14. Решите уравнение:

а) $6x^2 + x = 2$; б) $3x^2 + 2 = 5x$;
в) $x^2 = 10x - 9$; г) $5 - 8x = 3x^2$;
д) $5x^2 - 3x = 3x^2 + 2$; е) $7x^2 + 1 = 6x - 2x^2$;
ж) $8x - 3 = 3x^2 - 2x$; з) $3 - x = 4x - 2x^2$.

25.15. Найдите, при каких значениях переменной:

а) значение двучлена $x^2 + 3x$ равно 4;
б) значения двучленов $2x^2 + 7x$ и $4x + 2$ равны.

25.16. Найдите корни уравнения:

а) $x^2 + 5x - 2 = 0$; б) $3x^2 - 4x - 1 = 0$;
в) $5x - x^2 + 1 = 0$; г) $5 - 2x^2 + x = 0$.

25.17. Решите уравнение:

а) $4x(x - 1) = 3$; б) $3x(3x - 4) = 5$;
в) $x(x - 7) = 8 - 5x$; г) $8x(1 - 2x) = 1$.

25.18. В кинозале число мест в ряду на 8 больше числа рядов. Сколько рядов в кинозале, если всего в нем имеется 884 места?

25.19. Выполните необходимые тождественные преобразования и решите уравнение:

а) $x(x + 2) = 2x + 2$; б) $x(3 - x) = 3x - 4$;
в) $x(5x + 3) = x(x + 3) + 32$; г) $(7x - 2)(x + 1) = 5x + 19$;

д) $(2x + 1)(x - 4) = x^2 - 4$;

е) $(3x - 1)(4x + 1) = x^2 - 1$;

ж) $(x - 3)(x + 3) = 16$;

з) $(2x + 3)^2 = 12x + 9$;

и) $(2x - 1)^2 = 1 - 5x$;

к) $6x - (x + 2)^2 = 3x^2 - 4$;

л) $3 - (2x + 1)(3 - x) = x^2$;

м) $x^2 - (4x - 1)(5 - x) = 5$.

25.20. Периметр прямоугольника равен 20 см. Найдите длины его сторон, если площадь прямоугольника равна 24 см^2 .

25.21. Решите уравнение:

а) $x(x - \sqrt{3}) = 5 - \sqrt{3}x$;

б) $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) = 7x - 5$.

25.22. Найдите, при каком значении переменной:

а) значение двучлена $x^2 - 4x$ равно значению произведения $x(2x - 1)$;

б) значения выражений $(x + 1)(2x - 3)$ и $3 - x^2$ противоположны;

в) значение квадрата двучлена $x - 4$ равно значению разности $17 - 8x$.

25.23. Выполните необходимые тождественные преобразования и решите уравнение:

а) $(2x - 5)(x + 2) = 18$;

б) $(2x + 1)(x + 1) = 28$;

в) $(2 - x)(x + 2) - 7x = x^2$;

г) $(2x + 1)^2 = 3x + 4$;

д) $(2x + 5)^2 = 2(3x + 9)$;

е) $(x + 3)^2 - (2x - 1)^2 = 16$;

ж) $(3x - 1)(x - 2) + (x + 1)(x + 2) = 12$;

з) $(x + 4)(2x - 3) - (5x - 6)(x - 3) = 10$.

25.24. Найдите, при каких значениях переменной разность квадратов двучленов $3x - 5$ и $2x + 1$ равна 24.

25.25. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел на 111 больше их произведения. Найдите эти числа.

25.26. Фонтан имеет форму прямоугольника со сторонами 5 м и 7 м. Он окружен дорожкой постоянной ширины, площадь которой равна 64 м^2 . Найдите ширину дорожки.

25.27. Решите уравнение:

а) $\frac{x^2 + 2x}{3} = \frac{2x^2 - 3x}{4};$

б) $\frac{x^2 - 5}{2} - \frac{x - 8}{5} = 3;$

в) $\frac{x^2 + 1}{5} = \frac{x}{2};$

г) $\frac{x^2}{3} = \frac{3x + 3}{4};$

д) $\frac{x^2 + 2}{7} = \frac{x^2 - 23}{2};$

е) $\frac{x^2}{3} - \frac{3x - 5}{4} = \frac{2x}{3};$

ж) $\frac{x^2 + 2}{6} - \frac{3x - 1}{8} = 1;$

з) $2x^2 - \frac{x + 1}{2} = \frac{x - 3}{3}.$

25.28. Несколько подруг решили обменяться фотографиями на память. Чтобы каждая девочка получила по одной фотографии от каждой своей подруги, потребовалось 42 фотографии. Найдите, сколько было подруг.

25.29. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{(2x - 5)^2}{8} = 5 - 3x;$

б) $\frac{(x - 2)^2}{2} = \frac{2x - 4}{3};$

в) $\frac{(x + 1)^2}{2} = 2 - \frac{(x - 2)^2}{4};$

г) $\frac{(x - 3)^2}{16} - \frac{(x - 2)^2}{4} = 1 - x;$

д) $\frac{(x - 11)^2}{10} = \frac{(6x - 1)^2}{5} + \frac{17 - 7x}{2};$

е) $\frac{(x - 2)(x - 3)}{15} + \frac{x}{3} = \frac{x + 1}{5}.$

25.30*. Вкладчик разместил в банке вклад в 500 р. По истечении года его вклад увеличился на сумму начисленных процентов. Тогда же вкладчик пополнил счет еще на 500 р. По истечении еще одного года вкладчик снял со счета 155 р. и оставил 1000 р. на новый срок. Сколько процентов в год начисляет банк?

25.31*. Решите уравнение:

а) $x^2 - \sqrt{6}x - 1 = 0;$

б) $\sqrt{5}x^2 - 6x + \sqrt{5} = 0;$

в) $x^2 - (\sqrt{7} + 1)x + \sqrt{7} = 0;$

г) $x^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{10})x - \sqrt{30} = 0.$

25.32*. Сколько корней имеет квадратное уравнение:

а) $2(\sqrt{3} + 2)x^2 - 5x + 4 - 2\sqrt{3} = 0;$

б) $-2x^2 + 5x - 1 - \sqrt{5} = 0?$

25.33*. Найдите, при каких значениях a уравнение $ax^2 - 20x + 2 = 0$:

а) имеет один корень; б) не имеет корней; в) имеет два корня.

25.34*. При каком значении a уравнение является неполным квадратным:

а) $x^2 + ax + 1 = 0$;

б) $x^2 + x + a = 0$;

в) $ax^2 + 1 = 0$;

г) $ax^2 + ax + 1 = 0$;

д) $(a + x)(a - x) = ax$;

е) $(ax + a)(x^2 - x + 1) = (ax^2 + 2)(x - 4)$?

25.35*. Решите уравнение относительно переменной x :

а) $x^2 - 7ax + 6a^2 = 0$;

б) $5x^2 - 6ax + a^2 = 0$;

в) $x^2 + (5a - 2)x - 10a = 0$;

г) $ax^2 - (a + 3)x + 3 = 0$.

25.36*. Решите квадратное уравнение:

а) $(6 + 2\sqrt{5})x^2 - 15x - (6 - 2\sqrt{5}) = 0$;

б) $-x^2 + (1 - \sqrt{7})x + 2 + 0,5\sqrt{7} = 0$.

25.37*. Чему может быть равно отношение корней уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, если $3b^2 = 20ac$?

§ 26. Теорема Виета

26.1. Используя теорему, обратную теореме Виета, проверьте, являются ли корнями уравнения:

а) $x^2 - 7x + 6 = 0$ числа 1 и 6;

б) $x^2 + 8x + 15 = 0$ числа 3 и 5;

в) $x^2 - x - 20 = 0$ числа 5 и -4;

г) $x^2 + 2x - 8 = 0$ числа 2 и -4.

26.2. С помощью теоремы Виета найдите сумму и произведение корней уравнения, если это возможно:

а) $x^2 - 8x + 3 = 0$;

б) $x^2 + 10x - 7 = 0$;

в) $x^2 + 2x + 9 = 0$;

г) $x^2 + 4x - \sqrt{5} = 0$;

д) $2x^2 - 8x + 3 = 0$;

е) $10x^2 - 2x - 7 = 0$.

26.3. Убедитесь, что уравнение имеет корни и, не решая уравнение, определите знаки его корней:

- а) $x^2 - 9x + 2 = 0$; б) $x^2 - 13x - 7 = 0$; в) $x^2 + 11x + 3 = 0$;
 г) $x^2 + 4x - 2 = 0$; д) $5x^2 - 9x + 1 = 0$; е) $3x^2 - x - 1 = 0$.

26.4. Найдите коэффициенты p и q квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, если известно, что его корнями являются числа:

- а) 5 и 8; б) -1 и 7; в) -3 и -4.

26.5. Составьте квадратное уравнение с целыми коэффициентами, если его корни равны:

- а) 2 и -5; б) 2 и $-\frac{2}{3}$.

26.6. Найдите корни уравнения, используя теорему, обратную теореме Виета:

- а) $x^2 - 9x + 8 = 0$; б) $x^2 + 3x - 18 = 0$;
 в) $x^2 - x - 42 = 0$; г) $x^2 + 11x + 18 = 0$;
 д) $x^2 + 10x + 21 = 0$; е) $x^2 - 9x + 14 = 0$;
 ж) $x^2 - 14x + 48 = 0$; з) $x^2 - 15x - 16 = 0$;
 и) $x^2 - 13x + 12 = 0$; к) $x^2 + 8x - 9 = 0$;
 л) $x^2 - 5x + 6 = 0$; м) $x^2 + 14x - 32 = 0$.

26.7. Найдите значение выражения $x_1 + x_2 - 7x_1x_2$, если x_1 и x_2 — корни уравнения:

- а) $x^2 - 9x + 2 = 0$; б) $3x^2 - x - 1 = 0$;
 в) $-5x^2 + 2x + 9 = 0$; г) $x^2 - \sqrt{7}x - 8\sqrt{7} = 0$.

26.8. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 9x - 1 = 0$. Не решая уравнение, найдите значение выражения:

- а) $(x_1 + x_2)^2$; б) $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$; в) $x_1^2 + x_2^2$.

26.9. Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $0,1x^2 + 0,7x - 1,2 = 0$. Найдите значение выражения:

а) $\frac{x_1 x_2}{-3x_1 - 3x_2}$; б) $(x_1 + x_2)^2$; в) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; г) $x_1^2 + x_2^2$.

26.10. Определите уравнение, сумма квадратов корней которого равна 25:

а) $x^2 - 10x + 1 = 0$; б) $x^2 - 5x - 3 = 0$; в) $x^2 - 3x - 8 = 0$;
г) $x^2 + 10x + 25 = 0$; д) $x^2 - 25x - 25 = 0$.

26.11*. Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2 + 12x - 17 = 0$. Не решая уравнение, вычислите

$$\frac{3 + 13x_1}{x_1} + \frac{3 - 13x_2}{x_2}.$$

26.12*. Найдите корни уравнения, не используя формулу корней квадратного уравнения:

а) $x^2 - (\sqrt{5} + 1)x + \sqrt{5} = 0$; б) $x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{7})x + \sqrt{21} = 0$;
в) $x^2 + (\sqrt{3} - 2)x - 2\sqrt{3} = 0$.

26.13*. Составьте квадратное уравнение, если известно, что произведение его корней равно 4, а сумма квадратов его корней равна 17.

26.14*. Один из корней уравнения $4x^2 - x + c = 0$ равен $-0,75$. Чему равен второй корень этого уравнения?

26.15*. Найдите коэффициент q в уравнении $x^2 - 6x + q = 0$, зная, что один из его корней в 2 раза больше другого.

26.16*. Найдите коэффициент q в уравнении $x^2 - 10x + q = 0$, зная, что один из его корней в 4 раза больше другого.

26.17*. Найдите коэффициент q в уравнении $x^2 - 7x + q = 0$, зная, что один из его корней в 2,5 раза больше другого.

26.18*. При каком значении k один из корней уравнения $x^2 + kx - 10 = 0$ равен 2? Найдите сумму корней этого уравнения.

26.19*. Уравнение $x^2 + px - 2 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Выразите через p :

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; б) $x_1^2 + x_2^2$; в) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$.

26.20*. Уравнение $x^2 - 6x - 1 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 . Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа x_1^2 и x_2^2 .

26.21*. Решите уравнение относительно переменной x :

а) $x^2 - 6ax + 5a^2 = 0$;
 б) $2x^2 + 5bx + 2b^2 = 0$;
 в) $x^2 + (3b - 2)x - 6b = 0$.

26.22*. Решите уравнение $x^2 - (2k + 1)x + k^2 + k = 0$, $k \in \mathbb{N}$.

26.23*. Докажите, что если m и n — корни уравнения $ax^2 - bx + c = 0$ ($a \neq 0$; $c \neq 0$), то корнями уравнения $cx^2 - bx + a = 0$ являются числа $\frac{1}{m}$ и $\frac{1}{n}$.

§ 27. Квадратный трехчлен.

Разложение квадратного трехчлена на множители

27.1. Можно ли представить в виде произведения двух двучленов квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 2x - 8$; б) $2x^2 - 5x + 2$;
 в) $x^2 - x + 7$; г) $8x^2 - 10x - 3$?

27.2. Разложите (если это возможно) на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 2x - 15$; б) $x^2 - 7x + 6$; в) $3x^2 - 7x + 4$;
 г) $3x^2 + 8x - 3$; д) $9x^2 - 8x - 1$; е) $-x^2 - x + 20$;
 ж) $-3x^2 + x + 2$; з) $9x^2 + 6x + 1$; и) $2x^2 - 5x - 3$;
 к) $2x^2 - x + 1$; л) $-6x^2 + 5x - 1$; м) $-6x^2 - 7x + 5$.

27.3. Представьте квадратный трехчлен в виде произведения двух двучленов:

- а) $8x^2 - 2x - 1$; б) $12x^2 - x - 1$;
 в) $-6x^2 + x + 12$; г) $-15x^2 + 2x + 1$.

27.4. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- а) $x^2 - 3x - 1$; б) $x^2 + 5x - 2$; в) $3x^2 - 5x - 1$.

27.5. Представьте в виде произведения выражение:

- а) $x + x^2 - 20$; б) $35 - x^2 - 2x$;
 в) $5x - 4x^2 - 1$; г) $12x - 4x^2 - 9$.

27.6. Разложите на множители квадратный трехчлен:

- а) $0,5x^2 - 1,5x + 1$; б) $\frac{1}{2}x^2 + 3,5x - 4$; в) $-\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{9}x + \frac{2}{3}$.

27.7*. Разложите на множители многочлен:

- а) $x^3 - 4x^2 - 5x$; б) $6x^3 - 5x^2 + x$;
 в) $-x^3 + 10x^2 - 25x$; г) $-2x^3 + 13x^2 - 6x$.

27.8*. Разложите на множители многочлен:

- а) $x^4 - x^2 - 20$; б) $x^4 - 10x^2 + 9$;
 в) $36x^4 - 13x^2 + 1$; г) $6x^4 - 5x^2 - 1$.

27.9*. Найдите, при каких значениях t квадратный трехчлен:

- а) $2x^2 - 4x + 3t$ можно разложить на линейные множители;
 б) $2x^2 + 6x + t$ нельзя разложить на линейные множители.

27.10*. Представьте выражение в виде произведения:

- а) $6x^2 + 5xy + y^2$; б) $5x^2 - 2xy - 3y^2$.

27.11*. Разложите на множители выражение:

- а) $(x^2 + x + 4)^2 + 8x(x^2 + x + 4) + 15x^2$;
 б) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$.

§ 28. Решение целых рациональных уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

28.1. Выполните замену переменной и решите биквадратное уравнение:

а) $x^4 - x^2 - 6 = 0;$

б) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0;$

в) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0;$

г) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0;$

д) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0;$

е) $8x^4 - 2x^2 + 1 = 0.$

28.2. Решите уравнение двумя способами:

а) $(x - 1)^2 - 5(x - 1) - 6 = 0;$

б) $(x^2 + 5)^2 - 2(x^2 + 5) - 15 = 0.$

28.3. Решите уравнение:

а) $(x - 2)^4 - 8(x - 2)^2 + 7 = 0;$

б) $(3x - 1)^4 - (3x - 1)^2 - 56 = 0.$

28.4. Методом замены переменной решите уравнение:

а) $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0;$

б) $(x^2 + x)^2 + 3(x^2 + x) - 10 = 0;$

в) $2(x^2 - x + 1)^2 - 3(x^2 - x + 1) - 2 = 0;$

г) $(x^2 - 3x + 3)^2 - 2(x^2 - 3x + 3) + 1 = 0.$

28.5*. Решите уравнение:

а) $(x^2 - 2x)^2 - 8x^2 + 16x + 7 = 0;$

б) $(x^2 - 5x)^2 - 2x^2 + 10x - 24 = 0;$

в) $(x^2 - 2x - 5)^2 - 2x^2 + 4x + 7 = 0;$

г) $(x^2 - 5x - 23)^2 - 2x^2 - 10x + 47 = 0.$

28.6*. Выполните замену переменной и решите уравнение:

а) $(x^2 - x - 1)(x^2 - x - 7) + 5 = 0;$

б) $(x^2 - 7x + 16)(x^2 - 7x + 17) = 20;$

$$\text{в)} (x^2 - 6x + 1)(x^2 - 6x + 3) = 80;$$

$$\text{г)} (5x - x^2 - 5)(x^2 - 5x + 7) = 1.$$

28.7*. Решите уравнение:

$$\text{а)} (x - 3)(x - 1)(x - 5)(x - 7) = -16;$$

$$\text{б)} (x - 2)(x + 1)(x + 4)(x + 7) = 19.$$

28.8*. Выполните замену переменной и решите уравнение:

$$\text{а)} (x^2 - 2x)^2 - (x - 1)^2 = 55; \quad \text{б)} (x^2 + 4x)^2 + 8(x + 2)^2 = 17;$$

$$\text{в)} (x^2 + 2x)^2 - 3(x + 1)^2 = 37.$$

28.9*. Выполните замену переменной и решите уравнение:

$$\text{а)} x^2 + |x| - 20 = 0; \quad \text{б)} 3x^2 - |x| - 2 = 0;$$

$$\text{в)} x^2 - 4x - 2|x - 2| + 1 = 0; \quad \text{г)} x^2 - 2x + 1 = |x - 1|.$$

28.10*. Решите уравнение:

$$\text{а)} x^4 + 5x^2(x - 12) - 6(x - 12)^2 = 0;$$

$$\text{б)} (x + 5)^4 - 4x^2(x + 5)^2 - 5x^4 = 0.$$

28.11*. Решите уравнение $(x^2 + 2x - 3)^2 + (x + 1)^4 = 10$.

28.12*. Найдите корни уравнения $x^2 + 4 \cdot |x - 3| - 7x + 11 = 0$.

§ 29. Квадратичная функция и ее свойства

29.1. Представьте выражение в виде многочлена:

$$\text{а)} 3(x - 1)(x + 2); \quad \text{б)} -5(x + 3)(x + 1);$$

$$\text{в)} (x - 7)^2 - 3; \quad \text{г)} -4(x + 3)^2 + 5.$$

29.2. Даны три функции: $f(x) = x^2 - 2x - 8$; $g(x) = (x - 1)^2 - 9$; $h(x) = (x - 4)(x + 2)$. Верно ли, что f , g , h — три формы записи одной и той же функции?

29.3. Пользуясь определением квадратичной функции, укажите, какие из данных функций квадратичные:

- а) $y = -x^2 + 3x - 1$; б) $y = 7x^2 + x$; в) $y = -5x^2 - 6$;
г) $y = -2x + 3$; д) $y = -9x^2$; е) $y = x^4 - 5x^2$.

29.4. Для каждой из квадратичных функций определите, в какой форме она записана:

- а) $f(x) = 3x^2 - 7x + 1$; б) $f(x) = (x + 3)(x - 7)$;
в) $f(x) = 3(x - 1)^2 - 5$; г) $f(x) = -5x^2 + 2x - 7$;
д) $f(x) = -9(x - 3)(x + 1)$; е) $f(x) = -2(x + 3)^2 + 1$.

29.5. Определите, графиками каких уравнений являются параболы, ветви которых направлены вниз:

- а) $y = 2x^2 + 3x - 9$; б) $y = -x^2 + 5x - 3$; в) $y = -7x^2 + 3x$;
г) $y = 5 - x^2$; д) $y = -6x^2$; е) $y = 7x^2 - 1$.

29.6. Найдите точку, не принадлежащую графику функции $y = 2x^2 - 3x + 5$:

- а) $(-1; 10)$; б) $(0,5; 4)$; в) $(-0,5; 6)$; г) $(0; 5)$; д) $(1; 4)$.

29.7. Для квадратичной функции $f(x) = x^2 + 3x - 2$ найдите:

- а) $f(2)$; б) $f(-1)$; в) $f(0)$; г) $f(-1,5)$.

29.8. Для квадратичной функции $g(x) = -x^2 - 4x + 2$ найдите значение выражения:

- а) $g(-1) + g(3)$; б) $3g(-2) - 2g(1)$; в) $g(\sqrt{2}) + g(-\sqrt{2})$.

29.9. Для квадратичной функции $f(x) = x^2 + 6x$ найдите, если это возможно, значения аргумента, при которых:

- а) $f(x) = 0$; б) $f(x) = -9$; в) $f(x) = 7$; г) $f(x) = -13$.

29.10. Функция задана формулой $y = 3x^2 + 2x - 5$.

- а) Найдите значение функции при $x = -\frac{2}{3}$.
б) Найдите нули этой функции.

29.11. Функция задана формулой $y = 2x^2 + 3x + 7$.

а) При каких значениях аргумента функция принимает значение, равное 9?

б) Проходит ли график функции через точку $A(-4; 32)$?

29.12. Определите направление ветвей и координаты вершины параболы:

а) $y = (x + 3)^2 - 5$; б) $y = 2(x - 7)^2 + 1$; в) $y = -(x + 1)^2 - 7$;

г) $y = -5(x - 6)^2$; д) $y = 3x^2 + 8$; е) $y = -5x^2$.

29.13. Найдите координаты вершины параболы и запишите уравнение ее оси симметрии:

а) $y = x^2 - 6x + 2$; б) $y = 3x^2 + 12x$;

в) $y = -0,3x^2 + 6x - 5$; г) $y = -x^2 + 8x - 9$.

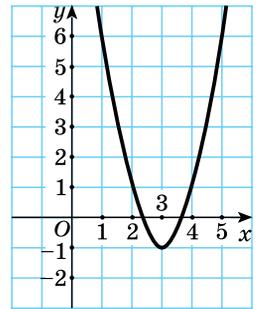


Рис. 13

29.14. График функции $f(x) = a(x - m)^2 + n$ изображен на рисунке 13. Пользуясь графиком, найдите a , m и n . Запишите функцию $y = f(x)$ в виде многочлена.

29.15. Представьте квадратичную функцию $y = (x - 8)(x + 4)$ в виде многочлена и найдите ординату вершины параболы, являющейся графиком данной функции.

29.16. Найдите наименьшее (наибольшее) значение следующей функции:

а) $y = (x - 3)^2 + 5$; б) $y = 3(x - 2)^2 - 7$;

в) $y = 3x^2 - 12x + 1$; г) $y = -x^2 + 6x - 5$;

д) $y = (x + 2)(x - 4)$; е) $y = -4(x - 3)(x + 3)$.

29.17. Найдите область определения и множество значений функции:

а) $f(x) = 6(x - 7)^2 - 3$; б) $f(x) = -(x + 5)^2 + 9$;

в) $f(x) = x^2 + 6x - 2$; г) $f(x) = -4x^2 - 8x - 1$;

д) $f(x) = -(x + 10)(x - 4)$; е) $f(x) = 3(x - 2)(x + 6)$.

29.18. Определите координаты точек, в которых график функции пересекает оси координат:

а) $y = (x + 1)(x - 7)$; б) $y = -3x^2 + 7x - 4$;

в) $y = (x - 5)^2 - 9$; г) $y = -x^2 + 7$.

29.19. Найдите, если это возможно, нули квадратичной функции:

а) $y = (x - 7)(x + 2)$; б) $y = x^2 - 5x + 7$;

в) $y = -(x + 3)^2 + 9$; г) $y = -3x^2 + 5x$.

29.20. Найдите нули функции $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 - 3\sqrt{3}x + \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

29.21. Среди рисунков 14, а–г выберите график функции, заданной формулой $y = (x + 3)^2$.

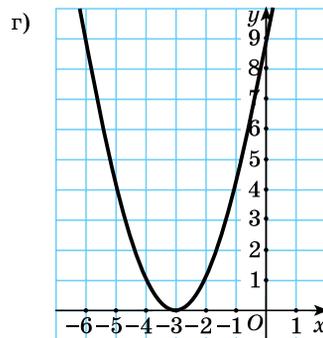
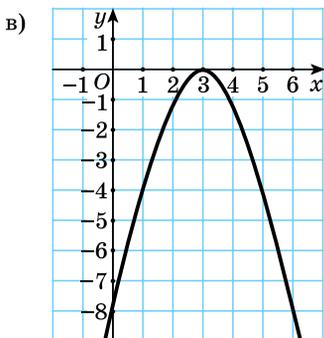
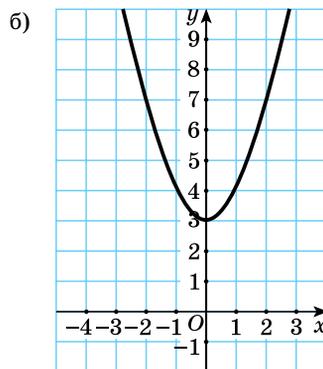
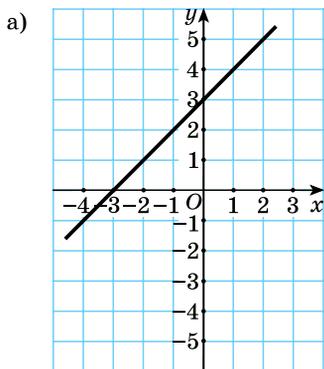


Рис. 14

29.22. Среди рисунков 15, *a—г* выберите график функции, заданной формулой $y = x^2 - 2$.

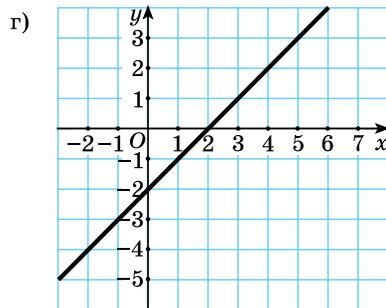
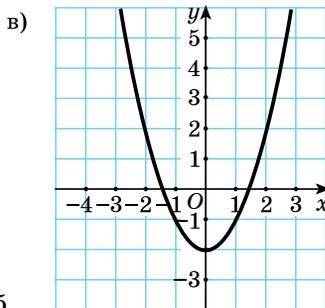
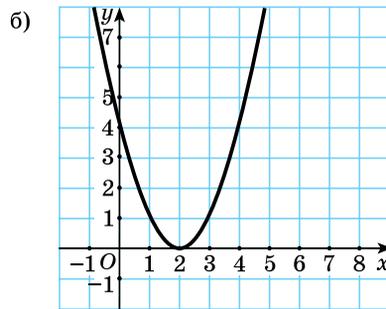
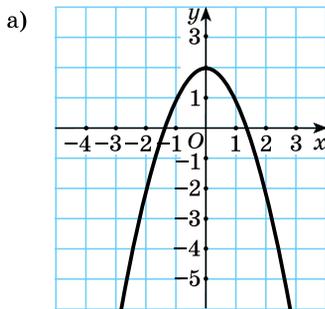


Рис. 15

29.23. Постройте график квадратичной функции:

- а) $y = x^2 + 2x - 8$; б) $y = x^2 + 4x + 3$;
в) $y = -x^2 + 6x - 5$; г) $y = -2x^2 - 10x - 12$.

29.24. Постройте график квадратичной функции и укажите ее множество значений:

- а) $f(x) = x^2 - 8x$; б) $f(x) = -x^2 + 4$;
в) $f(x) = 2x^2 - 6x + 7$; г) $f(x) = -2x^2$.

29.25. Постройте график квадратичной функции:

- а) $y = (x + 3)^2 - 1$; б) $y = -2(x - 5)^2 + 8$;
в) $y = (x - 7)(x + 3)$; г) $y = -\frac{1}{2}(x + 5)(x - 1)$.

29.26. Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}x^2$. Проходит ли данный график через точку $A(8; -32)$?

29.27. Соотнесите таблицы изменения функции в зависимости от аргумента с функциями:

1)

x	$-\infty$	4	$+\infty$

2)

x	$-\infty$	-5	$+\infty$

3)

x	$-\infty$	3	$+\infty$

а) $f(x) = -2(x + 5)^2 + 3$;

б) $g(x) = 7(x - 4)^2 - 5$;

в) $h(x) = 9(x - 3)^2 + 4$.

29.28. Из данных квадратичных функций определите функцию, возрастающую на промежутке $[4; +\infty)$:

а) $f(x) = (x + 4)^2 + 2$;

б) $f(x) = (x - 4)^2 - 7$;

в) $f(x) = -(x + 4)^2 + 5$;

г) $f(x) = -(x - 4)^2 + 1$.

29.29. Найдите промежутки монотонности квадратичной функции:

а) $y = x^2 - 10x + 3$;

б) $y = -x^2 + 6x - 5$;

в) $y = 3x^2 + 18x - 1$;

г) $y = -5x^2 - 10x + 1$;

д) $y = 14x^2 - 7x$;

е) $y = -3x^2 + 1$.

29.30. Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 3$ и найдите:

- а) наименьшее значение функции; б) значения аргумента, при которых значение функции равно 5; в) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения; г) промежутки убывания функции.

29.31. Постройте график функции $y = (x + 2)^2 - 1$ и найдите:

- а) наименьшее значение функции; б) значения аргумента, при которых значение функции равно 8; в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения; г) промежутки возрастания функции.

29.32. Для параболы $y = -(x + 4)^2 - 5$ укажите неверное утверждение:

- а) точка с координатами $(-4; -5)$ является вершиной параболы;
 б) парабола пересекает ось ординат в точке $(0; -5)$; в) множеством значений функции является промежуток $(-\infty; -5]$;
 г) функция возрастает на промежутке $(-\infty; -4]$; д) осью симметрии параболы является прямая $x = -4$.

29.33. Постройте график квадратичной функции и найдите ее промежутки монотонности:

- а) $y = (x + 3)^2 - 4$; б) $y = x^2 - 2x - 8$; в) $y = (3 - x)(x + 5)$.

29.34. Известно, что квадратичная функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[7; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; 7]$. Запишите уравнение оси симметрии графика функции $y = f(x)$.

29.35. Прямая $x = 0,5$ — ось симметрии параболы, являющейся графиком квадратичной функции $y = f(x)$. Известно, что ветви параболы направлены вверх. Найдите промежутки монотонности функции $y = f(x)$.

29.36. Дана функция $f(x) = -(x + 5)^2 + 3$. Не выполняя вычислений, сравните:

- а) $f(-6,8)$ и $f(-5,9)$; б) $f(-2,7)$ и $f(-3,2)$.

29.37. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

- а) $y = x^2 - 4x + 3$; б) $y = -3x^2 + 7x - 4$;
 в) $y = x^2 - 10x + 25$; г) $y = -2x^2 + 3x - 7$;
 д) $y = -16x^2 - 8x - 1$; е) $y = 3x^2 + 10$.

29.38. Найдите значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения:

- а) $y = -(x - 2)^2 + 9$; б) $y = (4x + 1)(x - 7)$;
 в) $y = -x^2 + 25$; г) $y = x(x - 4)$.

29.39. Функция задана формулой $y = x^2 - 6x + 9$. Укажите неверное утверждение:

- а) графиком функции является парабола с вершиной в точке с абсциссой $x = 3$; б) функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 3]$; в) $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$; г) осью симметрии графика функции является прямая $x = 3$; д) множеством значений функции является промежуток $[0; +\infty)$.

29.40. Найдите координаты точки графика квадратичной функции $y = -x^2 - 2x + 2$, симметричной относительно оси симметрии графика его точке с абсциссой, равной 5.

29.41*. Найдите координаты точек пересечения параболы:

- а) $y = x^2 - 10$ и прямой $y = 4x + 11$;
б) $y = x^2 - 15$ и прямой $y = 2x + 9$.

29.42*. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = 15 - x^2$ и прямой $x = 2$.

29.43*. Функция задана формулой $f(x) = (1 - x)(x + 5)$. Постройте график этой функции и найдите:

- а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наибольшее значение функции; г) нули функции; д) промежутки знакопостоянства функции; е) промежутки монотонности функции; ж) ось симметрии параболы; з) корни уравнения $f(x) = -5$; и) расстояние от вершины параболы до оси ординат; о) ось абсцисс; п) прямой $y = 100$; р) прямой $x = 9$; к) расстояние от оси симметрии параболы до прямой $x = -18$.

29.44*. Функция $y = -2x^2 + bx + 4$ принимает наибольшее значение в точке $x = 3$. Найдите это значение.

29.45*. Функция $y = 3x^2 + bx + 27$ принимает наименьшее значение в точке $x = -3$. Найдите это значение.

29.46*. Графики функций $y = ax^2$ и $y = 0,5x + 1$ пересекаются в точке $(2; 2)$. Найдите координаты второй точки пересечения этих графиков.

29.47*. График функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $M(2; 1)$ и $N(1; -2)$. Найдите p и q .

29.48*. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой — парабола с вершиной в точке $A(0; 4)$, проходящая через точку $B(-3; -8)$.

29.49*. Периметр прямоугольного участка равен 80 м. Какими должны быть его размеры, чтобы площадь участка была наибольшей?

29.50*. Число 140 представьте в виде суммы двух чисел так, чтобы произведение этих чисел было наибольшим.

29.51*. На рисунке 16 изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициентов a , b и c .

29.52*. Пользуясь данными рисунка 17, расположите числа a , b , c , k и m в порядке возрастания.

29.53*. Квадратичная функция задана формулой $y = ax^2 - (a + 2)x + 2$. Найдите наибольшее целое число, принадлежащее множеству значений данной функции, если ее осью симметрии является прямая $x = -0,5$.

29.54*. Найдите значение выражения $k + b$, где $y = kx + b$ — уравнение прямой, проходящей через точки пересечения графиков функций $y = x^2 + 2x$ и $y = 6x - x^2$.

29.55*. На рисунке 18 изображен график функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите знаки коэффициентов a , b и c .

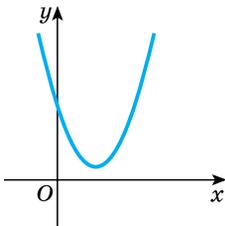


Рис. 16

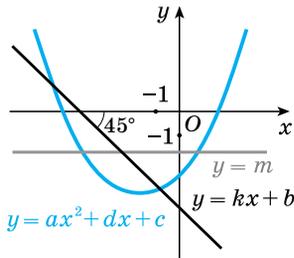


Рис. 17

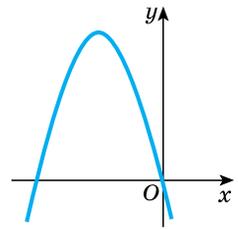


Рис. 18

29.56*. Найдите ординату вершины параболы, график которой пересекает ось Oy в точке с ординатой 1, симметричен относительно прямой $x + 2 = 0$ и проходит через точку $(2; 7)$.

29.57*. Найдите множество значений функции $y = (x + 1)^2 + (x - 3)^2$.

29.58*. Точка $P(4; 37)$ принадлежит графику функции $y = -x^2 + bx + 5$. Найдите наибольшее значение функции.

29.59*. График функции $y = x^2 + bx + c$ изображен на рисунке 19. Пользуясь данными рисунка, найдите b и c .

29.60*. Нулями квадратичной функции вида $y = 3x^2 + bx + c$ являются числа -4 и 5 . Найдите: а) координаты вершины параболы; б) ось симметрии параболы; в) наименьшее значение функции; г) промежуток убывания функции.

29.61*. На рисунке 20 изображен график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Определите:

а) область определения функции; б) множество значений функции; в) наибольшее значение функции; г) уравнение оси симметрии параболы; д) нули функции; е) промежутки знакопостоянства функции; ж) промежутки монотонности функции.

29.62*. Для квадратичной функции $y = -9x^2 + 36$ найдите: а) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения; б) промежуток, на котором функция убывает.

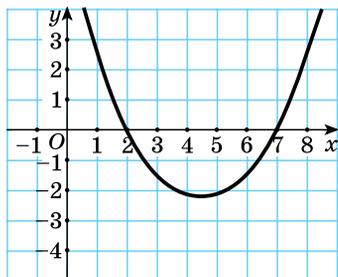


Рис. 19

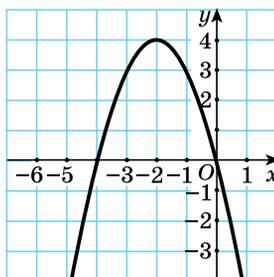


Рис. 20

29.63*. Для квадратичной функции $f(x) = -3x^2 + 24x$ найдите:

- значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения;
- промежуток возрастания функции;
- множество значений функции;
- все значения аргумента, для которых выполняется неравенство $f(x) \leq 0$.

29.64*. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 21.

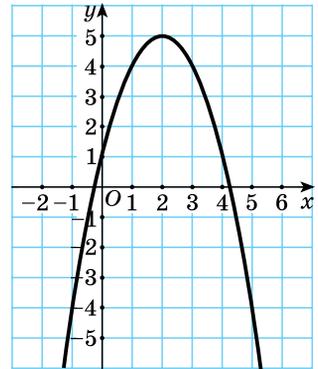


Рис. 21

29.65*. Известно, что ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены вниз, а нулями являются числа 6 и 14. Найдите:

- промежутки знакопостоянства функции;
- промежутки монотонности функции.

29.66*. При каком значении числа a график функции $y = ax^2 - 6x + 1$ касается оси абсцисс?

29.67*. Найдите все значения числа p , при которых вершина параболы $y = \frac{1}{3}x^2 - 2px + 12p$ расположена выше оси Ox .

29.68*. Найдите все значения числа a , при которых абсцисса и ордината вершины параболы $y = (x - 9a)^2 + a^2 + 7a + 6$ отрицательны.

29.69*. Найдите наибольшее целое значение числа m , при котором квадратичная функция $y = -2x^2 + 8x + 2m$ принимает только отрицательные значения.

§ 30. Квадратные неравенства. Системы и совокупности квадратных неравенств

30.1. На рисунке 22 изображен график функции $y = x^2 - 2x - 8$. Используйте график и решите квадратное неравенство:

- а) $x^2 - 2x - 8 > 0$; б) $x^2 - 2x - 8 \geq 0$;
 в) $x^2 - 2x - 8 < 0$; г) $x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

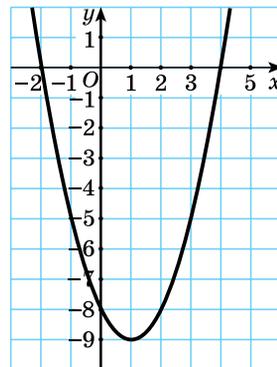


Рис. 22

30.2. Используя схему графика функции $y = x^2 - 5x$, изображенную на рисунке 23, решите квадратное неравенство:

- а) $x^2 - 5x > 0$; б) $x^2 - 5x \geq 0$;
 в) $x^2 - 5x < 0$; г) $x^2 - 5x \leq 0$.

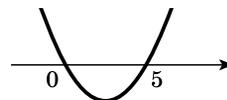


Рис. 23

30.3. Если парабола $y = ax^2 + bx + c$ расположена выше оси абсцисс, то неравенство $ax^2 + bx + c > 0$: а) имеет одно решение; б) не имеет решений; в) имеет бесконечно много решений.

Выберите правильный ответ.

30.4. Если ветви параболы $y = ax^2 + bx + c$ направлены вверх и $D = 0$, то неравенство $ax^2 + bx + c \leq 0$: а) имеет одно решение; б) не имеет решений; в) имеет бесконечно много решений.

Выберите правильный ответ.

30.5. Решите квадратное неравенство, используя алгоритм:

- а) $x^2 - 6x + 8 < 0$; б) $2x^2 - 7x + 3 > 0$; в) $2x^2 + 3x + 1 \leq 0$;
 г) $3x^2 + x - 2 \geq 0$; д) $x^2 - 7x > 0$; е) $2x^2 + 7x < 0$;
 ж) $x^2 - 25 \geq 0$; з) $9x^2 - 1 \leq 0$; и) $3x^2 - 5x + 12 \leq 0$;
 к) $8x^2 - 2x + 1 \geq 0$; л) $x^2 - 10x + 25 \leq 0$; м) $4x^2 - 4x + 1 > 0$.

30.6. Решите квадратное неравенство:

- а) $-5x^2 + 8x - 3 \leq 0$; б) $-x^2 + 3x + 4 > 0$;
 в) $-7x^2 + 6x - 13 < 0$; г) $-x^2 + 12x - 36 \geq 0$.

30.7. Найдите все значения аргумента, при которых функция: а) $y = -x^2 + 9x - 8$ принимает положительные значения; б) $y = 2x - x^2 - 1$ принимает отрицательные значения.

30.8. Решите систему неравенств:

- а) $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x > 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x^2 - 3x - 1 < 0, \\ x + 2 > 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x^2 - 10x + 9 \geq 0, \\ x - 1 \leq 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x^2 - 5x - 18 \leq 0, \\ 4x + 8 > 0. \end{cases}$

30.9. Решите квадратное неравенство:

- а) $x^2 - 16 < 0$; б) $9 - x^2 < 0$; в) $-x^2 + 7 \geq 0$;
 г) $x^2 + 4 < 0$; д) $-3x^2 - 5 \leq 0$; е) $18x^2 - 2 < 0$;
 ж) $3x^2 \geq 0$; з) $-2x^2 > 0$; и) $-5x^2 < 0$.

30.10. Найдите все целые решения неравенства:

- а) $x^2 - 16 \leq 0$; б) $x^2 - 25 < 0$; в) $x^2 - 11 \leq 0$; г) $5 - x^2 > 0$.

30.11. Решите квадратное неравенство:

- а) $x^2 - 7x \geq 0$; б) $x^2 + x < 0$; в) $3x - x^2 \leq 0$;
 г) $x - x^2 > 0$; д) $3x^2 - 5x < 0$; е) $0,7x + 7x^2 > 0$;
 ж) $7x - 9x^2 \geq 0$; з) $x - 2x^2 < 0$; и) $3x - 5x^2 > 0$.

30.12. Решите совокупность неравенств:

- а) $\begin{cases} x^2 - 9x - 10 > 0, \\ x \leq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x^2 + 5x + 2 \leq 0, \\ 2 - x > 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x^2 - 10x < 0, \\ 12 - 4x \geq 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0, \\ 1 - 0,1x \leq 0. \end{cases}$

30.13. Найдите наименьшее целое решение неравенства:

- а) $x^2 - 6x \leq 0$; б) $x^2 + 5x < 0$;
 в) $7x - x^2 \geq 0$; г) $x - 0,1x^2 > 0$.

30.14. Решите неравенство:

- а) $4x^2 + x > 5$; б) $12x^2 + 1 \leq 13x$; в) $7x - 3 \geq 5x^2 - x$;
 г) $5 - 9x \geq 2x^2$; д) $6x^2 - x \leq x^2 + 4$; е) $2x^2 \leq 10$;
 ж) $x^2 < 8x - 7$; з) $3 - 8x < 2x - 8x^2$; и) $x^2 \geq 36$;
 к) $x^2 - 7 < 0$; л) $9x^2 - 1 > x - 11x^2$; м) $3x^2 > x^2$.

30.15. Найдите, при каких значениях переменной:

- а) значения двучлена $x^2 + x$ не превышают 20;
 б) значения трехчлена $3x^2 + 2x - 1$ меньше значений двучлена $5x + 5$.

30.16. Решите неравенство:

- а) $x^2 + 3x - 1 > 0$; б) $5x^2 - 2x \leq 4$;
 в) $6x < x^2 - 3$; г) $8 - 5x^2 \geq -x$.

30.17. Найдите, при каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- а) $\sqrt{6 + x - x^2}$; б) $\sqrt{7x^2 - x}$;
 в) $\sqrt{24 - 4x^2}$; г) $\sqrt{7x - 3x^2 - 4}$.

30.18. Решите систему квадратных неравенств:

- а) $\begin{cases} x^2 - 6x + 8 \geq 0, \\ x^2 - 5x - 6 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0, \\ x^2 - 5x - 24 \leq 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} x^2 - 9x - 10 < 0, \\ x^2 - 6x > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x^2 - 11x - 6 \geq 0, \\ x^2 + 4x < 0; \end{cases}$
 д) $\begin{cases} x^2 - x - 72 \leq 0, \\ x^2 - 16 \geq 0; \end{cases}$ е) $\begin{cases} x^2 - 5x - 14 \leq 0, \\ x^2 - 4 \geq 0. \end{cases}$

ж) $(9 - 4x)^2 \leq 5(4x + 1)$;

з) $2(x - 2)^2 > (x - 5)^2$;

и) $4(x + 1)^2 \geq 3(x - 1)^2$;

к) $(x + 3)^2 + (x - 4)^2 < 25$;

л) $(5x - 3)^2 - (3x - 1)^2 < 8$;

м) $(3x - 1)^2 - (2x + 1)^2 \geq 15$.

30.25. Найдите, при каких значениях переменной:

а) квадрат двучлена $3x - 1$ меньше квадрата двучлена $6x - 2$;

б) квадрат двучлена $3x + 3$ не превосходит квадрат двучлена $4x - 4$.

30.26. Решите совокупность квадратных неравенств:

а)
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0, \\ x^2 + 5x - 6 < 0; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 \geq 0, \\ x^2 + 9x + 8 > 0; \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} x^2 - 5x \geq 0, \\ x^2 - x - 12 < 0; \end{cases}$$

г)
$$\begin{cases} x^2 > 36, \\ x^2 - 7x + 6 \leq 0. \end{cases}$$

30.27. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x^2 - 25}$;

б) $y = \sqrt{16 - x^2}$;

в) $y = \sqrt{2x^2 - x}$;

г) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$;

д) $y = \sqrt{2x^2 - x + 1}$;

е) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 2}$.

30.28. Найдите наименьшее целое решение системы неравенств
$$\begin{cases} x^2 - x - 30 \leq 0, \\ x^2 + x - 20 \geq 0. \end{cases}$$

30.29. Решите двойное неравенство:

а) $-2 \leq 3x^2 - 4x < 0$;

б) $10x - 35 < x^2 \leq 11x - 18$.

30.30. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2 + 1}{5} > \frac{2x}{3}$;

б) $\frac{x^2}{7} - 2x \leq 0$;

в) $\frac{x^2 + 6}{5} - \frac{8 - x}{10} \geq 1$;

г) $\frac{x^2 + 6x}{2} - 8 < 3x$;

д) $\frac{x^2 - 2x}{4} - \frac{x - 5}{8} \leq 1;$

е) $\frac{x^2 - 4}{8} - \frac{2x + 3}{3} > -1;$

ж) $\frac{x^2 + 10x}{5} - 2x > 45;$

з) $\frac{4x^2 - 1}{3} - \frac{3x^2 + 8}{5} \leq 1;$

и) $\frac{x^2 - x}{6} + x - 1 < \frac{2x + 3}{3};$

к) $\frac{4x^2 + x}{3} - \frac{5x - 1}{6} \geq \frac{x^2 + 17}{9};$

л) $\frac{x^2 + 6x}{12} - \frac{2x + 3}{4} \geq 6;$

м) $\frac{(x + 4)^2}{2} - (x + 2)^2 \leq 1;$

н) $\frac{(x - 1)^2}{5} - \frac{2x - 2}{3} < \frac{x + 4}{6};$

о) $\frac{(x - 3)^2}{8} - \frac{(x - 2)^2}{2} > 2 - 2x.$

30.31. Найдите, при каких значениях аргумента график функции:

а) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{5}$ лежит выше прямой $y = 2;$

б) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 12}{4}$ лежит ниже прямой $y = 3.$

30.32. Найдите область определения выражения:

а) $\sqrt{7x - 10x^2 - 1} + \sqrt{x - 3};$

б) $\sqrt{36 - x^2} - \sqrt{3x - 18};$

в) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{4x - x^2};$

г) $\sqrt{x^2 - 25} + \sqrt{27 - x^2 - 6x}.$

30.33*. Найдите число целых решений неравенства

$$\frac{(x - 3)^2}{16} - \frac{(x - 2)^2}{4} \leq \frac{1 - x}{2} \text{ на отрезке } [-10; 3].$$

30.34*. Найдите такие значения a , при которых уравнение $x^2 + ax + 9 = 0$ не имеет корней.

30.35*. Найдите, при каких значениях p уравнение $2x^2 + px + 5 = 0$ имеет два различных корня.

30.36*. Решите неравенство $(x^2 - 7x)^2 + 16(x^2 - 7x) + 60 < 0.$

§ 31. Функции $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), $y = x^3$, $y = |x|$, $y = \sqrt{x}$

31.1. Для функции $f(x) = x^3$ найдите $f(1)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(-0,1)$; $f(100)$; $f(-\sqrt{2})$; $f(\sqrt{3})$.

31.2. Найдите значение функции $y = |x|$ при значении аргумента, равном:

а) 2; б) -9; в) 0,43; г) -2,6; д) $\sqrt{3}$; е) $-5\sqrt{2}$.

31.3. Для функции $y = x^3$ найдите значение аргумента, при котором значение функции равно $\frac{1}{27}$; 0,008; -0,125; $7\sqrt{7}$.

31.4. Для функции $f(x) = |x|$ найдите значение аргумента, при котором:

а) $f(x) = 7$; б) $f(x) = \frac{4}{9}$; в) $f(x) = \sqrt{7}$.

31.5. Какие из следующих функций являются обратными пропорциональностями:

а) $y = -\frac{5}{x}$; б) $y = \frac{x}{3}$; в) $y = 3x$; г) $y = 3 + x$; д) $y = \frac{3}{x}$?

31.6. Определите коэффициент обратной пропорциональности:

а) $y = -\frac{3}{x}$; б) $y = -\frac{1}{x}$; в) $y = \frac{11}{x}$; г) $y = \frac{4,2}{x}$; д) $y = \frac{2}{3x}$.

31.7. Убедитесь в том, что точка $(-2; 1,5)$ принадлежит графику функции $y = -\frac{3}{x}$.

31.8. Принадлежит ли точка $(-3; 1)$ графику функции $y = -\frac{3}{x}$?

31.9. Какие из точек $(0; 5)$, $(-1; 5)$, $(1; -5)$, $(1; 5)$ принадлежат графику функции $y = -\frac{5}{x}$?

31.10. Верно ли, что точка:

а) $(9; 3)$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$;
б) $(9; -3)$ не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$;

в) $(-3; \sqrt{3})$ принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$;

г) $(1; 1)$ не принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$?

31.11. Принадлежит ли графику функции $y = \sqrt{x}$ точка:

а) $(-4; 2)$; б) $(49; 7)$?

31.12. Какая из точек принадлежит графику функции $y = \sqrt{x}$:

а) $(36; 6)$; б) $(6; 36)$; в) $(-6; 36)$; г) $(36; -6)$?

31.13. Верно ли, что график функции $y = x^3$ проходит через точку:

а) $A(3; 6)$; б) $B(0; 0)$; в) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$;

г) $D(-50; -125\ 000)$; д) $E(\sqrt{3}; 9)$?

31.14. Пересекает ли график функции $y = \frac{5}{16x}$ ось ординат?

31.15. Какие из графиков функций пересекают ось ординат:

а) $y = \frac{10}{7x}$; б) $y = \frac{10x}{7}$; в) $y = -10x + 7$; г) $y = -\frac{10}{7x}$?

31.16. Верно ли, что область определения функции $y = \frac{5}{x}$ — все числа, кроме: а) $x = 0$; б) $x = 5$?

31.17. Верно ли, что множество значений функции $y = \frac{5}{x}$ — все числа, кроме: а) $y = 0$; б) $y = 5$?

31.18. Верно ли, что $x = -25$ не входит в область определения функции $y = \sqrt{x}$?

31.19. Какие из значений x входят в область определения функции $y = \sqrt{x}$: а) 81; б) 0; в) 3; г) -49?

31.20. Постройте график функции $y = -\frac{4}{x}$. Возрастает или убывает данная функция при $x > 0$?

31.21. Определите коэффициент k , если точка $(7; 0,8)$ принадлежит графику функции $y = \frac{k}{x}$.

31.22. Найдите значение функции $y = \sqrt{x}$ (если это возможно) при значении аргумента, равном: а) 49; б) 0,01; в) -1.

31.23. Верно ли, что график функции:

а) $y = \frac{5}{x}$ расположен в первой и третьей четвертях;

б) $y = -\frac{5}{x}$ расположен во второй и четвертой четвертях?

31.24. Постройте график функции $y = \frac{8}{x}$. Возрастает или убывает данная функция при $x < 0$?

31.25. В каких четвертях координатной плоскости расположен график функции:

а) $y = \frac{7}{x}$; б) $y = \frac{0,09}{x}$; в) $y = -\frac{15}{8x}$?

31.26. Точка (-4; 22) принадлежит графику функции, являющейся обратной пропорциональностью. Задайте эту функцию формулой.

31.27. Верно ли, что:

а) $\sqrt{5} > 2$; б) $\sqrt{4,1} < 2$; в) $\sqrt{3} > 1,1$?

31.28. Сравните числа:

а) $\sqrt{3}$ и 2,1; б) $\sqrt{3}$ и 1,5; в) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{2,9}$.

31.29. Сравните значения функции $y = \sqrt{x}$ при:

а) $x = 5,3$ и $x = 5,7$; б) $x = 2\sqrt{6}$ и $x = 2\sqrt{7}$.

31.30. Дана функция $g(x) = |x|$. Расположите в порядке убывания значения функции: $g(-\sqrt{3})$; $g(-1,8)$; $g(-1,7)$.

31.31. Постройте график функции $f(x) = \frac{4}{x}$ и найдите:

а) $f(-2)$ и $f(8)$; б) значения аргумента, при которых значение функции равно -8; в) значения аргумента, при которых

функция принимает положительные значения; г) промежутки убывания функции.

31.32*. В одной системе координат постройте графики функций и найдите координаты их общих точек:

а) $y = x^3$ и $y = 1 - x$; б) $y = x^3$ и $y = \sqrt{x}$;

в) $y = |x|$ и $y = -\frac{x+6}{2}$; г) $y = |x|$ и $y = \frac{16}{x}$;

д) $y = |x|$ и $y = -x^2 + 8$.

31.33*. В каких четвертях координатной плоскости расположен график функции:

а) $y = -\frac{106}{3x}$; б) $y = \frac{-34}{|x|}$; в) $xy = -7$?

31.34*. Определите коэффициент k , если точка $(-5, 6; -0, 8)$ принадлежит графику функции $y = \frac{k}{|x|}$.

31.35*. При каких значениях k и b графики функций $y = \frac{k}{x}$ и $y = kx + b$ проходят через точку:

а) $(2; 5)$; б) $(0, 7; -2, 1)$; в) $(-3, 1; -0, 05)$?

31.36*. Точки $(n^2; 3n)$ и $(1; 3n)$ принадлежат графику функции $y = \frac{k}{x}$, определите k и n .

31.37*. Принадлежит ли точка $(8 - 4\sqrt{3}; \sqrt{6} - \sqrt{2})$ графику функции $y = \sqrt{x}$?

31.38*. Сравните значения функции $y = \sqrt{x}$ при $x = \frac{5}{\sqrt{11} - 1}$ и $x = \sqrt{44} + 2$.

31.39*. Для каждого значения числа k определите число точек пересечения графиков функций $y = x^3$ и $y = (k + 1)x$.

9 класс

Арифметическая прогрессия:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Геометрическая прогрессия:

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

§ 32. Рациональная дробь. Сокращение рациональных дробей

32.1. Верно ли, что выражение: а) $2\frac{x}{y} + \frac{2}{3}y$; б) $\frac{2,5x+y}{5}$;
в) $\frac{4}{4,5x-y}$ — является дробным рациональным?

32.2. Верно ли, что выражение: а) $6,7z + \frac{2}{3}xy$; б) $\frac{6x-4}{1,5}$;
в) $\frac{3+y}{x-6}$ — является целым рациональным?

32.3. Верно ли, что знаменатель дроби:

а) $\frac{3+y}{x-6}$ при $x=6$ обращается в нуль; б) $\frac{2-x}{6-2x}$ при $x=3$ обращается в нуль?

32.4. Верно ли, что область определения дроби: а) $\frac{3+y}{x-6}$ — все числа, кроме 6; б) $\frac{2-x}{6-2x}$ — все числа, кроме 3?

32.5. Какие из следующих выражений:

а) $2,3x - \frac{1}{5}y$; б) $\frac{1}{3x} - 0,3y$; в) $\frac{3}{x-y}$;
г) $4 + \frac{1}{30}x^2y$; д) $\frac{5\frac{1}{3} - \frac{5}{7}y}{3}$; е) $\frac{y^2}{25x-6}$ — являются:

1) целыми рациональными; 2) дробными рациональными?

32.6. При каком значении переменной знаменатель дроби $\frac{2+x}{2x+3}$ равен нулю? Найдите область определения данной дроби.

32.7. При каком значении переменной знаменатель дроби $\frac{2x+9}{4,5-x}$ равен нулю? При каком значении переменной данная дробь не имеет смысла? Найдите область определения выражения $\frac{2x+9}{4,5-x}$.

32.8. Найдите область определения дроби:

а) $\frac{1,2x - 4}{5x + 2}$; б) $\frac{3x^2 + x}{8 + 20x}$.

32.9. Сравните области определения выражений $\frac{2(x+2)}{x(x+2)}$ и $\frac{2}{x}$.

32.10. При каком значении переменной дробь $\frac{0,2x - 1}{x^2 + 2x}$ не имеет смысла?

32.11. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а) $\frac{3+a}{2-5a}$; б) $x^3 - 4x^2 + 2$; в) $\frac{x+2}{x^2-9}$; г) $\frac{8}{2m^2+5}$?

32.12. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

а) $\frac{3a^2 + b^2}{24 - 6a^2}$; б) $a^2 + ab + \frac{b}{a}$; в) $\frac{x+y}{x+y}$?

32.13. Найдите область определения дроби:

а) $\frac{0,8x - 2,4}{0,3x - 0,9}$; б) $\frac{12}{2x^2 - 72}$; в) $\frac{0,2x - 5}{4 + \frac{1}{x}}$.

32.14. Приведите дробь $\frac{a}{a-10}$ к знаменателю $10 - a$.

32.15. Верно ли, что:

а) $\frac{5a^2}{5b} = \frac{a^2}{b}$; б) $\frac{x^2}{3x^3} = \frac{1}{3x}$; в) $\frac{2a}{2b} = \frac{a}{b}$; г) $\frac{x^2}{3x} = \frac{x}{3}$?

32.16. Дробь $\frac{5a}{15a^2}$ можно сократить только на: а) 5; б) a ; в) $5a$. Выберите правильный ответ.

32.17. Можно ли сократить дробь $\frac{a+3}{3a^2}$ на: а) a ; б) 3?

32.18. Верно ли, что:

а) $\frac{3xy^3}{xy} = 3y^2$; б) $\frac{a^3b}{ab^2} = \frac{a^2}{b}$; в) $\frac{3xy}{x} = 3y$; г) $\frac{a^3b}{4ab} = \frac{a^2}{4}$?

32.19. Дробь $\frac{45a^6}{15a^2}$ сократили. В ответе получили: а) $30a$; б) $3a^4$; в) $3a^3$. Выберите правильный ответ.

32.20. Определите одночлен наибольшей степени, на который можно сократить дробь, и сократите дробь:

- а) $\frac{4a^5b^2}{8a^4b^3}$; б) $\frac{4abc}{12a^3bc}$; в) $\frac{24a^3b^2}{8ab^3}$; г) $\frac{45abc}{12a^2b}$;
 д) $\frac{30xy^2}{15x^4y^5}$; е) $\frac{48x^3y^3z^3}{12xy^2z^3}$; ж) $\frac{3xy^2}{15x^2y}$; з) $\frac{5xyz}{12xy^2z^3}$.

32.21. Вычислите значение дроби при указанном значении переменной:

- а) $\frac{5a^6}{125a^3}$ при $a = 0,5$; б) $\frac{84a^3b^4}{21a^4b^3}$ при $a = 4, b = 5$.

32.22. Сократите дробь:

- а) $\frac{170a^5b^3c^2}{68a^4b^2c^3}$; б) $\frac{17a^3b^2c}{68ab^2c^3}$; в) $\frac{0,1mn}{0,2m^2n^2}$; г) $\frac{0,3m^3n^4}{0,2m^2n^2}$.

32.23. Верно ли, что значения дробей $\frac{x+1}{x^2-1}$, $\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}$, $\frac{1}{x-1}$ равны при всех $x \neq 1$ и $x \neq -1$?

32.24. Дробь $\frac{2a(a+b)}{4(a+b)^2}$ можно сократить на:

- а) a ; б) $a+b$; в) 2 . Выберите правильные ответы.

32.25. Дробь сократили на $2x+1$ и получили дробь $\frac{1}{1-2x}$. Какой была дробь до сокращения?

32.26. Сократите дробь:

- а) $\frac{a^2-16}{ax-4x}$; б) $\frac{81-a^2}{ab^2+9b^2}$; в) $\frac{x^2-2xy+y^2}{3x^2-3y^2}$;
 г) $\frac{4a^2+8ab+4b^2}{14a^2-14b^2}$; д) $\frac{3a^3-a^2b}{b^2-6ab+9a^2}$; е) $\frac{x^4-16y^4}{x^2+4y^2}$.

32.27. Найдите значение выражения: а) $\frac{4b^2 - a^2}{a + 2b}$ при $a = 4,4$, $b = 3,7$; б) $\frac{(x - y)^2}{y - x}$ при $x = 5,1$, $y = 7,1$.

32.28. Сократите дробь, используя для разложения на множители формулы сокращенного умножения:

а) $\frac{1 - x^2}{5 - 5x}$; б) $\frac{1 - 9x^2}{5 - 15x}$; в) $\frac{a^2 - 6ab + 9b^2}{a^2 - 9b^2}$; г) $\frac{4a^2 - 12ab + 9b^2}{4a^2 - 9b^2}$.

32.29. Верно ли, что дробь $\frac{(a + 7b)^2}{2a^2 - 98b^2}$ можно сократить на $7b + a$? Какая дробь получится?

32.30. Приведите дробь к целому рациональному выражению:

а) $\frac{(x - 2)^2}{2 - x}$; б) $\frac{(a + 1)^2}{-1 - a}$; в) $\frac{(x - 2)^3}{2 - x}$; г) $\frac{(a + 1)^3}{-1 - a}$.

32.31. Упростите выражение $\frac{1225a^2 - b^2}{35ab - b^2}$ и найдите его значение при $a = 6$, $b = 7$.

32.32. Сократите дробь:

а) $\frac{(2x - 2y)^2}{4x^2 - 4y^2}$; б) $\frac{(3x + 4y)^2}{9x^2 - 16y^2}$; в) $\frac{x^6 - x^4}{x^3 + x^2}$; г) $\frac{a^{12} - b^4}{a^6 - b^2}$.

32.33. Разложите на множители квадратный трехчлен в числителе и знаменателе дроби и сократите дробь:

а) $\frac{9x^2 - 6x + 1}{6x^2 + x - 1}$; б) $\frac{8x^2 - 2x - 1}{16x^2 + 8x + 1}$.

32.34. Сократите дробь, используя алгоритм сокращения:

а) $\frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2}$; б) $\frac{15a^2 + 2bc - 5ac - 6ab}{4bc - 15a^2 - 10ac + 6ab}$.

32.35. Представьте в виде несократимой дроби выражение:

а) $\frac{x^2 - 4x + 4}{(x + 5)^2 - 49}$; б) $\frac{y^2 + 14y + 49}{(y + 3)^2 - 16}$.

32.36. Найдите значение выражения $\frac{x^2 - 4x + 4}{(x + 4)^2 - 36}$ при $x = 2,5$.

32.37. При каком значении x значение выражения:

а) $\frac{36x^5y^3}{48x^4y^2}$ равно $3y$; б) $\frac{65x^8y^3z^2}{130x^5y^2z^2}$ равно $4y$?

32.38. Найдите значение выражения $\frac{0,25a^6b^5}{0,5a^5b^6}$, если $a = 2b$.

32.39. Сократите дробь $\frac{c - a + c^2 - a^2}{c + a + c^2 + 2ac + a^2}$ и найдите ее значение при $a = 6,73$, $c = 3,27$.

32.40. Сравните области определения выражений $\frac{1}{x^2 + 2}$ и $\frac{x^2 + 2}{(x^2 + 2)(x - 2)}$.

32.41*. При каких значениях переменной выражение $5 + \frac{3}{(x - 1)^2}$ имеет смысл?

32.42*. Найдите область определения выражения $2 - \frac{1}{m}$
 $6 + \frac{1}{m^2}$.

32.43*. Постройте график функции:

а) $y = \frac{(x - 1)^2}{x - 1}$; б) $y = \frac{(2x - x^2)^2}{x^3 + 2x^2}$.

32.44*. Сократите дробь, где m , n , k — натуральные числа больше 2:

а) $\frac{48a^{m-2}b^{n-3}}{144a^{m-1}b^n}$; б) $\frac{0,12x^{2m}y^{3n+1}z^{2k-1}}{0,36x^{m-1}y^{3n-2}z^{2k+1}}$.

32.45*. Сократите дробь ($m \in \mathbb{N}$), используя формулы сокращенного умножения:

а) $\frac{x^{2m} - 1}{(x^m + 1)^2}$;

б) $\frac{x^{2m} - y^{4m}}{(x^m + y^{2m})^2}$.

32.46*. Сократите дробь:

а) $\frac{x^4 - 15x^2 - 16}{x^4 - 17x^2 + 16}$;

б) $\frac{x^4 - 4x^2 + 3}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$;

в) $\frac{4x^2 - 5xy + y^2}{4x - y}$;

г) $\frac{6a^2 + ab - 2b^2}{4b^2 - 11ab + 6a^2}$.

32.47*. Найдите, при каких значениях переменной выражение $\frac{4}{x^3 - x^2 + 2x - 2}$ не имеет смысла.

32.48*. При каких значениях переменной выражение имеет смысл:

а) $\frac{x + 5}{(|x| - 5)|x + 5|(5 + x^2)}$;

б) $\frac{x^2 + 9}{|b + 4| + 5}$?

32.49*. Найдите область определения выражения:

а) $\frac{1}{|a + 1|} + 1$;

б) $\frac{1}{|x + 1| + x^2}$.

32.50*. Сократите дробь:

а) $\frac{|x - 4| + 5}{(x - 9)(x + 1)}$;

б) $\frac{|x + 4| + 5}{(|x| - 9)(x - 1)}$.

32.51*. При каких натуральных n значение выражения $\frac{6}{n - 11}$ является натуральным числом?

32.52*. Постройте график функции:

а) $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$;

б) $y = \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}$;

в) $y = \frac{x^2 - 4|x| - 5}{|x| - 5}$;

г) $y = \frac{x^2 - |x| - 2}{2 - |x|}$.

§ 33. Действия с рациональными дробями

33.1. Верно ли, что рациональные дроби $\frac{2x+7y}{xy}$ и $\frac{2x^2}{y}$ имеют общий знаменатель xy ?

33.2. Найдите общий знаменатель дробей $\frac{a+b}{3a}$ и $\frac{1}{6b}$. Проверьте, что $\frac{a+b}{3a} = \frac{2b(a+b)}{6ab}$ и $\frac{1}{6b} = \frac{a}{6ab}$.

33.3. Приведите дроби к общему знаменателю:

- а) $\frac{5a}{3b}$ и $\frac{11}{b^2}$; б) $\frac{x}{3ab}$ и $\frac{y}{b^2}$;
 в) $\frac{1}{b^3c}$ и $\frac{1}{bc^3}$; г) $\frac{5a+c}{ca}$ и $\frac{5c+a}{5c^2}$.

33.4. Найдите общий знаменатель дробей:

- а) $\frac{11}{36x^3y^2}$ и $\frac{7}{3x^2y^3}$; б) $\frac{2a+4}{15a^3}$ и $\frac{2a-4b}{25a^2b^2}$.

33.5. Верно ли, что общий знаменатель дробей $\frac{a+b}{b-c}$ и $\frac{a-b}{b^2-bc}$ равен: а) $b(b-c)$; б) b^2-c^2 ?

33.6. Приведите дроби к общему знаменателю:

- а) $\frac{1}{32x^4y^3}$ и $\frac{1}{24xy^4}$; б) $\frac{5z}{z-3y}$ и $\frac{z}{z^2-3zy}$.

33.7. Верно ли, что общий знаменатель рациональных дробей $\frac{3ca}{a+4c}$ и $\frac{a-3c}{a^2-4ac}$ равен:

- а) a^3-16ac^2 ; б) a^2-16c^2 ?

33.8. Найдите общий знаменатель дробей $\frac{b^2}{a^n c^2}$ и $\frac{ab}{a^{n+3} c^n}$, где $n > 2$, n — натуральное число.

33.9. Приведите дроби $\frac{b^m}{a^{4n} + 4a^{2n}b^m + 4b^{2m}}$ и $\frac{a^n}{a^{2n} + 2b^m}$ к общему знаменателю.

33.10. Найдите сумму рациональных дробей:

- а) $\frac{a+2}{4}$ и $\frac{a-2}{8}$; б) $\frac{5}{x}$ и $\frac{7}{y}$;
 в) $\frac{b-6}{6b}$ и $\frac{a+4}{8a}$; г) $\frac{12}{c^3d^2}$ и $\frac{4}{c^2d}$.

33.11. Найдите разность рациональных дробей:

- а) $\frac{a+2}{4}$ и $\frac{a-2}{8}$; б) $\frac{5}{x}$ и $\frac{7}{y}$;
 в) $\frac{b-6}{6b}$ и $\frac{a+4}{8a}$; г) $\frac{12}{c^3d^2}$ и $\frac{4}{c^2d}$.

33.12. Верно ли, что при умножении дроби $\frac{a}{b}$ на $\frac{b^2}{a^2}$ получится: а) $\frac{b}{a}$; б) $\frac{a^3+b^3}{a^2b}$?

33.13. Верно ли, что при делении дроби $\frac{a}{b}$ на $\frac{a^2}{b^2}$ получится: а) $\frac{a}{b}$; б) $\frac{b}{a}$?

33.14. Найдите сумму дробей:

- а) $\frac{b-5}{5a^3b^2}$ и $\frac{a-5}{5a^2b^3}$; б) $\frac{3}{a-2b}$ и $\frac{3}{a+2b}$.

33.15. Найдите разность дробей:

- а) $\frac{b+2}{3a^2b}$ и $\frac{a-3}{4ab^2}$; б) $\frac{2}{a+b}$ и $\frac{2}{a-b}$.

33.16. Выполните умножение и деление дробей $\frac{2a}{b}$ и $\frac{2}{ab}$.

33.17. Выполните действия:

- а) $x \cdot \frac{3b+x}{x^3}$; б) $\frac{4ab}{a+b} : (ab)$.

33.18. Найдите сумму и разность дробей:

- а) $\frac{5}{m^2-n^2}$ и $\frac{5}{(m+n)^2}$; б) $\frac{1}{ab-4b^2}$ и $\frac{1}{ab+4b^2}$.

33.19. Выполните действия с рациональными дробями:

- а) $\frac{a+x}{a} + \frac{a-x}{x}$; б) $\frac{5x-2y}{5x} + \frac{5x-2y}{2y}$;
 в) $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}$; г) $\frac{1-b}{a+1} - \frac{b+1}{1-a}$.

33.20. Выполните действия с рациональными дробями:

а) $\frac{3x}{y^2} \cdot \frac{y}{12x^2}$;

б) $\frac{4a^2}{3b^3} : \frac{8a^3}{9b^2}$;

в) $\frac{49(x+y)}{y^2} \cdot \frac{y}{7(x+y)^2}$;

г) $\frac{20(a+b)^2}{3b^3} : \frac{40(a+b)^3}{9b^2}$.

33.21. Выполните сложение рациональных дробей:

а) $\frac{2c+1}{c-1} + \frac{c-2}{1-c}$;

б) $\frac{2a+1}{2a-1} + \frac{a-2}{1-2a}$.

33.22. Выполните действия:

а) $3a^2b \cdot \frac{2b}{9a^3}$;

б) $(x+y)^2 : \frac{x+y}{x-y}$;

в) $28a^2x \cdot \frac{xy^2}{4a^3}$;

г) $(ax+a^3) : \frac{a(a^2+x)}{a+x}$.

33.23. Запишите в виде дроби:

а) $\frac{3x+1}{x^2-6x+9} + \frac{2}{3-x}$;

б) $\frac{3x+2}{25x^2-16} - \frac{1}{5x-4}$;

в) $\frac{5x+1}{25x^2-10x+1} + \frac{2}{1-5x}$;

г) $\frac{7x+2}{49x^2-4} - \frac{1}{2-7x}$.

33.24. Выполните действия, приведя выражение к несократимой дроби:

а) $\frac{a+2b}{a-2b} \cdot \frac{a}{a+2b}$;

б) $\frac{3a+b}{3a-b} : \frac{a}{3a-b}$;

в) $\frac{3a+b}{3a-b} \cdot \frac{b}{3a+b}$;

г) $\frac{a+2b}{a-2b} : \frac{a}{2b-a}$.

33.25. Представьте в виде дроби выражение:

а) $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} \cdot (x^2-y^2)$;

б) $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} : (x^2-y^2)$;

в) $\frac{(2x+y)^2}{(2x-y)^2} \cdot (4x^2-y^2)$;

г) $\frac{(2x+y)^2}{(2x-y)^2} : (4x^2-y^2)$.

33.26. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x}{2a^2 - ax} - \frac{4a}{2ax - x^2}; & \text{б) } \frac{12 - y}{6y - 36} + \frac{6}{6y - y^2}; \\ \text{в) } \frac{b}{3a^2 - ab} - \frac{9a}{3ab - b^2}; & \text{г) } \frac{22 - x}{11x - 121} + \frac{11}{11x - x^2}. \end{array}$$

33.27. Представьте выражение в виде дроби:

$$\text{а) } \left(-\frac{3x^2y^4}{m^3} \right)^4; \quad \text{б) } \left(-\frac{2x^3y^2}{a^4} \right)^6.$$

33.28. Упростите выражение $\frac{2b+a}{a(b+a)} - \frac{a+b}{a^2}$ и найдите его значение при $a = 4$, $b = 8$.

33.29. Выполните действия с рациональными дробями:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{36x^5}{z^7y^2} \cdot \frac{y^3z^6}{12x^2}; & \text{б) } \frac{44a^2c^4}{3b^3} : \frac{88a^3c^5}{9b^2}; \\ \text{в) } \frac{6x^5}{z^5y^4} \cdot \frac{y^3z^6}{12x^4}; & \text{г) } \frac{42a^8c^6}{3b^3} : \frac{84a^7c^5}{9b^4}. \end{array}$$

33.30. Представьте выражение $15a^2b^7 \cdot \frac{a^5}{24b^8}$ в виде дроби.

33.31. Выполните вычитание рациональных дробей:

$$\text{а) } \frac{2x}{2x-6} - \frac{9}{x^2-3x}; \quad \text{б) } \frac{1}{x-1} - \frac{x+2}{3x^2-3x}.$$

33.32. Выполните действия с рациональными дробями:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x^2 - xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x}; & \text{б) } \frac{xy}{a^3 + a^2} : \frac{x^2y^2}{a + a^2}; \\ \text{в) } \frac{m^2 + 3mn}{n} \cdot \frac{n^2}{m}; & \text{г) } \frac{a^3b^3}{a^3 - a^2} : \frac{a^2b^2}{a - a^2}. \end{array}$$

33.33. Представьте в виде дроби выражение:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{(x+2)^2}{2x-4} \cdot (x^2-4); & \text{б) } \frac{(x+2)^2}{2x-4} : (x^2-4); \\ \text{в) } \frac{(2x+4)^2}{6x-12} \cdot (4-x^2); & \text{г) } \frac{(2x+4)^2}{2x-4} : (x^2-4). \end{array}$$

33.34. Упростите выражение, выполнив действия:

а) $\frac{a}{4x} + \frac{5}{12y} - \frac{c}{9xy^2}$;

б) $\frac{2x}{3a} + \frac{7}{6b} - \frac{1+y}{2ab}$.

33.35. Упростите выражение:

а) $\frac{28a^2}{27x^3} \cdot \left(-\frac{63x^4}{150a}\right); \frac{49a^2}{25x^3}$;

б) $\frac{45m^3}{49p^2} \cdot \left(-\frac{56p^2}{27m^2}\right); \frac{3m}{p}$.

33.36. Выполните действия:

а) $\frac{a}{a-b} + \frac{a^2+b^2}{b^2-a^2} + \frac{a}{a+b}$;

б) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a}$.

33.37. Представьте целое рациональное выражение в виде дроби и выполните действия:

а) $\frac{x^2}{y} + y$;

б) $\frac{(a-x)^2}{2a} + x$.

33.38. Выполните сложение рациональных дробей:

а) $\frac{x^2-5x+4}{x-1} + \frac{x^2+4x+3}{x+1}$;

б) $\frac{x^2+5x+4}{x+1} - \frac{x^2-4x+3}{x-1}$.

33.39. Упростите выражение $\frac{x^2-b^2}{bx-b^2} - \frac{bx^2-2bx+b}{b^2-b^2x}$ и найдите его значение при $x = b + 0,5$.

33.40. Упростите выражение:

а) $\frac{x-1}{x+2} - \frac{1-x}{x^2+3x+2}$;

б) $\frac{x^2}{2x^2-3x+1} - \frac{1}{x-1}$;

в) $\frac{x^2-4}{2x^2+7x+5} + \frac{1}{x+1}$;

г) $\frac{2-x-x^2}{2-5x+3x^2} + \frac{4x}{3x-2}$.

33.41. Выполните действия:

а) $\frac{x^2}{3ax-2-x+6a} - \frac{x}{3a-1}$;

б) $\frac{x^2-4xy}{2y^2-xy} - \frac{4y}{x-2y}$;

в) $\frac{5x^2+18x}{5ax-2-x+10a} - \frac{5x}{5a-1}$;

г) $\frac{x^2+3xy}{3y^2-xy} + \frac{3x}{x-3y}$.

33.42. Найдите значение выражения:

а) $\frac{(x-y)^3}{(x+y)^3} \cdot \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2} : \frac{x-y}{x^2+xy}$ при $x = 10$;

б) $\frac{(3x-2y)^3}{(3x+2y)^3} \cdot \frac{(3x+2y)^2}{(3x-2y)^2} : \frac{3x-2y}{3x^2+2xy}$ при $x = 0,35$.

33.43. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{a^2b}{5c} \cdot \frac{15c^2}{3a^2b^2}$; б) $\frac{(3a+c)^2}{4(3a-b)} \cdot \frac{2(9a^2-b^2)}{9a^2-c^2}$; в) $\left(\frac{ab}{2b+c}\right)^2 \cdot \frac{c(2b+c)}{a^2b^2}$.

33.44. Выполните деление дробей:

а) $\frac{11ab(c+d)}{8a^3} : \frac{33b(c+d)}{2ad}$; б) $\frac{7a+6b}{bc^2+c^3} : \frac{49a^2-36b^2}{c(b+c)}$;

в) $\frac{4a^2-y^2}{4a} : \left(\frac{2a-y}{2a+y}\right)^2$.

33.45. Найдите значение выражения:

а) $\frac{(2x-3)^2}{x^2-9} \cdot \frac{3x-9}{x^2} : \frac{8x-12}{x^2+3x}$ при $x = 6$;

б) $\frac{(x-13)^2}{x^2-169} \cdot \frac{3x+2}{x^2} : \frac{9x+6}{x^2+13x}$ при $x = 0,6$.

33.46. Найдите значение выражения:

а) $\frac{39x^5t^7}{z^7y^2} \cdot \frac{y^3z^6}{13x^2t^8} : \frac{27x^2y}{zt}$ при $x = 9$;

б) $\frac{30x^4t^4}{z^6y^9} \cdot \frac{y^{11}z^3}{18x^2t^6} : \frac{27x^2y^2}{z^4t^2}$ при $z = 0,2$.

33.47. Выполните действия: $\frac{x^2-2xy+y^2}{xy+x^2} \cdot \frac{y^2+2xy+y^2}{x^2-xy}$.

33.48. Представьте в виде дроби выражение:

а) $\frac{(x+2)^2}{2x-4} : (x^2+4x+4)$; б) $\frac{(3a+2)^2}{3a-2} : (9a^2+12a+4)$.

33.49. Выполните действия с рациональными дробями:

$$\text{а) } \frac{1}{a-b} - \frac{a^2 - b^2}{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3};$$

$$\text{б) } \frac{3x}{2y+3} + \frac{x^2 + 3x}{4xy - 3 - 2y + 6x};$$

$$\text{в) } \frac{1}{x^2 - y^2} - \frac{x - y}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3};$$

$$\text{г) } \frac{5x}{2y+5} - \frac{x^2 + 5x}{4xy - 5 - 2y + 10x}.$$

33.50*. Выполните действия:

$$\frac{36x^{5m+2}t^{7p-1}}{z^{7n+2}y^{2k+4}} \cdot \frac{y^{2k+2}z^{5n}}{x^{6m+2}t^{8p}} : \frac{27x^{2m-4}y}{z^n t^{p-1}}.$$

33.51*. Представьте выражение $3x^2y^5 \cdot \frac{12x^{4k}y^{3k}}{5z^5} : \frac{(x^4y^3)^k}{z^6}$ в виде дроби.

33.52*. Найдите значение выражения

$$\frac{8a^{3k}b^{3k+4}}{c^{2k}} : \frac{45a^{k+3}}{c^{k+2}} \cdot \frac{2c^{k-1}}{9a^{5k+1}}, \text{ если } a = b, c = 5.$$

33.53*. Упростите выражение

$$(2x^2 + 1)(4x^4 + 1)(16x^8 + 1) \cdot \frac{2x - 1}{256x^{16} - 1}.$$

33.54*. Найдите сумму и разность дробей:

$$\text{а) } \frac{1}{a^{2n} - b^{2n}} \text{ и } \frac{1}{a^{2n} + b^{2n} - 2(ab)^n};$$

$$\text{б) } \frac{1}{a^{4n} - b^{4n}} \text{ и } \frac{1}{a^{4n} + b^{4n} + 2a^{2n}b^{2n}}.$$

33.55*. Докажите, что если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.

33.56*. Упростите выражение, представив каждое слагаемое в виде разности дробных выражений:

$$\text{а) } \frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+4)} + \frac{1}{(a+4)(a+6)} + \frac{1}{(a+6)(a+8)};$$

$$\text{б) } \frac{1}{b(b+3)} + \frac{1}{(b+3)(b+6)} + \frac{1}{(b+6)(b+9)} + \frac{1}{(b+9)(b+12)}.$$

33.57*. Докажите тождество

$$\frac{12nm}{3nm+6} + \frac{6nm+12}{2nm+4} + \frac{4m^2n^2}{n^2m^2+4nm+4} = \left(\frac{2mn}{mn+2} + 1\right)^2 + 2 \quad \text{для всех } n, m \in \mathbb{N}.$$

§ 34. Преобразования рациональных выражений

34.1. Упростите выражение, выполнив сначала действие умножения:

а) $\frac{a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{2a}$; б) $\frac{a}{2b} - \frac{4a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{2a}$.

34.2. Установите порядок действий и выполните действия по порядку:

а) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \frac{1}{xy}$; б) $\left(\frac{2x}{y} + \frac{2y}{x}\right) : \frac{4}{x^2y^2}$;
в) $\left(\frac{25}{a} - \frac{5}{b}\right) : \frac{5}{ab}$; г) $\frac{3x}{y} - \frac{63}{y} \cdot \frac{x}{42}$.

34.3. Представьте в виде дроби рациональное выражение:

а) $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+b}$; б) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \frac{b+a}{a}$.

34.4. Представьте выражение $\left(\frac{5}{a} - \frac{3}{a^2}\right) : \frac{5a-3}{a^2} + \frac{6}{a}$ в виде дроби, выполнив действия по порядку.

34.5. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{x}{y} + 1\right) \cdot \left(\frac{y}{x+y} - 1\right)$; б) $\left(\frac{x}{y} - 1\right) \cdot \left(\frac{x}{x-y} - 1\right)$.

34.6. Установите порядок действий и выполните действия по порядку:

а) $\frac{2}{b-a} : \frac{b}{a-b} + \frac{3}{b}$; б) $\frac{x}{y+x} \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$.

34.7. Представьте в виде дроби выражение:

$$\text{а) } \left(\frac{4a}{b} - \frac{36b}{a} \right) \cdot \frac{ab}{a-3b}; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{b-a} - \frac{2}{a+b} \right) : \frac{ab}{a+b}.$$

34.8. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{b+1} - \frac{2}{1-b^2} \right) : \frac{b}{b-1} + \frac{1}{b}$ при $b = 2, 5$.

34.9. Упростите выражение:

$$\text{а) } \left(\frac{x^2}{y} - y \right) \cdot \left(\frac{y}{x+y} - 1 \right); \quad \text{б) } \left(\frac{a^2}{b} - 4b \right) \cdot \left(\frac{2a}{2a+4b} - 1 \right).$$

34.10. Выполните действия:

$$\text{а) } \left(\frac{3x}{x-1} - 1 \right) \cdot \frac{1-x^2}{4x^2-1}; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{1+a} - 2a \right) : \frac{1-a^2-a}{a^2+2a+1};$$

$$\text{в) } \left(x + \frac{3-x^2}{x+2} \right) : \frac{2x+3}{x^2-4}; \quad \text{г) } \left(b + \frac{5+b^2}{2-b} \right) \cdot \frac{4-4b+b^2}{2b+5}.$$

34.11. Представьте выражение $1 + \frac{24b}{(a-2b)^2} : \frac{3(a+6b)}{4ab-a^2-4b^2}$ в виде дроби.

34.12. Выполните действия с рациональными дробями:

$$\left(\frac{3}{b+5} - \frac{15}{25-b^2} \right) \cdot \frac{(b-5)^2}{b} + \frac{1}{b+5}.$$

34.13. Упростите выражение, выполнив указанные действия:

$$\text{а) } \left(\frac{5}{a-1} + \frac{5}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2-1}{a}; \quad \text{б) } \left(\frac{5a}{a-1} - \frac{5}{a+1} \right) : \frac{a^2+1}{a^2-1}.$$

34.14. Упростите выражение $a - \left(\frac{a+4}{a-4} + 1 \right) : \frac{6a^2}{a^2-16}$.

34.15. Найдите значение выражения

$$\left(\frac{4-4x}{x} - \frac{4x-1}{x^2} \right) \cdot \frac{1}{4x^2-1} + \frac{2}{x^2} \text{ при } x = 4.$$

34.16. Упростите выражение:

$$\text{а) } \left(y + 2 + \frac{8}{y-2} \right) : \frac{y^2+4}{4-4y+y^2}; \quad \text{б) } \left(\frac{7}{x-3} - x - 3 \right) \cdot \frac{3-x}{x^2+8x+16}.$$

34.17. Представьте выражение

$$\left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) : (a - b)^2 - \left(\frac{b}{a} + 1\right) : (a^2 - b^2) \text{ в виде дроби.}$$

34.18. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{7}{3x-1} - \frac{5}{2x-1} : \frac{3x-1}{4x^2-1}; \quad \text{б) } \frac{6}{2x+3} - \frac{5}{2x+1} : \frac{2x+3}{4x^2-1}.$$

34.19. Упростите выражение $(3a + 2b) \cdot \frac{a}{9a^2 - 4b^2} + \frac{2ba}{2b - 3a}$.

34.20. Упростите выражение:

$$\text{а) } \left(\frac{x+4}{3x+3} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{3}{x+1} - \frac{2}{1-x^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{x+10}{5x+25} - \frac{1}{x+5}\right) \cdot \frac{5}{x-5} - \frac{10}{x^2-25}.$$

34.21. Выполните действия:

$$\text{а) } \left(\frac{4}{(a-b)^2} + \frac{4}{(a+b)^2}\right) : \frac{8ab}{a^2-b^2}; \quad \text{б) } \left(\frac{4}{(a-b)^2} - \frac{4}{(a+b)^2}\right) \cdot \frac{a-b}{ab}.$$

34.22. Упростите рациональное выражение:

$$\text{а) } \left(\frac{4}{x^2-4} + 1\right) : \frac{x^2}{(x+2)^2}; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{3a+b} - \frac{1}{3a-b} - \frac{4b}{b^2-9a^2}\right) \cdot \left(\frac{b}{a} - 3\right).$$

34.23. Докажите, что значение выражения не зависит от значения переменной:

$$\text{а) } \left(\frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a}\right) : \frac{3a+3}{a^2-a}; \quad \text{б) } \left(\frac{2a+6}{a^2-1} - \frac{2}{a^2+a}\right) : \frac{2a+2}{a^2-a}.$$

34.24. Выполните действия:

$$\text{а) } \left(\frac{a+5}{5a-1} + \frac{a+5}{a+1}\right) \cdot \frac{1-5a}{a^2+5a} + \frac{a^2+5}{a+1};$$

$$\text{б) } \left(\frac{b-3}{7b-4} - \frac{b-3}{b-4}\right) \cdot \frac{7b-4}{9b-3b^2} + \frac{b^2-14}{4-b}.$$

34.25. Упростите выражение, выполнив действия:

$$\text{а) } \frac{ab - b^2}{8} \cdot \frac{32a}{b^2} - \frac{4a - 4b}{b}; \quad \text{б) } \left(2a - \frac{2a^2 + 2b^2}{a + b}\right) \cdot \left(\frac{1}{b} + \frac{2}{a - b}\right).$$

34.26. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{a^2c^2 - 16b^2}{7ac} \cdot \left(\frac{4b + ac}{4b^2 - acb} - \frac{4b - ac}{4b^2 + acb}\right);$$

$$\text{б) } \left(\frac{xt + y}{x^2t - xy} + \frac{xt - y}{x^2t + xy}\right) : \frac{x^2t^2 + y^2}{x^2t^2 - y^2}.$$

34.27. Упростите выражение, выбрав рациональный способ преобразований:

$$\text{а) } \frac{(2x - 3)^2}{x^2 - 9} \cdot \frac{3x - 9}{x^2} : \frac{8x - 12}{x^2 + 3x} \cdot \frac{2x}{2x^2 - 5x + 3};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a + 3}{a^2 + 2a + 1} + \frac{a - 1}{a^2 - 2a - 3}\right) \cdot \frac{a^2 - 2a - 3}{a + 2} - 1;$$

$$\text{в) } \left(\frac{2}{a^2 - 6a} + \frac{1}{2a + 8} + \frac{5}{a^2 - 2a - 24}\right) : \frac{4a + a^2}{2a - 12};$$

$$\text{г) } \left(\frac{4n + 1}{2n^2 + n - 10} - \frac{4}{n^2 - 4}\right) \cdot \frac{4n^2 + 10n}{4n + 9} + \frac{4}{n + 2}.$$

34.28. Докажите, что значение выражения

$$\left(\frac{4a - 8}{a^2 - a - 6} + \frac{a - 3}{4 - a^2}\right) \cdot \frac{a^2 - 4}{1 - a} + \frac{2}{a - 3} \text{ не зависит от } a.$$

34.29. Упростите выражение

$$\frac{a^2 - 2a + 5}{4a - 4} - \frac{a - 4b}{a^2 + 2} \cdot \left(\frac{3a^2}{a^2 - 4ab - a + 4b} - \frac{2a + 2}{a - 4b}\right).$$

34.30. Упростите выражение $(m^{-2} - 2(mn)^{-1} + n^{-2}) \cdot (m - n)^{-1}$.

34.31. Разложите числитель и знаменатель на множители и сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{7\sqrt{n} - n\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{n}}; \quad \text{б) } \frac{x - 9}{x - 6\sqrt{x} + 9}; \quad \text{в) } \frac{m^2 - 2m\sqrt{11} + 11}{11 - m^2}.$$

34.32. Упростите выражение, выполнив указанные действия:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{p - k}{\sqrt{p} + \sqrt{k}} - \frac{\sqrt{pk} + k}{\sqrt{p} + \sqrt{k}}; & \text{б) } & \frac{x - 3\sqrt{x}}{x - 9} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}; \\ \text{в) } & \left(\frac{x}{x - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{x + \sqrt{3}} \right) : \frac{x^2 + 3}{x^2 - x\sqrt{3}}; & \text{г) } & \left(\sqrt{ab} + \frac{ab}{a - \sqrt{ab}} \right) : \frac{a^2 b}{a - b}. \end{aligned}$$

34.33. Сократите дробь:

$$\text{а) } \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + x - y}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - y}{x - 2\sqrt{xy} + y}.$$

34.34. Упростите выражение, выполнив указанные действия:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(\frac{4\sqrt{b}}{b - 1} - \frac{\sqrt{b} + 1}{\sqrt{b} - 1} \right) : \frac{\sqrt{b} - 1}{b + \sqrt{b}}; & \text{б) } & \left(\frac{8\sqrt{a}}{a - 4} + \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} + 2} \right) : \frac{\sqrt{a} + 2}{2\sqrt{a} - a}; \\ \text{в) } & \frac{a^2 + a\sqrt{2}}{a^2 + 2} \cdot \left(\frac{a}{a - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{a + \sqrt{2}} \right); & \text{г) } & \left(\frac{a}{a - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{a + \sqrt{3}} \right) : \frac{a^2 + 3}{a^2 - a\sqrt{3}}; \\ \text{д) } & \left(\frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} + 2} + \frac{8\sqrt{m}}{m - 4} \right) : \frac{\sqrt{m} + 2}{m - 2\sqrt{m}}; & \text{е) } & \frac{m + 2\sqrt{m} + 1}{2\sqrt{m}} \cdot \left(\frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{m} - 1} - \frac{4\sqrt{m}}{m - 1} \right). \end{aligned}$$

34.35*. Представьте выражение в виде дроби:

$$\text{а) } \frac{a^m b^n + b^{2n}}{3} \cdot \frac{6}{b^{2n}} - \frac{a^m + b^n}{b^n}; \quad \text{б) } \frac{x^2 - 3x - 4}{(x - 3)^2 - 1} : \frac{(x + 2)^3 - 64}{4x - x^2 - 4}.$$

34.36*. Упростите выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \left(\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a + 1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a - 1}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a + 1}{a - 1}} \right); \\ \text{б) } & \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1}{a + \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left(\frac{\sqrt{b}}{a - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a + \sqrt{ab}} \right); \\ \text{в) } & \left(\sqrt{a} + \frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \right) : \left(\frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a + b}{\sqrt{ab}} \right). \end{aligned}$$

34.37*. Упростите выражение

$$\frac{3x-2}{3x^2+2x} : \left(\frac{x}{3x^2-2x} - \frac{x^2+4x}{9x^3-4x} - \frac{1}{3x^2+2x} \right).$$

34.38*. Сократите дробь $\frac{x + \sqrt{x+y} - \sqrt{y} - 2\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$.

34.39*. Упростите выражение

$$\frac{a^2-2a+5}{4a-4} - \frac{a-4b}{a^2+2} \cdot \left(\frac{3a^2}{a^2-4ab-a+4b} - \frac{2a+2}{a-4b} \right).$$

34.40*. Упростите выражение

$(4c^2 - a^2 - b^2 + 2ab) \cdot \frac{1}{2c-a+b} - a + b$ и найдите его значение при $c = 2,5$.

34.41*. Упростите выражение

$$\left(\frac{b}{a+b} - 1 \right) \left(\frac{a}{a-b} - 1 \right) - \left(\frac{a}{a+b} - 1 \right) \left(\frac{b}{a-b} + 1 \right).$$

34.42*. Выполните действия $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b-c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b-c}} \cdot \left(1 - \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right)$.

34.43*. Упростите выражение

$$\frac{1}{1-2x^2} + \frac{1}{1+2x^2} + \frac{2}{1+4x^4} + \frac{4}{1+16x^8} + \frac{8}{1+256x^{16}}.$$

34.44*. Докажите тождество

$$\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-c)(b-a)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = 1.$$

§ 35. Функции

35.1. Среди рисунков 24, a — e выберите тот, на котором изображен график некоторой функции.

35.2. Найдите значение функции $f(x) = x^2 - 2x$, если значение аргумента равно: а) 1; б) $-\frac{1}{4}$; в) 1,2; г) $-0,8$.

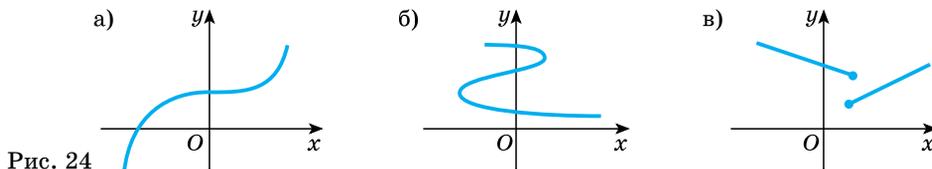


Рис. 24

35.3. Сравните с нулем значение выражения $f(-2)$, если:

а) $f(x) = -x^2 + 1$; б) $f(x) = \sqrt{x + 2}$;

в) $f(x) = x^3 + 7$; г) $f(x) = \frac{6}{x}$.

35.4. Функция задана формулой $f(x) = 1 - \frac{3}{x+5}$. Найдите значение выражения:

а) $3f(-2)$; б) $0,5f(0)$; в) $\frac{2}{3}f(1)$; г) $2,5f(-5,3)$.

35.5. Верно ли, что $g(-2) > g(-5)$, если:

а) $g(x) = x^3 - x$; б) $g(x) = \sqrt{x^4 + 1}$;

в) $g(x) = \frac{x-7}{x+1}$; г) $g(x) = |x+3| - 7$?

35.6. Функция $y(x)$ задана графиком (рис. 25) на промежутке $[-5; 10]$. Выберите верные утверждения:

а) $y(-5) = y(5)$; б) $y(0) > y(10)$;

в) $y(-2) = y(1)$; г) $y(9) > y(-5)$;

д) $y(10) < y(-5)$.

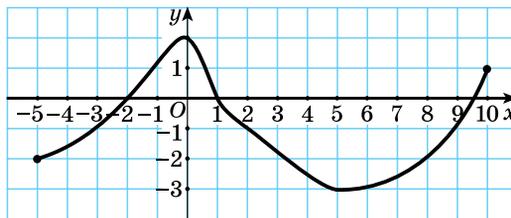


Рис. 25

35.7. Найдите значения аргумента, при которых значение функции $f(x) = 2 - 3x$ равно: а) 1; б) 8; в) $-0,1$; г) 0.

35.8. Найдите все значения аргумента, при которых значение функции равно 10:

а) $f(x) = x^2 - 9x$; б) $g(x) = \frac{20}{x}$;

в) $h(x) = |x|$; г) $p(x) = \sqrt{x-1}$.

35.9. Известно, что $f(x) = 2x^2 - 5x$. Найдите, если это возможно, все значения аргумента, при которых:

а) $f(x) = 0$; б) $f(x) = -2$; в) $f(x) = 3\frac{1}{8}$; г) $f(x) = -17$.

35.10. На рисунке 26 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

а) область определения функции; б) множество значений функции; в) нули функции; г) промежутки знакопостоянства функции; д) промежутки монотонности функции.

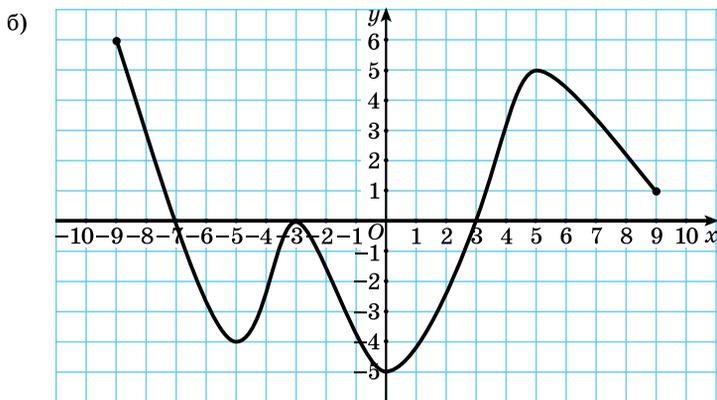
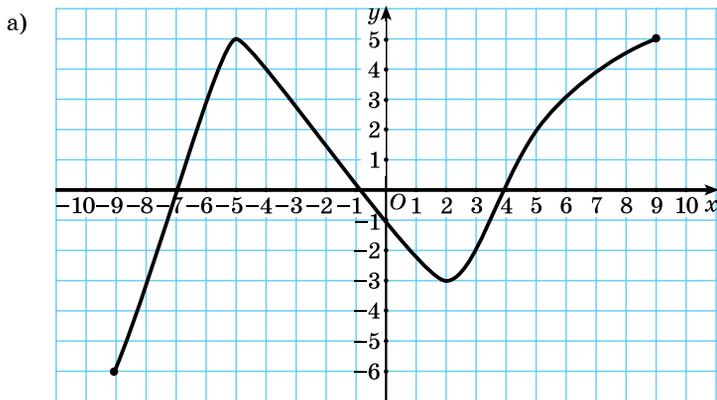


Рис. 26

35.11. На рисунке 27 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите: а) $f(-8)$; $f(-7)$; $f(-3)$; $f(2)$;

$f(6)$; $f(9)$; б) все значения аргумента, при которых верно равенство $f(x) = 2$.

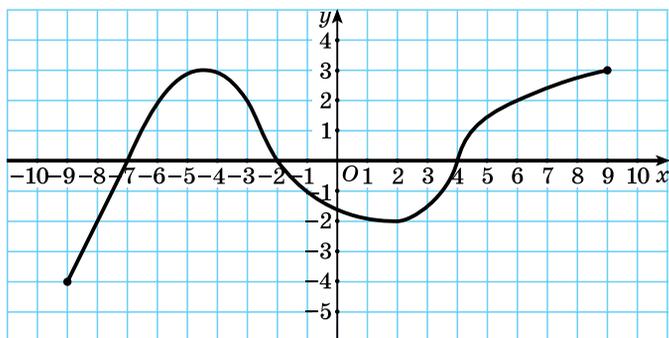


Рис. 27

35.12. Определите, при каких значениях аргумента выражение, задающее функцию, имеет смысл:

а) $y = \frac{5x + 8}{x + 7}$; б) $y = \frac{9}{x^2 - 3x}$; в) $y = \frac{x - 3}{x^2 + 4x + 4}$;
 г) $y = \frac{5}{x^2 - 9}$; д) $y = \frac{x + 8}{x - 1} + \frac{5}{7x + 2}$; е) $y = \frac{8}{x^2 - 3} + \frac{3}{x}$.

35.13. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \frac{5}{x^2 - 6x + 8}$; б) $f(x) = \frac{2}{x - 1} + \frac{5 - x}{3x^2 + 7x + 4}$;
 в) $f(x) = \frac{8x - 1}{x^4 - 7x^2 + 6}$.

35.14. Найдите $D(y)$, если:

а) $y = \sqrt{x - 7}$; б) $y = \sqrt{2x + 9}$; в) $y = \frac{5}{\sqrt{x - 5}}$;
 г) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 15}$; д) $y = \sqrt{49 - x^2}$; е) $y = \frac{1}{\sqrt{3x + 4 - x^2}}$.

35.15. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{x + 4} + \sqrt{2 - x}$; б) $y = \frac{9}{\sqrt{3x - 7}} + \frac{5}{x + 2}$;

$$\text{в) } y = \frac{8x}{\sqrt{4-x}} - \sqrt{6x+1};$$

$$\text{г) } y = \sqrt{x^2+3x-18} + \sqrt{25-x^2};$$

$$\text{д) } y = \sqrt{x^2-x-6} + \sqrt{9-x^2};$$

$$\text{е) } y = \frac{3}{\sqrt{4x-x^2}} - \sqrt{x^2-x}.$$

35.16. Найдите множество значений функции:

$$\text{а) } f(x) = x^2 - 7;$$

$$\text{б) } f(x) = |x| + 9;$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{x+6} - 8;$$

$$\text{г) } f(x) = -x^2 - 10x + 7.$$

35.17. На рисунке 28 изображен график функции $y = f(x)$, областью определения которой является множество всех действительных чисел. С помощью графика решите:

- а) уравнение $f(x) = 0$; б) неравенство $f(x) < 0$; в) неравенство $f(x) \geq 0$.

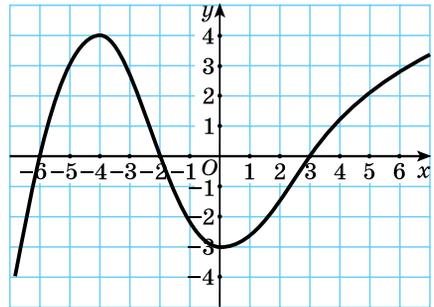


Рис. 28

35.18. Найдите нули функции:

$$\text{а) } f(x) = 7 - 3x;$$

$$\text{б) } g(x) = 9 - x^2;$$

$$\text{в) } h(x) = x^2 + 7x - 8;$$

$$\text{г) } q(x) = x^4 - 13x^2 + 36.$$

35.19. Найдите промежутки знакопостоянства функции:

$$\text{а) } f(x) = 5 - x;$$

$$\text{б) } g(x) = 2x^2 - x;$$

$$\text{в) } h(x) = -x^2 + 4;$$

$$\text{г) } p(x) = 5x - x^2 - 4.$$

35.20. Известно, что функция $y = p(x)$ убывает на промежутке $(-4; 7)$. Расположите выражения $p(0)$; $p(-3)$; $p(1)$ и $p(5,5)$ в порядке возрастания их значений.

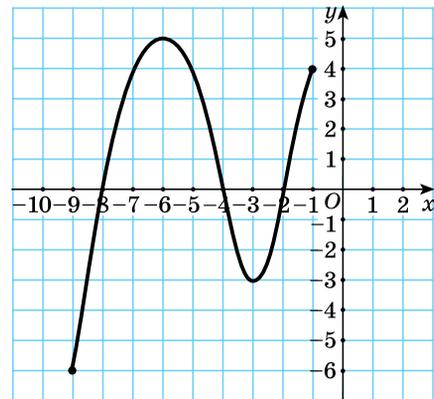


Рис. 29

35.21. На рисунке 29 изображена часть графика функции $y = f(x)$ для

$x \in [-9; -1]$. Изобразите в тетради часть графика этой функции для $x \in [1; 9]$, если известно, что она является: а) четной; б) нечетной. В каждом случае найдите $f(6)$.

35.22. Известно, что функция $y = f(x)$ является четной и $f(9) = 2$; $f(-1) = 5$. Найдите значение выражения $4f(-9) - 7f(1)$.

35.23. Известно, что функция $y = f(x)$ является нечетной и $f(5) = 12$; $f(-3) = -4$. Найдите значение выражения $7f(-5) + 2f(3)$.

35.24. Докажите, что функция является четной:

а) $f(x) = 8x^6 - 2x^2$; б) $f(x) = 3|x| - 1$;

в) $f(x) = \frac{6}{x^4}$; г) $f(x) = \sqrt{x^2 - 7}$.

35.25. Докажите, что функция является нечетной:

а) $f(x) = 2x^3 - 5x$; б) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$;

в) $f(x) = \frac{|x|}{3x}$; г) $f(x) = 4x^5$.

35.26. Докажите, что функция не является ни четной, ни нечетной:

а) $f(x) = 6x - 5$; б) $f(x) = x^2 - 3x$;

в) $f(x) = \sqrt{x - 2}$; г) $f(x) = \frac{x}{x + 7}$.

35.27. Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-9; 9]$ и является нечетной. Часть ее графика для $x \geq 0$ изображена на рисунке 30. Найдите:

а) множество значений функции; б) нули функции; в) промежутки знакопостоянства функции; г) промежутки монотонности функции.

35.28. Выберите формулу функции, график которой получается из графика

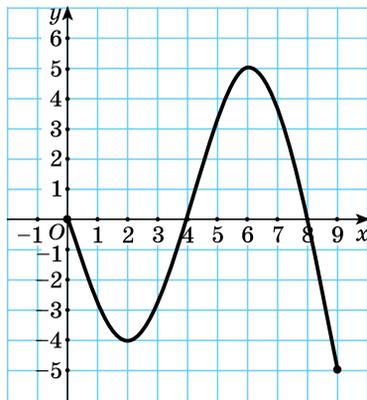


Рис. 30

функции $y = -x^2$ сдвигом его на 5 единиц влево вдоль оси абсцисс и на 2 единицы вверх вдоль оси ординат:

а) $y = -(x - 2)^2 + 5$; б) $y = -(x + 5)^2 + 2$;

в) $y = -(x - 5)^2 - 2$; г) $y = -(x - 5)^2 + 2$.

35.29. Запишите формулу функции, график которой можно получить сдвигом графика функции $y = \sqrt{x}$ вдоль оси:

- а) абсцисс на 5 единиц вправо; б) ординат на 3 единицы вверх;
в) ординат на 7 единиц вниз; г) абсцисс на 1 единицу влево;
д) абсцисс на 4 единицы вправо и вдоль оси ординат на 7 единиц вверх; е) абсцисс на 3 единицы влево и вдоль оси ординат на 1 единицу вниз.

35.30. Запишите формулу функции, график которой можно получить сдвигом графика функции $y = -7,1x^2$ вдоль оси:

- а) абсцисс на 8 единиц влево и вдоль оси ординат на 3 единицы вверх; б) абсцисс на 9 единиц вправо и вдоль оси ординат на 4 единицы вниз; в) абсцисс на 1 единицу влево; г) ординат на 12 единиц вверх.

35.31. В одной системе координат изобразите графики функций: $f_1(x) = \sqrt{x - 1}$; $f_2(x) = \sqrt{x + 2}$; $f_3(x) = \sqrt{x + 3}$; $f_4(x) = \sqrt{x - 4}$; $f_5(x) = \sqrt{x - 3} - 5$.

35.32. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел и точки $A(-5; -6)$ и $B(7; -8)$ принадлежат графику этой функции. Найдите значение выражения $\frac{2}{3}f(5) - 5f(-7)$, зная, что график функции симметричен относительно оси ординат.

35.33. С помощью преобразований графика функции $y = f(x)$ (рис. 31) постройте график функции:

а) $y = f(x - 3) - 2$;

б) $y = f(x + 1) + 3$.

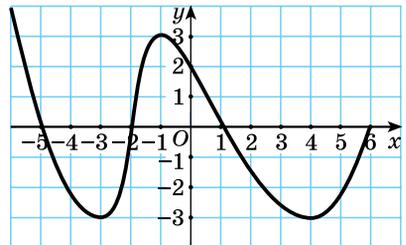


Рис. 31

35.34. График функции $y = f(x)$ получен из графика функции $g(x) = -2x^2$ сдвигом его вдоль оси абсцисс на 6 единиц вправо и вдоль оси ординат на 8 единиц вверх. Найдите нули функции $y = f(x)$.

35.35. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел, $E(f) = [-5; 9]$. Найдите множество значений функции:

- а) $y = f(x - 1)$; б) $y = f(x) + 5$;
 в) $y = f(x + 2) - 7$; г) $y = f(x - 1) - 4$.

35.36. Функция $y = f(x)$ на промежутке $[9; +\infty)$ возрастает, а на промежутке $(-\infty; 9]$ убывает. Найдите промежуток убывания функции:

- а) $y = f(x + 3)$; б) $y = f(x) - 2$;
 в) $y = f(x - 5)$; г) $y = f(x + 3) - 1$.

35.37. Найдите множество значений функции:

- а) $y = \frac{2}{x+9}$; б) $y = \sqrt{(x+3)^2 + 16}$; в) $y = \sqrt{-x^2 + 10x - 25}$.

35.38. Найдите значение выражения $f(-1) + f(-3)$, если функция $y = f(x)$ при $x \geq 0$ задана формулой $f(x) = x^3 - 2x^2$ и является:

- а) четной; б) нечетной.

35.39. Найдите, сколько целых чисел из промежутка $[-101; 45]$ принадлежит области определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - x + 1} + \frac{2}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

§ 36. Дробно-рациональные уравнения

36.1. Верно ли, что $x = -4$ — корень уравнения:

- а) $\frac{x+4}{x-5} = 0$; б) $\frac{x^2-16}{x+4} = 0$?

36.2. Решите уравнение, используя условие равенства дроби нулю:

$$\text{а) } \frac{2x+9}{x-3} = 0; \quad \text{б) } \frac{2x-6}{x-3} = 0; \quad \text{в) } \frac{x^2-16}{x-4} = 0; \quad \text{г) } \frac{x^2-36}{x+6} = 0.$$

36.3. Верно ли, что уравнения $2x - 12 = 0$ и $\frac{x^2 - 36}{x - 6} = 0$ равносильны?

36.4. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{3x-7}{x-2} = 0; & \text{б) } \frac{3x+9}{x-3} = 0; & \text{в) } \frac{3x-7,2}{x-2,5} = 0; \\ \text{г) } \frac{3x-9,6}{x-3,2} = 0; & \text{д) } \frac{x^2-5}{x-\sqrt{5}} = 0; & \text{е) } \frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}} = 0; \\ \text{ж) } \frac{x^2-6x}{x+6} = 0; & \text{з) } \frac{3x^2+3x}{x+1} = 0; & \text{и) } \frac{7x^2-x}{x} = 0. \end{array}$$

36.5. Найдите все корни уравнения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x^2-3x+2}{x-2} = 0; & \text{б) } \frac{x^2-4x+3}{x-1} = 0; \\ \text{в) } \frac{x-10}{x^2-11x+10} = 0; & \text{г) } \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = 0; \\ \text{д) } \frac{x^2-4x+3}{x^2-9} = 0; & \text{е) } \frac{x^2-16}{x^2-3x-4} = 0; \\ \text{ж) } \frac{2x^2-5x-3}{x^2-3x} = 0; & \text{з) } \frac{2x^2-5x-7}{x^2-3,5x} = 0; \\ \text{и) } \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4} = 0; & \text{к) } \frac{x^2+2x-8}{x^2+x-12} = 0; \\ \text{л) } \frac{2x^2-5x+3}{x^2-3x+2} = 0; & \text{м) } \frac{2x^2+5x-3}{x^2+2,5x-1,5} = 0. \end{array}$$

36.6. Решите уравнение, используя алгоритм:

$$\text{а) } \frac{x+2}{x-2} + 1 = 0; \quad \text{б) } \frac{x+3}{x-3} + 1 = 0;$$

в) $\frac{2x}{x+1} = 1;$

г) $\frac{2x}{x-21} = -1.$

36.7. Решите уравнение:

а) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x+1}{x-1} = 0;$

б) $\frac{x-4}{x-5} - \frac{x+4}{x+3} = 0;$

в) $\frac{3x+2}{x-3} + \frac{x-2}{x+4} = 0;$

г) $\frac{3x+2}{x-2} - \frac{3x-5}{x-1} = 0.$

36.8. Числитель дроби на 5 меньше знаменателя. Если числитель уменьшить на 2, а знаменатель увеличить на 2, то новая дробь будет равна $\frac{1}{2}$. Найдите первоначальную дробь.

36.9. В каждой пачке тетрадей на 15 штук больше, чем самих пачек. Сколько тетрадей в одной пачке, если всего тетрадей 700?

36.10. Существует ли значение x , при котором:

а) $\frac{3x+2}{x-2} = \frac{3x+3}{x-1};$

б) $\frac{3x-2}{x-3} = \frac{x-2}{-x-4} ?$

36.11. Найдите, при каком значении a сумма дробей равна -2 :

а) $\frac{a+3}{a}$ и $\frac{a}{a+3};$

б) $\frac{2a+3}{7a}$ и $\frac{7a}{2a+3}.$

36.12. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{x^2}{x-6} = \frac{36}{x-6};$

б) $\frac{x^2-x}{x-9} = \frac{8x}{x-9};$

в) $\frac{x^2-12x}{x+2} = \frac{28}{x+2};$

г) $\frac{x^2-3x}{x-1} = \frac{5-3x}{1-x};$

д) $\frac{x^2+4x}{x-1} = \frac{x-6}{1-x};$

е) $\frac{x^2+5x}{x-3} = \frac{x-18}{3-x}.$

36.13. Выполните замену переменной и решите уравнение:

а) $\frac{2x+1}{x} + \frac{x}{2x+1} = 2,5;$

б) $\frac{2x-1}{x} + \frac{x}{2x-1} = 4,25.$

36.14. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} - \frac{3}{2x+2} = 0;$

б) $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x(x-3)} - \frac{3}{2x+6} = 0.$

36.15. Существует ли значение x , при котором сумма дробей равна 1:

а) $\frac{2x}{x-3}$ и $\frac{x-3}{2x};$ б) $\frac{x}{x+3}$ и $\frac{x+3}{x}?$

36.16. Решите уравнение:

а) $\frac{x}{x^2-16} + \frac{3-x}{x-4} = 0;$

б) $\frac{x}{x^2-25} + \frac{4-x}{x-5} = 0;$

в) $\frac{x}{x+3} - \frac{2}{x-3} + \frac{12}{x^2-9} = 0;$

г) $\frac{x}{x+1} - \frac{5}{x-1} + \frac{10}{x^2-1} = 0;$

д) $\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x(x-1)} - \frac{3}{2x+2} = 0;$

е) $\frac{1}{x^2-9} - \frac{1}{x(x-3)} - \frac{3}{2x+6} = 0.$

36.17. Найдите нули функции $f(x) = \frac{2}{x-3} - \frac{3(x+1)}{x^2-1} - 1.$

36.18. Найдите корни уравнения $\frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}.$

36.19. Два пешехода вышли одновременно из одного поселка в другой. Скорость первого пешехода на $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости второго, поэтому он прибыл в другой поселок на 0,5 ч раньше второго. С какими скоростями двигались пешеходы, если расстояние между поселками равно 15 км?

36.20. Урожайность зерновых на одном участке на $10 \frac{\text{ц}}{\text{га}}$ больше, чем на другом. С первого участка собрали 260 ц зерновых, а со второго — 240 ц, хотя площади участков равны. Найдите урожайность зерновых на каждом участке.

36.21. Решите уравнение:

$$\text{а) } 1 - \frac{3x^2 - x - 24}{3 - x} = 0; \quad \text{б) } 1 - \frac{4x^2 - x - 33}{3 - x} = 0.$$

36.22. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ и $g(x) = 3(x - 1)$.

36.23. Решите уравнение $\frac{2}{3x^2 + 4x + 1} - \frac{x}{x + 1} = \frac{4}{3x + 1}$.

36.24. Найдите сумму корней уравнения:

$$\text{а) } \frac{2}{x - 3} + 1 = \frac{8}{x^2 - 6x + 9}; \quad \text{б) } \frac{3}{x + 5} = \frac{8}{x^2 + 10x + 25} - 1.$$

36.25. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{6}{x^2 - 36} + \frac{1}{36 - 12x + x^2} + \frac{1}{2x + 12} = 0;$$

$$\text{б) } \frac{3}{x^2 - 9} + \frac{1}{9 - 6x + x^2} = \frac{3}{2x^2 + 6x};$$

$$\text{в) } \frac{1}{x^2 - 10x + 25} + \frac{10}{25 - x^2} = \frac{1}{x + 5}.$$

36.26. Найдите среднее арифметическое корней (корень, если он единственный) уравнения $\frac{x + 3}{4x^2 - 9} + \frac{x - 3}{4x^2 + 12x + 9} + \frac{4}{6 - 4x} = 0$.

36.27. Велосипедист каждую минуту проезжает на 1600 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь в 63 км он затрачивает на 1,6 ч больше, чем мотоциклист. Найдите скорость каждого из них.

36.28. Мотоциклист задержался у шлагбаума на 24 мин. Увеличив после этого скорость на $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, он наверстал опоздание за 80 км. Определите первоначальную скорость мотоциклиста.

36.29. Два велосипедиста выехали в одно и то же время из двух пунктов в третий, куда они договорились прибыть

одновременно. Они встретились через 3 ч, причем второму велосипедисту, чтобы прибыть вовремя, надо было проезжать каждый километр на 1 мин быстрее, чем первому, так как его путь был длиннее на 9 км. Какова скорость каждого велосипедиста?

36.30. Найдите корни уравнения:

$$\text{а) } \frac{4}{9y^2 - 1} - \frac{4}{3y + 1} = \frac{5}{1 - 3y}; \quad \text{б) } \frac{2y - 1}{14y^2 + 7y} + \frac{8}{12y^2 - 3} = \frac{2y + 1}{6y^2 - 3y}.$$

36.31. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{2x}{x + 4} + \frac{27}{2x^2 + 7x - 4} = \frac{6}{2x - 1} + 1;$$

$$\text{б) } \frac{x + 4}{2x^2 + 13x - 45} + \frac{3}{2x^2 - 13x + 20} = \frac{1}{x - 4}.$$

36.32. Найдите сумму корней уравнения:

$$\text{а) } \frac{(x^2 + x - 12)(2x + 7)}{x + 4} = 0; \quad \text{б) } \frac{(x^2 + x - 20)(2x + 3)}{x + 5} = 0.$$

36.33. Найдите число целых корней уравнения

$$\frac{2}{x^2 - 6x + 8} = \frac{1}{x - 4} - \frac{1}{x - 2} \text{ на промежутке } [-1; 7].$$

36.34. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{9x + 9}{2x^2 + 7x + 5} = 2x + 5; \quad \text{б) } \frac{4x + 4}{3x^2 + 8x + 5} = 3x + 5.$$

36.35. От пристани отправился плот, а через 40 мин вслед за плотом отправилась моторная лодка, которая догнала плот, пройдя 5 км. Какова скорость плота, если скорость моторной лодки на $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости плота?

36.36. На одном из станков обрабатывают партию деталей на 1 ч быстрее, чем на другом. За сколько часов эту партию деталей может обработать каждый станок, работая отдельно, если, работая вместе, они выполняют эту работу за 1 ч 12 мин?

36.37. Найдите меньший корень уравнения

$$\frac{3x^2 + 8x - 3}{x + 3} = x^2 - x + 2.$$

36.38. Товарный поезд был задержан в пути на 30 мин, а затем на расстоянии 90 км наверстал потерянное время, увеличив скорость на $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите первоначальную скорость поезда.

36.39*. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч 20 мин. Сколько времени потребуется каждому из них, чтобы пройти весь путь, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 1,5 ч позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый?

36.40*. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 2 - \sqrt{3}} = 0; & \text{б) } \frac{2x^2 + 4x + 1}{2x + 2 + \sqrt{2}} = 0; & \text{в) } \frac{x^2 - 3|x|}{x} = 0; \\ \text{г) } \frac{x^2 + |x|}{x} = 0; & \text{д) } \frac{|x + 4| - |x - 4|}{x} = 0; & \text{е) } \frac{|x - 2| + |x - 4|}{x - 2} = 0. \end{array}$$

36.41*. Найдите сумму корней уравнения:

$$\text{а) } \frac{1}{x^2 - 6x} - \frac{1}{(x - 3)^2} = \frac{9}{10}; \quad \text{б) } \frac{1}{x^2 - 4x} - \frac{1}{(x - 2)^2} = \frac{4}{5}.$$

36.42*. Решите уравнение:

$$\text{а) } \frac{10}{1 + x + x^2} = 6 - x - x^2; \quad \text{б) } \frac{7}{2 + 2x - 3x^2} = 3x^2 - 2x + 6.$$

36.43*. Найдите произведение корней уравнения

$$x^2 + 4x - \frac{7}{x^2 + 4x + 5} = 1.$$

36.44*. По двум concentрическим окружностям равномерно движутся две точки. Одна из них совершает полный оборот на 10 с быстрее, чем другая, и поэтому успевает сделать за одну минуту на один оборот больше. Сколько оборотов в минуту совершает каждая точка?

36.45*. Найдите сумму корней уравнения

$$\frac{x^2 - 12x - 13|x - 6| + 76}{x - 11} = 0.$$

36.46*. При каком значении a уравнение $\frac{4x - 12a}{x + 2a + 1} = 0$ не имеет корней?

36.47*. При каком значении a уравнение имеет один корень:

а) $\frac{x^2 + 12x + 35}{x - a} = 0$; б) $\frac{x^2 - 12x - 64}{x - a} = 0$?

36.48*. Решите уравнение $\frac{7}{x^2 + 2x + 8} + \frac{13}{(x + 1)^6 + 13} = 2$.

36.49*. Найдите произведение корней уравнения

$$x^2 + \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 10x + 25} = \frac{2x - 2x^2}{x - 5}.$$

§ 37. Системы нелинейных уравнений

37.1. Верно ли, что решениями системы уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \text{ являются пары чисел } (-3; -2) \text{ и } (3; 2)?$$

37.2. Решением системы уравнений $\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$ является пара чисел:

а) $(-3; -2)$; б) $(3; 2)$; в) $(3; -2)$; г) $(-3; 2)$.

Выберите правильные ответы.

37.3. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7, \\ x - y = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x - 4y = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 9, \\ x - 2y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + xy = 0, \\ x - 4y = 1. \end{cases}$

37.4. Решите систему уравнений методом сложения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} x^2 + xy = 7, \\ x^2 - xy = -5; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x - xy = 6, \\ y - xy = 2; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 7, \\ x^2 - y^2 = -5; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x^2 - xy = 6, \\ y^2 - xy = 3. \end{cases} \end{array}$$

37.5. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = -8, \\ xy = -20; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x - y = 1, \\ xy = 42. \end{cases}$$

37.6. Сумма двух чисел равна 24, а сумма квадратов этих чисел равна 360. Выберите систему уравнений, составленную по условию задачи:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} x + y = 24, \\ (x + y)^2 = 360; \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} x + y = 24, \\ |x + y| = 360; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x + y = 24, \\ x^2 + y^2 = 360; \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} x + y = 24, \\ (x^2 + y^2)^2 = 360. \end{cases} \end{array}$$

37.7. Выберите системы уравнений, которые являются равносильными:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases} & \text{и} \quad \begin{cases} 2x = 3y, \\ x^2 - y^2 = 5; \end{cases} \\ \text{б) } \begin{cases} x - y = 0, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases} & \text{и} \quad \begin{cases} x = y, \\ x + y = 5; \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases} & \text{и} \quad \begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 5; \end{cases} \\ \text{г) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 3, \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases} & \text{и} \quad \begin{cases} 2x^2 = 8, \\ x + y = 5. \end{cases} \end{array}$$

37.8. Радиус окружности $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ равен:

- а) 2; б) 4; в) 16; г) 1.

Выберите правильный ответ.

37.9. Координаты центра окружности $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$:

- а) (2; 3); б) (3; 2); в) (-3; -2); г) (-2; -3).

Выберите правильный ответ.

37.10. Уравнение окружности с центром в точке (6; -4) и радиусом $R = 7$ имеет вид:

- а) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 7$; б) $(x - 6)^2 + (y + 4)^2 = 7$;
в) $(x + 6)^2 + (y - 4)^2 = 14$; г) $(x - 6)^2 + (y + 4)^2 = 49$.

Выберите правильный ответ.

37.11. Окружности $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2$ принадлежит точка:

- а) (2; 3); б) (3; 2); в) (-3; -2); г) (-2; -3).

Выберите правильный ответ.

37.12. Уравнение окружности с центром в точке (2; 4), проходящей через точку (4; 6), имеет вид:

- а) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 8$; б) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$;
в) $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 4$; г) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Выберите правильный ответ.

37.13. Решите систему уравнений:

- а)
$$\begin{cases} 9x^2 - 25y^2 = 27, \\ 3x - 5y = 3; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} xy = 2, \\ (x + y)^2 = 9. \end{cases}$$

37.14. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами в обратном порядке. Найдите исходное число.

37.15. Решите систему уравнений:

- а)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}, \\ x + y = 18; \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 5. \end{cases}$$

37.16. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = -8, \\ x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + 2y^2 - 3x - 2y - 10 = 0, \\ 2x - y - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x + 5y = 20, \\ 2x^2 + 10xy + 17y^2 = 21. \end{cases}$$

37.17. В зрительном зале было 320 мест, расположенных одинаковыми рядами. После того как число мест в каждом ряду увеличили на 4 и добавили еще один ряд, в зрительном зале стало 420 мест. Сколько стало рядов в зрительном зале?

37.18. Двое рабочих за смену изготавливали 72 детали. После того как первый рабочий повысил производительность труда на 15 %, а второй — на 25 %, вместе за смену они стали изготавливать 86 деталей. Сколько деталей изготавливает каждый рабочий после повышения производительности труда?

37.19. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2, \\ x + y = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{1}{2x - y} + y = -5, \\ \frac{y}{2x - y} = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6, \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 20; \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{13}{6}, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

37.20. Определите координаты центра окружности радиусом 5, если она проходит через точки (6; 0) и (0; 8).

37.21. Определите координаты точек пересечения окружности $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ и прямой $y = x$.

37.22. Определите взаимное расположение окружностей $x^2 + (y + 1)^2 = 1$ и $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

37.23. Определите число точек пересечения окружности $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ и параболы $y = x^2$.

37.24. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + xy = 2, \\ y^2 + xy = 7. \end{cases}$$

37.25. Дана окружность $(x - 2)^2 + (y + 7)^2 = 64$. Запишите уравнение окружности, центр которой симметричен центру данной окружности: а) относительно начала координат, а радиус которой равен радиусу данной окружности; б) относительно оси ординат, а радиус которой в два раза меньше радиуса данной окружности; в) относительно оси абсцисс, а радиус которой в два раза больше радиуса данной окружности.

37.26. Установите с помощью графиков, сколько решений имеет система уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = x^2; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - 2y = 0. \end{cases}$$

37.27. Решите графически систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x - y = 0, \\ x^2 - y = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ x - y = 0; \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y = \frac{1}{x}. \end{cases}$$

37.28. Запишите уравнение окружности, проходящей через точки $A(-3; 0)$, $B(0; 9)$, если известно, что центр окружности лежит на оси ординат.

37.29. Составьте уравнение окружности с центром в точке $A(0; 5)$, проходящей через точку $B(-3; 1)$. Найдите координаты точек пересечения этой окружности и прямой $y = x$.

37.30*. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x^2 y^2 = 16 \end{cases}$ методом замены переменной (замена $x^2 = t$, $y^2 = m$).

37.31*. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 34, \\ x + y + xy = 23 \end{cases}$ методом замены переменной.

37.32*. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^4 + y^4 = 17, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$

37.33*. Два поезда длиной 490 м и 210 м равномерно движутся навстречу друг другу по параллельным путям. Машинист одного из них заметил встречный поезд на расстоянии 700 м. После этого через 28 с поезда встретились. Определите скорость каждого поезда (в $\frac{\text{м}}{\text{с}}$), если известно, что один из них проезжает мимо светофора на 35 с быстрее, чем другой.

37.34*. Решите систему уравнений:

а) $\begin{cases} xy + 2x + 2y = 5, \\ x^2 + y^2 + 3x + 3y = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 4, \\ x^2 + \frac{x}{y} + \frac{1}{y^2} = 13; \end{cases}$

в) $\begin{cases} y^2 - x - 5 = 0, \\ \frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+1} = \frac{1}{x}. \end{cases}$

37.35*. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y} = \frac{1}{y^2} + x, \\ x + \frac{1}{y^2} = 6. \end{cases}$

37.36*. Произведение цифр двузначного числа в три раза меньше самого числа. Если к этому числу прибавить 18, то получится число, записанное теми же цифрами в обратном порядке. Найдите исходное число.

37.37*. Работу выполняли два слесаря, причем второй слесарь приступил к работе на 1 ч позже. Через 3 ч после начала работы им осталось выполнить $\frac{9}{20}$ всей работы. После окончания работы оказалось, что каждый слесарь выполнил

половину всей работы. За сколько часов каждый слесарь, работая отдельно, может выполнить всю работу?

37.38*. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} y - x^2 + 6x = 9, \\ x^2 - 2y + y^2 = 0. \end{cases}$$

37.39*. Запишите уравнение окружности, проходящей через точки $B(3; 0)$ и $C(-1; 2)$, если ее центр лежит на прямой $y = x + 2$.

37.40*. Найдите с помощью графиков, при каких значениях a система уравнений имеет единственное решение:

$$\text{а) } \begin{cases} y + x = a, \\ x^2 + y^2 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} y = |x| + a, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$

37.41*. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 2. \end{cases}$$

§ 38. Дробно-рациональные неравенства.

Метод интервалов для решения рациональных неравенств

38.1. Решите неравенство, используя метод интервалов:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } (x-3)(x-5)(x-8) < 0; & \text{б) } (x+4)(x+1)(x-7) > 0; \\ \text{в) } x(3x-1)(x-3) \leq 0; & \text{г) } 5x(7x+2)(5x-1) \geq 0. \end{array}$$

38.2. Решите неравенство методом интервалов, используя алгоритм:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \frac{x-3}{x-7} < 0; & \text{б) } \frac{x-8}{x+5} > 0; & \text{в) } \frac{x+9}{x-7} \leq 0; & \text{г) } \frac{x+1}{x+4} \geq 0; \\ \text{д) } \frac{3x-1}{x-5} > 0; & \text{е) } \frac{2x-7}{4x+8} \leq 0; & \text{ж) } \frac{5x-1}{x} < 0; & \text{з) } \frac{x}{10x-7} \geq 0. \end{array}$$

38.3. Найдите все значения переменной, для которых:

- а) $(9 - x)(x - 3)(x + 5) \geq 0$; б) $(x - 7)(3x - 2)(5 - x) \leq 0$;
 в) $(1 - x)(2 - 5x)(x - 9) > 0$; г) $-(7 - x)(3 - x)(4 - 5x) < 0$.

38.4. Решите неравенство методом интервалов:

- а) $\frac{(x + 5)(x - 3)}{x + 7} > 0$; б) $\frac{7x - 1}{(x - 8)(x + 3)} < 0$;
 в) $\frac{x(x - 2)}{4x - 1} \geq 0$; г) $\frac{2x(x - 3)}{(x + 4)(5x - 1)} \leq 0$;
 д) $\frac{(7 - x)(x + 9)}{x + 6} < 0$; е) $\frac{(x - 1)(x + 7)}{6 - 5x} > 0$;
 ж) $\frac{x(4 - 9x)}{(5 - x)(x + 3)} \leq 0$; з) $\frac{(6 - x)(1 - x)}{(8 - 3x)(x + 2)} \geq 0$.

38.5. Используйте метод интервалов для решения каждого неравенства системы и решите систему неравенств:

- а) $\begin{cases} (x - 3)(x - 5)(x - 7) < 0, \\ (x + 2)(x - 4) \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{x - 4} \leq 0, \\ x(x - 5) > 0; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} \frac{(x + 7)(x + 10)}{x - 4} \leq 0, \\ \frac{x + 10}{(x - 7)(x - 3)} \geq 0. \end{cases}$

38.6. Найдите сумму наименьшего целого отрицательного и наименьшего целого положительных решений неравенства $(8 - x)(3x - 1)(x + 5)(x - 11) > 0$.

38.7. Решите совокупность неравенств $\begin{cases} x(x - 5)(2x - 7) \leq 0, \\ \frac{x + 3}{x - 1} > 0. \end{cases}$

38.8. Решите неравенство:

- а) $(x - 5)^2(x + 7) \leq 0$; б) $x^2(x - 9) < 0$;
 в) $\frac{(x - 7)^2}{x - 4} \leq 0$; г) $\frac{x - 1}{(x - 5)^2} \geq 0$;

$$\begin{array}{ll} \text{д)} (x-9)(x-7)^2(x+6) \geq 0; & \text{е)} (2x+7)(3-x)(x-2)^2 \geq 0; \\ \text{ж)} \frac{7-x}{(x-3)(x-1)^2} < 0; & \text{з)} \frac{(x+3)^2}{(1-5x)(x+9)} \geq 0. \end{array}$$

38.9. Решите систему неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} (x+3)(x-5)(x-7)^2 \geq 0, \\ x^2 - 49 \leq 0; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} \frac{(x-1)^2(x+5)}{x-3} \geq 0, \\ x(x-1)(x+9) \geq 0. \end{cases}$$

38.10. Найдите число целых решений неравенства $(x+1)(3-x)(x-2)^2 \leq 0$, принадлежащих промежутку $[-1; 6]$.

38.11. Решите совокупность неравенств:

$$\text{а)} \begin{cases} (x^2 - 10x + 25)(x-6) \geq 0, \\ (x-6)(x+7) < 0; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} (25x^2 + 10x + 1)(x^2 - 9) > 0, \\ \frac{x}{x+3} \leq 0. \end{cases}$$

38.12. Найдите промежутки знакопостоянства функции $f(x) = (x^2 + 16)(x^2 - 4x + 3)(x - 6)^2$.

38.13. Решите неравенство:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} \frac{x}{x-4} \leq \frac{3}{x-4}; & \text{б)} \frac{7}{x^2-4} \geq \frac{2x}{4-x^2}; \\ \text{в)} \frac{x}{x-2} < 5; & \text{г)} \frac{7-x}{3x+7} > 1; \\ \text{д)} \frac{5x-1}{x} \leq 3; & \text{е)} \frac{2}{x-5} < \frac{3}{x-7}; \\ \text{ж)} \frac{5}{x-2} \geq \frac{1}{1-x}; & \text{з)} \frac{4x-1}{x+5} > \frac{x}{2}; \\ \text{и)} \frac{9}{x-5} < x-5; & \text{к)} x+3 \leq \frac{4}{x+3}. \end{array}$$

38.14. Решите неравенство $\frac{2(x-3)}{x(x-6)} \leq \frac{1}{x-1}$. В ответ запишите его наибольшее целое решение.

38.15. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{(x^2 - 5x + 4)(x - 1)}$; б) $y = \sqrt{(x^2 - 6x + 8)(4 - x^2)}$;

в) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}}$; г) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 8x + 12}}$.

38.16. Решите неравенство:

а) $(x - 5)(4 - x)(x + \sqrt{5}) > 0$; б) $(x^2 + 2x)(2x - 1) \leq 0$;

в) $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$; г) $x^4 - 10x^2 + 9 < 0$.

38.17. Решите неравенство методом интервалов:

а) $(-x^2 + 2x - 7)(4x^2 + x - 5)(x - 1)^6 \geq 0$;

б) $(x^2 - 9)(x^2 - 7x + 12) \geq 0$;

в) $\frac{(x^2 - 6x + 8)(x - 4)^5}{(x - 2)(7 - x)^3} \geq 0$;

г) $\frac{(x - 3)^4(x^2 + 6x + 10)}{(x - 3)(x - 5)} \leq 0$.

38.18. Найдите сумму целых решений неравенства

$$\frac{(x - 4)(x - 3)(3x - 7 - x^2)}{x^2 + x - 2} > 0.$$

38.19. Решите неравенство:

а) $\frac{2x^2 + 12x + 17}{x^2 + 4x} \geq \frac{x + 2}{x}$;

б) $\frac{4}{(3x + 4)^2} - \frac{16}{3x + 4} + 15 < 0$.

38.20*. Решите неравенство методом интервалов:

а) $\frac{x^2(x^2 - 64)}{x^2 - 14x + 48} < 0$;

б) $\frac{x^4 - 17x^2 + 16}{5x + 20} \leq 0$;

в) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 5x + 6} \cdot \left(1 - \frac{2}{x + 2}\right) \leq 0$;

г) $\left(\frac{x}{x - 1}\right)^2 - \frac{1}{x + 1} \leq \frac{2x}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

38.21*. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{1 - \frac{26 - x}{42 - x - x^2}}.$$

38.22*. Решите уравнение:

$$\text{а) } |x^3 + x^2 - 2x| = x^3 + x^2 - 2x; \quad \text{б) } \left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 4} \right| = \frac{x^2 - 3x + 2}{4 - x}.$$

§ 39. Арифметическая прогрессия

39.1. Найдите первый и шестой члены последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } a_n = 2n + 1; & \text{б) } a_n = 2n^2 - 1; \\ \text{в) } a_n = \frac{n}{3n^2 + 1}; & \text{г) } a_n = (-2)^n + 5. \end{array}$$

39.2. Последовательность задана формулой n -го члена $a_n = \frac{9 - (-1)^n}{2n + 1}$. Сравните второй и седьмой члены этой последовательности.

39.3. Найдите пятый член последовательности, заданной формулой n -го члена $a_n = \frac{3^n - (-1)^n}{(-1)^n n^2}$.

39.4. Последовательность задана формулой n -го члена $a_n = 2n + n^2$. Запишите $(k + 1)$ -й член этой последовательности.

39.5. Найдите одну из возможных формул n -го члена последовательности $3; -3; 3; -3; 3; -3; \dots$:

$$\text{а) } (-3)^n; \quad \text{б) } (-1)^n \cdot 3; \quad \text{в) } (-1)^{n+1} \cdot 3; \quad \text{г) } -3n.$$

39.6. Какие из данных последовательностей являются арифметическими прогрессиями:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } -2; -4; -6; \dots; & \text{б) } 8; 10; 18; 28; \dots; \\ \text{в) } \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots; & \text{г) } 1; 2; 3; \dots? \end{array}$$

39.7. Найдите четвертый член арифметической прогрессии, если известно, что ее первый член равен 45, а разность прогрессии равна 8.

39.8. Найдите шестой член арифметической прогрессии (a_n) , у которой:

а) $a_1 = -3$, $d = -5$; б) $a_1 = 0,7$, $d = -0,3$;

в) $a_1 = -\frac{2}{7}$, $d = 1\frac{4}{7}$; г) $a_1 = \sqrt{3}$, $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

39.9. Последовательность (a_n) является арифметической прогрессией, у которой $a_2 = 6$, $a_4 = 10$. Найдите третий член данной прогрессии.

39.10. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_6 = 10$, $d = 2$. Найдите первый член данной прогрессии.

39.11. В арифметической прогрессии (b_n) известно, что $b_5 = 8$, $b_8 = -5$. Найдите четырнадцатый член данной прогрессии.

39.12. Последовательность (a_n) является арифметической прогрессией, у которой $a_{11} = 10$, $a_{13} = 24$. Найдите a_{14} .

39.13. В арифметической прогрессии (x_n) известно, что $x_1 = 10$, $d = 3$. Найдите сумму четырех первых членов этой прогрессии.

39.14. В арифметической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 = -12$, $d = 4$. Найдите сумму десяти первых членов этой прогрессии.

39.15. В арифметической прогрессии (c_n) известно, что $c_6 = 10$, $d = 2$. Найдите сумму пятнадцати первых членов этой прогрессии.

39.16. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_2 = 2$, $a_3 = 5$. Найдите сумму двадцати первых членов этой прогрессии.

39.17. Найдите первый член арифметической прогрессии $a_1; a_2; 3; a_4; a_5; a_6; 23; \dots$.

39.18. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_5 = 6$, $a_8 = -3$. Найдите: а) номер члена, равного 18; б) сумму одиннадцати первых членов этой прогрессии.

39.19. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 1$, $d = 2$, $a_n = 51$. Найдите сумму n первых членов этой прогрессии.

39.20. Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена $a_n = 3 - 2n$. Является ли членом последовательности число: а) -2 ; б) 11 ; в) -13 ; г) 1 ?

39.21. Найдите сумму всех: а) четных двузначных чисел; б) нечетных трехзначных чисел.

39.22. Найдите, сколько членов, больших -1 , содержится в арифметической прогрессии $92; 88; 84; \dots$.

39.23. Найдите, при каком значении переменной последовательность является арифметической прогрессией:

а) $x + 1; 4x - 9; 4x + 2; \dots$; б) $2x; 3x^2; 4; \dots$.

39.24. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой n -го члена $a_n = 4n - 25$. Найдите первый член и разность данной прогрессии.

39.25. Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n) , сумма шести первых членов которой равна 9, и $a_4 - a_2 = 0,4$.

39.26. Найдите сумму шести первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если известно, что $a_3 + a_4 = \frac{5}{12}$.

39.27. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_2 + a_8 = 10$, $a_3 + a_{14} = 31$. Найдите a_1 .

39.28. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $S_{10} = 155$, $a_1 \cdot a_{10} = 58$. Найдите четвертый член данной прогрессии.

39.29. Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите $\frac{S_{51}}{S_{15}}$, если известно, что $\frac{a_3}{a_9} = 4$.

39.30. Найдите наибольшее целое значение разности арифметической прогрессии (a_n) , у которой $a_1 = 100$ и a_{22} — ее первый отрицательный член.

39.31. Первый член арифметической прогрессии (a_n) равен 429, ее разность равна -22 , $S_n = 3069$. Найдите n .

39.32. Четыре числа образуют арифметическую прогрессию. Сумма крайних чисел равна 23, третье число больше второго на 30%. Найдите наибольшее из чисел.

39.33. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $S_4 = 9$, $S_6 = 22,5$. Найдите разность данной прогрессии.

39.34. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_1 = 8$, $d = 3$. Найдите число членов этой прогрессии, являющихся двузначными числами.

39.35. За первый промах при стрельбе назначается 1 штрафное очко, а за каждый следующий — на 0,5 больше. За 25 выстрелов стрелок получил 7 штрафных очков. Найдите число попаданий в цель.

39.36. Сумма первых двадцати членов арифметической прогрессии равна 80. Найдите среднее арифметическое первого и двадцатого ее членов.

39.37. Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, если известно, что сумма третьего, седьмого, четырнадцатого и восемнадцатого членов этой прогрессии равна 10.

39.38. Последовательность задана формулой n -го члена $s_n = 1 - 2n + n^2$. Является ли членом последовательности число:
а) 0; б) 11; в) -13 ; г) 1 ?

39.39. Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите $\frac{S_{57}}{S_{19}}$, если известно, что $\frac{a_3}{a_8} = 2$.

39.40. При делении девятого члена арифметической прогрессии на второй член в частном получается 5; при делении тринадцатого члена арифметической прогрессии на шестой член в частном получается 2, а в остатке 5. Найдите первый член этой прогрессии.

39.41. Время, затрачиваемое велосипедистом на прохождение каждого очередного километра пути, на одно и то же число секунд больше, чем время, затраченное им на прохождение предыдущего километра. Известно, что на прохождение второго и четвертого километров после старта он затратил в сумме 3 мин 20 с. Найдите, за какое время велосипедист проехал первые 5 км после старта.

39.42. В арифметической прогрессии (a_n) сумма первых 5 членов меньше суммы последующих 5 членов на 50. Найдите, на сколько пятый член прогрессии больше второго.

39.43. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 4 дают остаток 1.

39.44. Найдите сумму всех натуральных чисел, больших 8 и не превосходящих 172, которые при делении на 8 дают в остатке 5.

39.45. Последовательность $a_1; a_2; a_3; \dots$ — арифметическая прогрессия. Будет ли арифметической прогрессией последовательность:

а) $x_n = 3a_n$; б) $x_n = 3a_n - 1$; в) $x_n = 3a_{n+1}$; г) $x_n = \frac{1}{2a_2 + 3}$?

39.46*. Известно, что $a_1 = -2$, $a_{n+1} = 2a_n + 1$. Найдите третий член последовательности (a_n) .

39.47*. Известно, что $c_1 = -2$, $c_2 = 2$, $c_{n+2} = 2c_n + c_{n+1}$. Найдите четвертый член последовательности (c_n) .

39.48*. Выберите одну из возможных формул n -го члена последовательности $\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}$; $\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6}$; $\frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 8}$; ...:

а) $\frac{(2n+1)(2n+2)}{(n+1)(n+2)}$; б) $\frac{(2n-1)(2n-3)}{(2n+2)(2n+4)}$;

в) $\frac{(2n-1)(2n+1)}{2n(n+1)}$; г) $\frac{4n^2-1}{4n(n+1)}$.

39.49*. Сумма первых четырех членов арифметической прогрессии равна 56. Все члены этой прогрессии — натуральные числа. Двенадцатый член прогрессии больше 67, но меньше 74. Найдите двадцатый член этой прогрессии.

39.50*. Найдите, сколько чисел одновременно являются членами арифметических прогрессий 3; 7; 11; ...; 407 и 2; 9; 16; ...; 709.

§ 40. Геометрическая прогрессия

40.1. Геометрической прогрессией не является последовательность:

а) $-2; -4; -8; \dots$; б) $2; 10; 50; 250; \dots$;

в) $\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \dots$; г) $1; 2; 4; \dots$.

Выберите правильный ответ.

40.2. Найдите знаменатель геометрической прогрессии $8; 4; 2; \dots$.

40.3. Найдите четвертый член геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что:

а) $b_1 = 10$, $q = 3$; б) $b_1 = -0,1$, $q = 4$.

40.4. Найдите первый член геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $b_6 = 64$, $q = 2$.

40.5. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что:

а) $b_1 = 10, q = 2$; б) $b_1 = -12, q = -2$.

40.6. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой:

а) $b_1 = 90, q = 0,1$; б) $b_1 = -12, q = 0,4$.

40.7. Последовательность (b_n) является геометрической прогрессией, $b_2 = 6, b_4 = 24$. Найдите b_3 .

40.8. В геометрической прогрессии (b_n) $b_{11} = 9, b_{13} = 25$. Найдите двенадцатый член этой прогрессии.

40.9. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $b_5 = 6, b_6 = -36$.

40.10. Найдите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой $b_2 = 10, q = 0,5$.

40.11. Найдите значение переменной, при которой последовательность является геометрической прогрессией:

а) $x - 2; x - 1; x + 2; \dots$; б) $2x; x + 2; 4; \dots$.

40.12. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S = 90, q = 0,9$. Найдите ее первый член.

40.13. Геометрическая прогрессия задана формулой n -го члена $b_n = 3 \cdot 2^n$. Найдите сумму первых пяти членов этой прогрессии.

40.14. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_5 = 24, b_8 = -3$. Найдите четвертый член этой прогрессии.

40.15. Представьте в виде обыкновенной несократимой дроби бесконечную десятичную дробь:

а) $0,(135)$; б) $0,23(48)$.

40.16. В геометрической прогрессии (b_n) $b_5 = 6, b_8 = \frac{16}{9}$. Найдите номер члена, равного $\frac{64}{81}$.

40.17. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_3 = 1$, $q = 2$, $b_n = 256$. Найдите n .

40.18. В геометрической прогрессии с положительными членами (b_n) известно, что $b_3 = 16$, $q = 2$, $b_n = 64$. Найдите сумму n первых членов этой прогрессии.

40.19. Найдите первый член геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $b_2 \cdot b_8 = 64$, $b_3 \cdot b_4 = 8$.

40.20. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_{43} \cdot b_{36} = 57$. Найдите значение выражения $b_{33} \cdot b_{46}$.

40.21. Последовательность $b_1; b_2; b_3; \dots$ — геометрическая прогрессия. Будет ли геометрической прогрессией последовательность:

а) $x_n = 3b_n$; б) $x_n = 3b_n - 1$; в) $x_n = 3 + b_n$; г) $x_n = \frac{3}{2b^n}$?

40.22. В геометрической прогрессии $b_1 = 3$, $b_2 = 12$, $b_n = 3072$. Найдите n .

40.23. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если известно, что $S_4 = 180$, $b_3 - b_1 = 36$.

40.24*. В геометрической прогрессии (b_n) 10 членов, их сумма равна 42,625. Сумма членов с четными номерами в два раза меньше суммы членов с нечетными номерами. Найдите пятый член этой прогрессии.

40.25*. В геометрической прогрессии отношение суммы первых 11 членов к сумме последних 11 членов равно $\frac{1}{8}$, а отношение суммы всех членов без первых 9 членов к сумме всех членов без последних 9 равно 2. Найдите число членов прогрессии.

40.26*. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма первых трех членов равна 3, а сумма первого, третьего и пятого членов равна 5,25. Найдите сумму прогрессии.

40.27*. В геометрической прогрессии $b_2 = -b_1$. Найдите S_{100} .

40.28*. Найдите первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если $S = 6$, $b_1 + b_2 + b_3 = 8,25$.

40.29*. Найдите знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, каждый член которой относится к сумме всех последующих как $2 : 3$.

40.30*. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии сумма всех членов равна 27, а сумма первых трех членов равна 19. Найдите четвертый член этой прогрессии.

40.31*. Дана геометрическая прогрессия (b_n) . Известно, что $S_7 = 14$, $S_{14} = 18$. Найдите значение выражения $7 \cdot S$, где S — сумма всех ее членов с b_{15} по b_{21} включительно.

40.32*. Три числа, сумма которых равна 78, составляют возрастающую геометрическую прогрессию. Они же являются первым, третьим и девятым членами арифметической прогрессии. Найдите наибольшее из этих чисел.

40.33*. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если от последнего числа отнять 4, то получится арифметическая прогрессия. Если после этого от второго числа отнять 2, то вновь получится геометрическая прогрессия. Найдите наибольшее из этих чисел.

40.34*. Четыре числа a , b , c и d в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Если к ним прибавить 6, 7, 6 и 1 соответственно, то получатся числа, образующие в том же порядке арифметическую прогрессию. Найдите исходные числа.

ИТОГОВЫЕ ТЕСТЫ

7 КЛАСС

Условия	Варианты ответов
<p>1. Укажите выражение, которое можно прочитать как «семь в четвертой степени»:</p> <p>1) $7 \cdot 4$; 2) $\frac{7}{4}$; 3) 4^7; 4) $7,4$; 5) 7^4.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>2. Среди перечисленных уравнений выберите линейное:</p> <p>1) $x^2 + 2 = 0$; 2) $\frac{x}{3} = 0$; 3) $\frac{5}{x} = 6$; 4) $3x = x^3$; 5) $x : (x + 2) = 0$.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>3. Из данных чисел выберите то, которое является решением неравенства $-3 \cdot x > 1$:</p> <p>1) 0; 2) $-0,1$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) -1; 5) $\sqrt{3}$.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>4. Представьте одночлен $4,2a \cdot (bx^2)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ в стандартном виде.</p>	<p>а) $-2,1ab^4x^8$; б) $-8,4ab^4x^6$; в) $-2,1abx^8$; г) $-8,4abx^6$; д) $-2,1ab^5x^6$.</p>
<p>5. Решите неравенство $6x < \frac{1}{6}$.</p>	<p>а) $x < -\frac{1}{36}$; б) $x > \frac{1}{36}$; в) $x < 1$; г) $x > 1$; д) $x < \frac{1}{36}$.</p>
<p>6. Найдите значение выражения $\frac{14^5}{(2^2)^3 \cdot 7^5}$.</p>	<p>а) 1; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{1}{2}$; г) 2; д) $3\frac{1}{2}$.</p>
<p>7. Одно из чисел больше другого на 6. Среднее арифметическое этих чисел равно 20. Укажите систему уравнений, решив которую</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>

<p>можно найти эти числа (где x — большее число, а y — меньшее):</p> <p>1) $\begin{cases} x = 6 - y, \\ \frac{x + y}{2} = 20; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - y = 6, \\ x + y = 40; \end{cases}$</p> <p>3) $\begin{cases} x = y - 6, \\ x + y = 10; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = 6 - x, \\ \frac{x + y}{2} = 20; \end{cases}$</p> <p>5) $\begin{cases} y - x = 6, \\ 2(x + y) = 20. \end{cases}$</p>	
<p>8. Определите число решений системы уравнений $\begin{cases} y = x - 2, \\ y = -x - 2. \end{cases}$</p>	<p>а) 1; б) нет решений; в) 2; г) бесконечно много; д) больше двух.</p>
<p>9. Решите неравенство $(2x - 5)^2 - 0,5x < (2x - 1)(2x + 1) - 15$.</p>	<p>а) $x > 2$; б) $x < 2$; в) $x > \frac{1}{2}$; г) $x \geq -\frac{1}{2}$; д) $x > -2$.</p>
<p>10. Решите уравнение $\frac{5y - 7}{12} - \frac{y - 5}{8} = 5$.</p>	<p>а) -1; б) $\frac{4}{7}$; в) $21\frac{2}{7}$; г) $18\frac{6}{7}$; д) 17.</p>
<p>11. Разложите многочлен $m + n + m^2 - n^2$ на множители.</p>	<p>а) $m - n$; б) $m^3 - n$; в) $(m + n)(m - n + 1)$; г) $(m + n)(m - n)$; д) $(m + n)^2(m - n)$.</p>
<p>12. Решите систему уравнений $\begin{cases} \frac{x + y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2}, \\ \frac{3x}{2} + 2y = 0. \end{cases}$</p>	<p>а) $(-4; 3)$; б) $(4; 3)$; в) $(3; -4)$; г) $(4; -3)$; д) нет решений.</p>

Продолжение

13. Найдите значение выражения $8 \cdot (-a^2 - a^{-3} + 1)$ при $a = -2$.
14. Представьте в виде многочлена стандартного вида выражение $(x - \frac{1}{4})(4x - 2) - (x - 1)(2x + 5)x$. В ответ запишите коэффициент при x^2 .
15. Число 520 представили в виде суммы двух чисел так, что 80 % одного числа составили 24 % другого. Найдите большее из этих чисел.
16. Найдите НОК($x_0; y_0$), где ($x_0; y_0$) — решение системы уравнений $\begin{cases} \frac{x+3}{3} - \frac{y-x}{2} = -\frac{2x}{3} + 12, \\ \frac{y+x}{3} - \frac{8+x}{9} + \frac{4y}{9} = 5. \end{cases}$
17. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если к нему прибавить 18, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.
18. Найдите значение выражения $\frac{5(3 \cdot 7^{18} - 19 \cdot 7^{17})}{7^{16} + 3 \cdot 7^{15}}$.
19. Найдите наименьшее значение многочлена $x^2 - 2x + 2y^2 + 8y + 14$.
20. Найдите сумму значений числа a (значение, если оно единственное), при которых уравнение $a(a+2)x = 1-x$ не имеет решений.

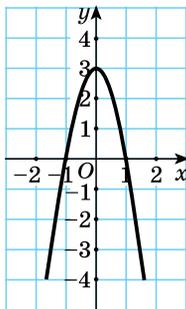
8 КЛАСС

Условия	Варианты ответов
1. Из данных чисел выберите все иррациональные числа: 1) $7\frac{2}{13}$; 2) $\sqrt{21}$; 3) $-2,(53)$; 4) $0,7$; 5) $-\sqrt{5}$.	а) 1); 3); 4); б) 2); 3); 5); в) 2); 3); 4); г) 2); 5); д) 3); 4).

<p>2. Среди перечисленных уравнений выберите квадратное:</p> <p>1) $4x = 8x^3$; 2) $3x^2 - x + 1 = 0$;</p> <p>3) $6x - 5 = 0$; 4) $\frac{4}{x^2} - x + 7 = 0$;</p> <p>5) $x^2 - x = 8x^4$.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>3. Укажите неверное равенство:</p> <p>1) $(\sqrt{7})^2 = 49$; 2) $\sqrt{(-5)^2} = 5$;</p> <p>3) $\sqrt{4 \cdot 121} = 22$; 4) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = 6$;</p> <p>5) $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>4. Определите координаты вершины параболы $y = (x + 5)^2 - 4$.</p>	<p>а) $(-5; -4)$; б) $(-5; 4)$; в) $(5; -4)$; г) $(5; 4)$; д) $(0; -4)$.</p>
<p>5. Разложите на множители квадратный трехчлен $7m^2 - 6m - 1$.</p>	<p>а) $(m + 1)(7m - 1)$; б) $(m - 1)(7m + 1)$; в) $m(7m - 6) - 1$; г) $(m - 1)\left(m + \frac{1}{7}\right)$; д) $(m + 1)\left(m - \frac{1}{7}\right)$.</p>
<p>6. Решите неравенство $x^2 - 9 < 0$.</p>	<p>а) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$; б) $(-3; 3)$; в) $[-3; 3]$; г) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; д) $(0; +\infty)$.</p>
<p>7. Найдите значение выражения $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{7\frac{1}{9}} + \sqrt{10\,000} \cdot \sqrt{0,01}$.</p>	<p>а) $10\frac{1}{3}$; б) $9\frac{2}{3}$; в) $12\frac{1}{3}$; г) $11\frac{2}{3}$; д) 12.</p>

Продолжение

<p>8. Найдите все корни уравнения</p> $-3\frac{1}{2}x^2 + 7x = 0.$	<p>а) 2; б) 0; $\frac{2}{49}$; в) 0; -2; г) 0; 2; д) $-3\frac{1}{2}$.</p>
<p>9. Найдите множество значений квадратичной функции $y = x^2 - 8x + 16$.</p>	<p>а) $[4; +\infty)$; б) $(4; +\infty)$; в) $(0; +\infty)$; г) $[0; +\infty)$; д) $(-\infty; +\infty)$.</p>
<p>10. Решите неравенство $3x^2 + 3,6x > 0$.</p>	<p>а) $(-1,2; 0)$; б) $(-\infty; 0) \cup (1,2; +\infty)$; в) $(-\infty; -1,2) \cup (0; +\infty)$; г) $(-\infty; -1,2) \cup (-1,2; +\infty)$; д) нет решений.</p>
<p>11. Решите уравнение</p> $(2x - 3)(2x + 3) - (x - 2)^2 - 1 = 5x.$	<p>а) -4; $3\frac{2}{3}$; б) $-3\frac{2}{3}$; 4; в) $-2\frac{1}{3}$; 2; г) -2; $2\frac{1}{3}$; д) $-2\frac{2}{3}$; 5.</p>
<p>12. Определите, график какой из указанных функций изображен на рисунке:</p> <p>1) $y = 3x - x^2$; 2) $y = 3x^2 - 3$; 3) $y = 3(1 - x^2)$; 4) $y = x^2 + 3x$; 5) $y = 3(1 + x^2)$.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>13. Найдите число целых решений системы неравенств $\begin{cases} 4 \geq 0,4x, \\ 2x - 3 \geq 0. \end{cases}$</p>	
<p>14. Найдите число целых решений неравенства $(2x - 1)^2 \leq 3(x - 1)(x + 1)$.</p>	



15. Найдите значение выражения $10(x_1x_2 - x_1 - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни уравнения $4x^2 - x - 13 = 0$.

16. Найдите значение выражения $(\sqrt{7} - 3)^2(16 + 6\sqrt{7}) - 4\sqrt{3\frac{1}{16}}$.

17. Найдите произведение чисел m и n , где n — наименьшее число из множества значений функции $y = \sqrt{x-3} - 8$, а m — нуль функции $y = x^3 - 27$.

18. Нулями квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ являются числа 5 и -2, наибольшее значение этой функции равно 4. Найдите значение произведения $49a$.

19. Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{16} + \sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17} + \sqrt{18}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{24} + \sqrt{25}}$.

20. Найдите наименьшее значение числа n , при котором уравнение $3x^2 - 2nx - n + 6 = 0$ имеет один корень.

9 КЛАСС

Условия	Варианты ответов
<p>1. Определите, какая из последовательностей является геометрической прогрессией:</p> <p>1) $\frac{1}{3}$; 1; 3; 9; 2) -1; 2; 4; 8; 3) 6; 2; $\frac{2}{3}$; 2; 4) 33; 34; 35; 36; 5) -10; -20; -30; -40.</p>	<p>а) 1); б) 2); в) 3); г) 4); д) 5).</p>
<p>2. Решите уравнение $\frac{7}{x+2} = 0$.</p>	<p>а) -2; б) нет корней; в) 7; г) -3,5; д) 0.</p>
<p>3. Последовательность задана формулой $a_n = -3n + 7$. Найдите восьмой член этой последовательности.</p>	<p>а) -3; б) 7; в) 8; г) -17; д) -31.</p>

Продолжение

<p>4. Укажите все нечетные функции:</p> <p>1) $y = -2x^3$; 2) $y = \frac{x}{ x }$; 3) $y = \sqrt{5x}$;</p> <p>4) $y = x - 7 + x + 7$; 5) $y = x - 3$.</p>	<p>а) 1); 2); б) 4); 5); в) 1); 2); 3); г) 1); 3); 4); д) 1); 2); 5).</p>
<p>5. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$</p>	<p>а) (1; 3); б) (3; 1); в) (4; 2); г) (-4; -2); д) (-1; -3).</p>
<p>6. Решите неравенство $\frac{3x + 10}{1 - x} \leq 0$.</p>	<p>а) $(-\infty; -3\frac{1}{3}] \cup (1; +\infty)$;</p> <p>б) $(-3\frac{1}{3}; 1)$; в) $(-1; -3\frac{1}{3}]$;</p> <p>г) $[-3\frac{1}{3}; 1)$; д) $(-\infty; -3\frac{1}{3}]$.</p>
<p>7. Выполните вычитание:</p> $\frac{b}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a + b}{b^2 - ab}$	<p>а) $\frac{2b^2 - a^2}{b(b - a)^2}$; б) $\frac{b}{(a - b)^2}$;</p> <p>в) $\frac{a^2}{b(b - a)^2}$; г) $\frac{a + b}{b - a}$; д) 1.</p>
<p>8. Решите уравнение $2 - \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3} = 0$.</p>	<p>а) -2; 3; б) 3; в) -3; г) -3; 3; д) -2.</p>
<p>9. Сократите дробь $\frac{y^2 + 2y - 15}{y^2 - 9}$.</p>	<p>а) $\frac{y - 5}{y - 3}$; б) $\frac{y + 5}{y + 3}$;</p> <p>в) $\frac{y - 5}{y + 3}$; г) $1\frac{2}{3}$; д) $-1\frac{2}{3}$.</p>
<p>10. Найдите сумму двадцати двух первых членов арифметической прогрессии, если ее разность равна 2, а пятый член прогрессии в 4 раза меньше второго члена.</p>	<p>а) $\frac{21}{2}$; б) 682; в) 231; г) 242; д) -10.</p>

<p>11. Мотоциклист задержался с выездом на 5 мин. Чтобы наверстать потерянное время, он увеличил намеченную скорость на $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите, с какой скоростью ехал мотоциклист, если путь равен 25 км.</p>	<p>а) 30; б) 40; в) 50; г) 60; д) 70.</p>
<p>12. Упростите выражение $\frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}} : \left(\frac{1}{b^{-1}} - \frac{1}{a^{-1}} \right)^{-1}$.</p>	<p>а) $a + b$; б) $\frac{a}{b}$; в) ab; г) $a - b$; д) $\frac{b}{a}$.</p>
<p>13. Найдите расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 7$ и $(x - 5)^2 + (y + 12)^2 = 29$.</p>	
<p>14. Найдите разность наибольшего и наименьшего целых решений неравенства $\frac{1}{x - 5} \leq \frac{1}{x + 7}$.</p>	
<p>15. Найдите наибольший корень уравнения $\frac{4}{9x^2 - 6x + 1} - \frac{1}{3x^2 - x} = \frac{4}{9x^2 - 1}$.</p>	
<p>16. Второй член арифметической прогрессии составляет 120 % от первого. Найдите, сколько процентов от первого члена этой прогрессии составляет ее четвертый член.</p>	
<p>17. Найдите сумму наибольшего и наименьшего корней уравнения $x^2 - x = 26 - \frac{120}{x^2 - x}$.</p>	
<p>18. Упростите выражение $10 \cdot \frac{x^2 + x\sqrt{2}}{x^2 + 2} \left(\frac{x}{x - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right)$ и найдите его значение при $x = 3\sqrt{8}$.</p>	
<p>19. Найдите число целых решений неравенства $\frac{(-x^2 + 4x - 5)(x^2 - 16)}{\sqrt{3}(x^2 + 6x + 9)} \geq 0$ на промежутке $[-20; 20]$.</p>	
<p>20. Сумма трех первых членов возрастающей арифметической прогрессии равна 15. Если от них отнять соответственно 2, 3 и 3, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите сумму десяти первых членов данной арифметической прогрессии.</p>	

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Первую половину пути в 120 км велосипедист преодолел со скоростью на 25 % меньше планируемой, а вторую — со скоростью на 25 % больше планируемой. Изменится ли запланированное время движения? Если изменится, то как?

2. Дневная норма витамина С, необходимая человеку, составляет около 100 мг в сутки. Выясните, достаточно ли съесть один апельсин массой 150 г, чтобы обеспечить себя дневной нормой витамина С, если в 100 г апельсина содержится 50 мг витамина С. Какая часть дневной нормы витамина С содержится в таком апельсине?

3. Одометр автомобиля показывал 12 921 км. Через 2 ч одометр также стал показывать число, которое одинаково читалось в обоих направлениях. Найдите, с какой скоростью ехал автомобиль, если известно, что она была не меньше $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

4. На пост мэра города баллотировались пять кандидатов. По правилам избирательной кампании по итогам первого тура мэром города может быть избран кандидат, набравший не менее 50 % голосов избирателей. В случае, если ни один из кандидатов не набрал требуемого количества голосов, проводится второй тур выборов, в котором участвуют кандидаты, набравшие не менее 25 % голосов избирателей в первом туре. Пользуясь круговой диаграммой (рис. 32), ответьте на вопросы:

а) понадобится ли второй тур выборов;

б) кто из кандидатов прошел во второй тур;

в) у кого из кандидатов больше шансов на победу.

5. При приеме на работу проводится тестирование кандидатов, дающее возможность оценить качества их характера,

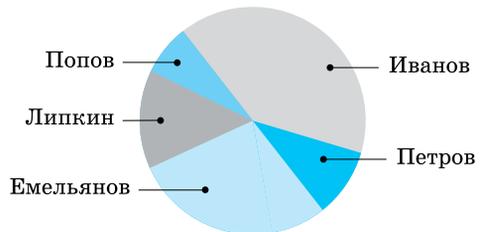


Рис. 32

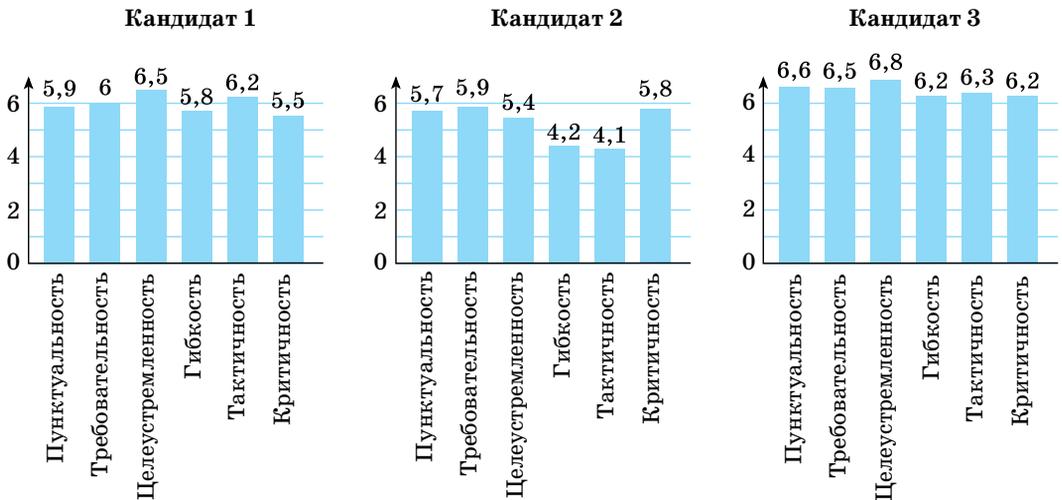


Рис. 33

необходимые для работы в фирме. Пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 33), определите, кого из кандидатов примут на работу, если приоритетными для фирмы являются целеустремленность, требовательность и тактичность.

6. В спортивном клубе 80 % членов играют в сквош, 70 % — в теннис, 86 % — в бадминтон, 90 % — в настольный теннис. Какой минимальный процент членов клуба играет во все четыре игры?

7. В начале года число сотрудников ИТ-компании, занятых логистикой, составляло 40 % от общей численности сотрудников. После того как были приняты на работу еще 6 логистов, а 5 других сотрудников уволилось, число логистов и других сотрудников сравнялось. Сколько человек работало в компании в начале года?

8. Турист на подъем в гору с постоянной скоростью тратит 5 ч, а на спуск — 1,5 ч. После 3-часового подъема турист решил спуститься к началу подъема. Через какое время после начала подъема он закончит спуск?

9. Студенты после занятий решили заказать пиццу. Каждый из них выразил свои предпочтения.

Таня: Мне с помидорами, но без курицы.

Андрей: Мне — без помидоров.

Леша: Мне с помидорами, но без грибов.

Тима: Мне без грибов, но с курицей.

Можно ли студентам обойтись покупкой двух пицц?

10. Ребята из кружка робототехники устроили соревнования в скорости между созданными ими роботами. 20 роботов выходят на трассу один за другим с интервалом в 1 мин, второй догоняет первого через 2 мин после своего старта, третий догоняет второго через 3 мин и т. д. Верно ли, что двадцатый робот догонит первого через 2 мин после своего старта?

11. При тестировании новой модели катера его скорость увеличивали на 20 % через каждую пятую часть пути. Поэтому катер прибыл к конечному пункту на 1 ч раньше, чем если бы он двигался с первоначальной постоянной скоростью. Сколько времени продолжалось тестирование?

12. На Астор-плейс в Нью-Йорке установлена скульптура в форме черного куба (рис. 34). Тони Розенталь изготовил ее в 1967 г. из стали. Для этого ему потребовалась металлическая пластина площадью $13,5 \text{ м}^2$.

а) Обозначьте через x ребро куба и определите функцию площади полной поверхности куба от x .

б) Какова длина ребра наибольшего куба, который можно сделать из пластины металла площадью $13,5 \text{ м}^2$? Каков объем полученного куба?

в) Пусть требуется изготовить куб объемом $\pi \text{ м}^3$. Существует ли x , чтобы получить такой куб?



Рис. 34

13. В летнем лагере ребятам был предложен квест: из пункта A нужно было как можно быстрее попасть в пункт B на велосипедах. При этом возможны варианты пути:

- 1) по грунтовой дороге напрямую;
- 2) по шоссе через D до пункта C , затем повернуть налево под прямым углом на другое шоссе и доехать до пункта B ;
- 3) доехать до пункта D , повернуть на грунтовую дорогу и далее до пункта B .

По шоссе можно двигаться со скоростью $25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, по грунтовой дороге — со скоростью $12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Расстояние от п. 4 до п. 2

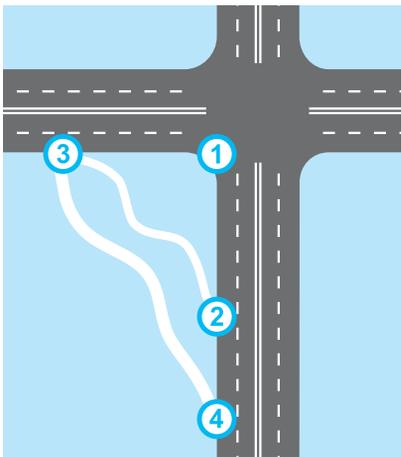


Рис. 35

(рис. 35) составляет 16 км, от п. 4 до п. 1 по шоссе — 50 км, от п. 4 до п. 3 по грунтовой дороге — 58 км.

Используйте описание и определите, каким цифрам на плане соответствуют буквенные обозначения пунктов, и заполните в тетради таблицу.

Обозначение буквами	A	B	C	D
Обозначение цифрами				

Определите время, которое может потребоваться на дорогу в каждом из трех случаев.

14. Каждый год в клубе любителей животных сохраняется целая часть 80 % всех его членов и прибывает 20 новых. В 2020 году было 200 членов. Рассмотрим последовательность числа членов клуба в $(2020 + n)$ -м году.

- а) Определите число членов в 2021 и 2022 годах.
- б) Является ли эта последовательность арифметической или геометрической прогрессией?

в) С помощью калькулятора вычислите число членов клуба в 2030 году.

15. Для запуска ракет в космическое пространство используют два вида топлива: A и B . Количество топлива, необходимого для взлета ракеты массой x тонн, задается функциями $f(x) = \left(\frac{x}{10}\right)^2$ и $g(x) = \left(\frac{x}{10}\right)^3$ для топлива A и B соответственно.

а) Начертите графики функций $f(x)$ и $g(x)$, выбрав соответствующий масштаб.

б) Определите взаимное расположение графиков функций.

в) Какое топливо лучше использовать, чтобы осуществить запуск ракеты массой: 1) 9 т; 2) 13 т?

16. Ковер Серпинского получается, если разделить квадрат на 9 равных частей и удалить центральную; далее поступают так же с каждым из восьми оставшихся квадратов; на следующем этапе — с каждым из 64 и т. д. (рис. 36).

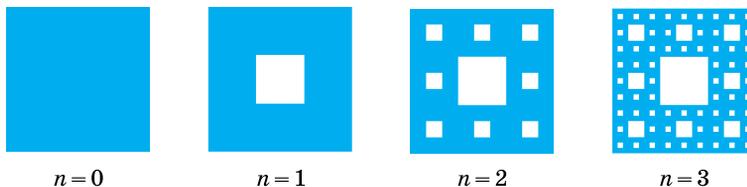


Рис. 36

Пусть a_n — площадь удаленных квадратов на n -м шагу. Тогда $a_1 = \frac{1}{9}$.

а) Определите a_2 .

б) Верно ли, что $a_{n+1} = \frac{8}{9}a_n + \frac{1}{9}$?

в) Используйте формулу из п. б), чтобы найти a_3 и a_4 .

ОТВЕТЫ

§ 1

- 1.1.** а) 7^8 ; б) $(-5)^7$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$; г) $(-2,3)^6$; д) c^6 ; е) $(-4y)^3$; ж) $(b+c)^3$; з) $(a-2b)^5$.
- 1.2.** а) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; б) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$; в) $\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9}$;
г) $(-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2)$; д) $m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m$; е) $(-3b) \cdot (-3b) \cdot (-3b) \cdot (-3b) \cdot (-3b)$;
ж) $(m-n) \cdot (m-n) \cdot (m-n) \cdot (m-n)$; з) $(c+8d) \cdot (c+8d) \cdot (c+8d)$. **1.3.** в); г).
- 1.4.** а) 100^2 ; 10^4 ; б) 4^2 ; 2^4 ; в) 25^2 ; 5^4 ; г) $\left(\frac{1}{9}\right)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^4$. **1.5.** а) 2^2 ; б) 2^3 ; в) 2^4 ; г) 2^5 ;
д) 2^6 ; е) 2^7 . **1.6.** а) 5^2 ; б) 9^2 ; в) 10^2 ; г) $0,8^2$; д) 1^2 ; е) 0^2 . **1.7.** а) 2^3 ; б) $(-3)^3$; в) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$;
г) $0,5^3$; д) $(-1)^3$; е) 0^3 . **1.8.** а) 16; 27; 256; 125; 100 000; 1; б) 25; -8; 81;
-10 000 000; 1; -64; в) $\frac{1}{16}$; $-\frac{1}{27}$; $\frac{1}{625}$; $-\frac{27}{64}$; г) $4\frac{17}{27}$; $1\frac{19}{81}$; $39\frac{1}{16}$;
 $-37\frac{1}{27}$; д) 0,00000001; -0,027; 0,000064; 0,0625; е) 3,375; 39,0625; 1,21;
-1,728. **1.9.** а) 10^4 м; б) 10^5 дм; в) 10^6 см; г) 10^7 мм. **1.10.** а), б). **1.11.** а) 5;
б) 125; в) -29; г) 1; д) 32; е) 8; ж) $\frac{1}{5}$; з) 125. **1.12.** а) 49; 49; -49; б) 125;
-125; -125; в) 16; 16; -16; г) 100 000; -100 000; -100 000; д) 1; 1; -1;
е) 0,0000001; -0,0000001; -0,0000001. **1.13.** а), б), в), г), д), и), к). **1.14.** а) 400;
б) -400; в) 25; г) -25; д) 96; е) -104; ж) 104; з) -96. **1.15.** а) 10; -10; -10;
б) 100; 100; -100; в) 1000; -1000; -1000; г) 10 000; 10 000; -10 000;
д) 100 000; -100 000; -100 000; е) 1 000 000; 1 000 000; -1 000 000.
- 1.16.** а) 0,015; б) -0,81; в) -375; г) 33; д) -652; е) -300 000; ж) 63; з) -73;
и) -224; к) -49; л) 624 936; м) $-27\frac{1}{7}$. **1.17.** а) 1000; 10 000; -1000; 10 000;
10 000; 1 000 000; -10 000; -1 000 000; б) 10; 100; -10; 100; -10; -1000; 10;
1000; в) 2,5; 25; -2,5; 25; 1,25; 125; -1,25; -125; г) 0,4; 4; -0,4; 4; -0,08;
-8; 0,08; 8. **1.18.** а) 113; б) -0,001; в) 16; г) 10. **1.19.** а) 2; б) 63; в) -30; г) -1;
д) -4; е) $\frac{1}{3}$; ж) $-1\frac{7}{12}$; з) $-15\frac{8}{9}$; и) $-\frac{1}{27}$; к) $-\frac{5}{9}$. **1.20.** а) 17; б) -97; в) -2;
г) 0,125; д) 82; е) 0. **1.21.** а) a^{12} ; б) a^9 ; в) a^5 ; г) a^{18} ; д) a^{13} ; е) a^{20} . **1.22.** а) $(x+y)^{10}$;
б) $(m-n)^5$; в) $(2a+b)^{15}$; г) $(3c-5d)^6$. **1.23.** а) 64; б) $\frac{1}{81}$; в) 100 000 000;
г) 0,0000001. **1.24.** а) a^3 ; б) a^5 ; в) a^6 ; г) a . **1.26.** а) a^6 ; б) a^2 ; в) a^5 ; г) a^2 ; д) a^6 ; е) a .

- 1.27. а) $(x - y)^5$; б) $(m + 5n)^5$. 1.28. а) 16; б) 27; в) 100 000; г) 49; д) 36; е) 11; ж) 0,008; з) 0,00001. 1.29. а) $\frac{16}{81}$; б) $-\frac{8}{125}$; в) $1\frac{15}{49}$; г) $-4\frac{17}{27}$. 1.30. а) a^{11} ; б) a^{11} ; в) a ; г) a^{19} . 1.31. а) 36; б) 16; в) 10 000; г) 49; д) 144. 1.32. а) В 125 раз больше; б) в 1 000 000 раз меньше. 1.33. а) 125; б) 81; в) 1 000 000; г) 64; д) 36; е) 1 000 000. 1.34. а) 125; б) 32; в) 27; г) 10 000. 1.35. а) 8; б) 25; в) 216; г) 125 000 000. 1.36. а) a^{15} ; б) a^{18} ; в) a^{50} ; г) a^{50} ; д) a^{18} ; е) a^{18} . 1.37. а) b^4 ; б) b^6 ; в) b^{10} ; г) b^{14} ; д) b^{21} ; е) b^{35} ; в) b^{20} ; б) b^{30} ; в) b^{50} ; г) b^{30} ; б) b^{45} ; в) b^{75} . 1.38. а) $(a^2)^9$; б) $(a^3)^6$; в) $(a^6)^3$; г) $(a^9)^2$. 1.39. а) $6ab^2$; б) $3xy^3$; в) $0,1a^3$; г) $-\frac{1}{2}c^2d^7$. 1.40. а) 2^{12} ; б) 2^{28} ; в) 2^{45} ; г) 2^{60} .
- 1.41. а) $0,1^4$; б) $0,1^{12}$; в) $0,1^{30}$; г) $0,1^{35}$. 1.42. а) 5; б) 9; в) 8; г) 1000. 1.43. а) a^{29} ; б) a^{19} ; в) a^{13} ; г) a ; д) a^{38} ; е) a^{21} ; ж) a^{51} ; з) a^{48} . 1.44. а) 5; б) 9; в) 16; г) 100 000. 1.45. а) b^{15} ; б) m^{28} ; в) k^{17} ; г) y^{19} ; д) a ; е) c . 1.46. а) В 10 раз больше; б) в 27 раз меньше. 1.47. а) a^4 ; б) a ; в) a^{27} ; г) a^{57} . 1.48. а) 2^{11} ; б) 2^{22} ; в) 2^{19} ; г) 2^{35} . 1.49. а) 2; б) 1; в) 100; г) 5; д) 2; е) $\frac{1}{9}$; ж) 5; з) 1000; и) 25. 1.50. а) 125; б) 3 200 000; в) 64; г) 81; д) $\frac{1}{8}$; е) $\frac{1}{81}$; ж) $\frac{1}{125}$; з) $\frac{1}{100\,000}$. 1.51. а) 32; б) 625; в) 81; г) 1 000 000; д) $\frac{1}{8}$; е) $\frac{1}{81}$; ж) $\frac{1}{125}$; з) $\frac{1}{100\,000}$. 1.52. а) -32; б) $-\frac{27}{1000}$; в) 100 000; г) 81.
- 1.53. а) 64; б) 64. 1.54. а) $\frac{3}{4}$; б) $1\frac{1}{2}$; в) -640; г) -24; д) -37 000 000; е) $-\frac{16}{25}$. 1.55. а) 100 000; б) 100 000 000; в) 64; г) 243; д) 1; е) 1; ж) 64; з) $\frac{1}{32}$; и) 128. 1.56. а) 1; б) 64; в) 0,16. 1.57. а) 5 000 000; б) 4; в) 125; г) $\frac{16}{81}$; д) -16; е) $\frac{1}{8}$; ж) -0,6; з) $-\frac{5}{8}$; и) -0,1; к) -1,25; л) -1,8; м) -25. 1.58. а) 12,8; б) 0,135; в) $-\frac{5}{112}$; г) 750. 1.59. а) $-a^7$; б) a^7 ; в) $-a^7$; г) $-a^7$; д) a^7 ; е) a^7 . 1.60. а) $-a^{15}$; б) $-a^{15}$; в) $-a^{20}$; г) $-a^{20}$; д) a^{20} ; е) $-a^{20}$. 1.61. а) Дробное; б) дробное. 1.62. а) -9; б) 1. 1.63*. а) 6; б) -1; в) -243; г) -8; д) -512; е) -10^7 ; ж) $-1\frac{3}{5}$; з) -216; и) $-\frac{1}{4}$; к) -8. 1.65*. а) a^{2n} ; б) a^{n+1} ; в) a^{3n+2} ; г) a^{5n+5} ; д) a^{n-3} ; е) a^{n+3} ; ж) a^{n-5} ; з) a^7 . 1.66*. а) a^{n+7} ; б) a^{n+1} ; в) a^{7n} ; г) a^{5n+1} . 1.67*. а) 2^{n+3} ; б) 7^{m-1} ; в) 3^{n+18} . 1.68*. а) 2^6 ; б) 2^{n+1} ; в) 2^{3n} ; г) 2^{9n} . 1.69*. а) 3^7 ; б) 3^{n+1} ; в) 3^{3n} ; г) 3^{5n-2} . 1.71*. 1371 $\frac{4}{5}$. 1.75*. а) 19; б) -7,5. 1.77*. 0. 1.78*. 7.

§ 2

- 2.1. г). 2.2. в). 2.3. а) $\frac{1}{7^8}$; б) $\frac{1}{3^5}$; в) $\frac{1}{11^{15}}$; г) $\frac{1}{13^7}$; д) $\frac{1}{7}$; е) $\frac{1}{29}$. 2.4. а) x^{-3} ;
 б) y^{-5} ; в) a^{-2} ; г) b^{-11} ; д) m^{-1} ; е) n^{-1} . 2.5. а) $\frac{1}{49}$; $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{1\,000\,000}$; б) $\frac{1}{25}$;
 $-\frac{1}{27}$; $\frac{1}{16}$; $-\frac{1}{100\,000}$; в) 1; 1; -1; 1; г) 1; 1; 1; 1. 2.6. а) $7\frac{1}{7}$; б) $4\frac{35}{36}$;
 в) 4; г) -1; д) 64; е) -26; ж) $\frac{1}{2}$; з) -250; и) -3; к) $-\frac{1}{4}$; л) $\frac{1}{3}$; м) $-\frac{3}{8}$.
 2.7. а) 2^5 ; 2^4 ; 2^3 ; 2^2 ; 2^1 ; 2^0 ; 2^{-1} ; 2^{-2} ; 2^{-3} ; 2^{-4} ; 2^{-5} ; б) 3^{-4} ; 3^{-3} ; 3^{-2} ; 3^{-1} ; 3^0 ; 3^1 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4 .
 2.8. а) 9; б) $-2\frac{1}{3}$; в) 1; г) 1; д) 81; е) $-3\frac{3}{8}$; ж) 32; з) $1\frac{24}{25}$; и) $\frac{9}{16}$; к) $-\frac{7}{18}$; л) 1;
 м) $-\frac{8}{27}$. 2.9. а) 3^0 ; б) $(-5)^0$; в) $3,2^0$; г) $(-7,1)^0$; д) $\left(\frac{3}{7}\right)^0$; е) $\left(-\frac{6}{11}\right)^0$; ж) $\left(5\frac{3}{8}\right)^0$;
 з) $\left(-7\frac{5}{9}\right)^0$. 2.10. а) $10\frac{2}{3}$; б) $2\frac{4}{5}$; в) -32; г) $\frac{63}{200}$; д) $-3\frac{15}{16}$; е) $-2\frac{1}{40}$. 2.11. а) 25;
 б) $-37\frac{1}{27}$; в) 1; г) 1; д) $\frac{4}{25}$; е) $-\frac{8}{27}$; ж) $\frac{5}{17}$; з) 1. 2.12. а) Дробное; б) дробное;
 в) дробное; г) дробное; д) целое; е) целое; ж) целое; з) целое; и) целое.
 2.14. а) $7^{-7} < (-7)^0$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} < \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}$; в) $0,3^{-1} < (-0,3)^{-2}$. 2.15. а) $\frac{1}{4}$; б) $-\frac{1}{4}$;
 в) $-\frac{1}{8}$; г) $-\frac{1}{8}$; д) $\frac{1}{16}$; е) $-\frac{1}{16}$; ж) $-\frac{1}{32}$; з) $-\frac{1}{32}$. 2.16. а) $(-3)^{-1} < 0$; б) $-3^{-1} < 0$;
 в) $(-5)^0 > 0$; г) $-5^0 < 0$; д) $(-7)^{-2} > 0$; е) $-7^{-2} < 0$; ж) $(-2)^{-7} < 0$; з) $-2^{-7} < 0$.
 2.17. а) $-\frac{1}{27}$; б) $-\frac{1}{16}$; в) -1; г) -1; д) $-\frac{1}{125}$; е) $-\frac{1}{100}$; ж) $-\frac{1}{216}$; з) $-\frac{1}{121}$.
 2.18. а) $-\frac{1}{9}$; б) -200; в) $-\frac{2}{25}$; г) $\frac{1}{4}$; д) $-1\frac{25}{36}$; е) 0; ж) -2; з) 20; и) 1; к) -2.
 2.19. а) $15\frac{5}{8}$; б) $48\frac{10}{27}$. 2.20. а) $\frac{1}{9}$; б) $-1\frac{1}{3}$; в) -1; г) $-\frac{1}{25}$; д) $-1\frac{1}{2}$; е) 4.
 2.21. а) a^{-9} ; б) a^{-3} ; в) a^9 ; г) a^8 ; д) a^{-5} ; е) a^{-13} ; ж) a^{11} ; з) a^{-14} ; и) a^{21} ; к) a^{-28} ; л) a^{-8} ;
 м) a^{-15} . 2.22. а) $\frac{1}{25}$; б) $\frac{1}{11}$; в) $\frac{1}{25}$; г) $\frac{1}{10\,000}$; д) 1; е) 49; ж) $\frac{1}{128}$; з) 225;
 и) 128; к) 1; л) 1 000 000; м) $\frac{1}{32}$; н) 625; о) $\frac{1}{256}$; п) 49; р) $\frac{1}{81}$. 2.23. а) $\frac{1}{16}$;
 б) 9; в) 100 000; г) $\frac{1}{125}$; д) $\frac{1}{10\,000}$; е) 1; ж) $\frac{1}{32}$; з) 1; и) $\frac{1}{16}$. 2.24. а) a^3 ; б) a^2 ;

- в) a^2 ; г) a^{-19} ; д) a^{-2} ; е) a^3 . **2.25.** а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{2}$; д) $\frac{1}{16}$; е) 10; ж) 1;
 з) $\frac{9}{100}$; и) 27; к) 64; л) 36; м) 625. **2.26.** а) -1; б) 1; в) 1 000 000; г) -1 000 000;
 д) $-\frac{1}{25}$; е) -32. **2.27.** а) Дробное; б) дробное. **2.28.** а) 1001; б) $\frac{19}{25}$. **2.29.** а) 9;
 б) $\frac{2}{81}$; в) 16; г) 12. **2.30.** $2\frac{4}{5}$. **2.31.** $-6\frac{6}{7}$; $7\frac{2}{7}$; $6\frac{2}{7}$; 343; $\frac{1}{7}$. **2.32.** а) 2000;
 б) 900. **2.33*.** а) 2^{10n+7} ; б) 5^{5n+9} . **2.34*.** а) 4; б) 6; в) $\frac{11}{27}$; г) 343. **2.35*.** а) $2\frac{1}{3}$;
 б) $1\frac{7}{9}$; в) $1\frac{2}{3}$; г) $1\frac{1}{2}$. **2.36*.** а) 5^n ; б) 3^n ; в) 3; г) $\frac{3}{10}$. **2.37*.** 57.

§ 3

- 3.1.** в); г); д). **3.2.** а) 8; б) -9; в) 3; г) 18; д) -1; е) -9. **3.3.** а) $751 = 7,51 \cdot 10^2$;
 б) $5600 = 5,6 \cdot 10^3$; в) $0,53 = 5,3 \cdot 10^{-1}$; г) $327,8 = 3,278 \cdot 10^2$. **3.4.** в).
3.5. а). **3.6.** б). **3.7.** в). **3.8.** а) $6,87 \cdot 10^4$; б) $9,3 \cdot 10^1$; в) $5 \cdot 10^5$; г) $9,54723 \cdot 10^3$;
 д) $2,43 \cdot 10^{-4}$; е) $3,81 \cdot 10^{-2}$; ж) $7 \cdot 10^{-3}$; з) $2,9 \cdot 10^{-1}$. **3.9.** а) 7300;
 б) 2 870 000; в) 0,0038; г) 0,0000005. **3.10.** а) $5,13 \cdot 10^{-3}$; б) $7,831 \cdot 10^{11}$;
 в) $2,9 \cdot 10^{-9}$; г) $4,7 \cdot 10^9$; д) $2,3541 \cdot 10^{-4}$; е) $8,9003 \cdot 10^7$. **3.11.** На 3 по-
 рядка. **3.12.** $1,5 \cdot 10^8$. **3.13.** $2,9 \cdot 10^7$. **3.14.** $4,7 \cdot 10^{-7}$. **3.15.** $3,89 \cdot 10^8$.
3.16. $2,16 \cdot 10^{-5}$. **3.17.** а) $5,8 \cdot 10^{10}$; б) $3,59 \cdot 10^{10}$; в) $7,35 \cdot 10^2$; г) $9,1 \cdot 10^4$.
3.18. $2,4 \cdot 10^{-1}$; $3,596 \cdot 10^{-3}$. **3.19.** а) $3,6 \cdot 10^{-11}$; $2,16 \cdot 10^{-16}$; б) $2,25 \cdot 10^8$;
 $3,375 \cdot 10^{12}$. **3.20.** $1,5 \cdot 10^{12}$. **3.21.** а) $5,23 \cdot 10^4$; б) $6,231 \cdot 10^5$; в) $1,599 \cdot 10^5$;
 г) $2,6 \cdot 10^5$. **3.22.** а) $5,23 \cdot 10^8 > 4,1 \cdot 10^8$; б) $6,7 \cdot 10^{-7} < 7,9 \cdot 10^{-7}$;
 в) $7,89 \cdot 10^{10} < 1,3 \cdot 10^{11}$; г) $3,569 \cdot 10^{-8} < 1,4 \cdot 10^{-7}$. **3.23*.** а) 17; б) 10;
 в) 22; г) 2. **3.24*.** $3 \cdot 10^{-11}$; $2\frac{1}{12} \cdot 10^{-1}$; $1,45 \cdot 10^{-5}$; $9,5 \cdot 10^{-6}$.

§ 4

- 4.1.** а) $7,5 + 2,5 = 10$; б) $7,5 - 2,5 = 5$; в) $7,5 \cdot 2,5 = 18,75$; г) $7,5 : 2,5 = 3$.
4.2. а) 142,126; б) 57,829; в) 187,1136; г) $32\frac{1}{2}$; д) $4\frac{5}{21}$; е) $6\frac{7}{9}$; ж) $\frac{35}{54}$;
 з) $\frac{24}{35}$; и) $2\frac{6}{7}$. **4.3.** а) 9,937; б) 38,789; в) 0,1465; г) 23,37. **4.4.** а) Дроб-
 ное; б) дробное; в) дробное; г) дробное. **4.5.** а) $3,27 \cdot 4,06 < 68,374 - 50,508$;
 б) $10,07 : 1,9 = 17,156 - 11,856$; в) $3\frac{4}{7} + 2\frac{3}{5} < 9\frac{2}{5} - 1\frac{3}{7}$; г) $\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{14}$.

4.6. а) Неверно; б) неверно; в) неверно; г) неверно. 4.7. а) $m + n$; б) $m - n$; в) $m \cdot n$; г) $m : n$. 4.9. а) -4 ; $-3,7$; -2 ; $-1,7$; $3\frac{1}{7}$; б) -16 ; $0,5$; 2 ; $13,7$; $4\frac{1}{2}$; в) 19 ; 9 ; 5 ; 2 ; $4\frac{1}{7}$; г) -24 ; 0 ; 1 ; $0,91$; $\frac{24}{49}$. 4.10. $2p + 5m$; $8,1$. 4.11. а) $-3,3$; $9,6$; б) $2,7$; $0,6$; в) $4,7$; $-2,4$; г) $-3,3$; $9,6$. 4.12. а) -1 ; б) 6 ; в) $-1\frac{5}{8}$. 4.14. -40 ; $-0,31$; $0,56$; $\frac{20}{49}$. 4.15. а) $-1,7$; б) $-1,6$; в) $0,4$; г) $-4,9$. 4.16. а) $50 + a$; б) $100a + 10b + c$. 4.17. а). 4.18. а) 3 ; б) -45 ; в) $9,5$; г) 5 ; д) 225 ; е) невозможно. 4.19. а) Все числа, кроме 5 ; б) все числа, кроме 7 ; в) все числа; г) все числа; д) все числа, кроме 0 ; е) все числа, кроме 5 . 4.20. в). 4.21. в); д). 4.22*. а) Все числа, кроме 0 и 1 ; б) все числа, кроме $\frac{1}{5}$ и 5 .

§ 5

5.1. а) Нет; б) да; в) да; г) нет. 5.2. а) Да; б) нет; в) нет; г) нет; д) да; е) да. 5.3. а) Да; б) нет; в) нет; г) да. 5.4. а) Да; б) нет; в) да; г) нет; д) да; е) нет. 5.5. а) $3(m + n)$; 18 ; б) $2(m + n)$; 12 ; в) $0,5(m + n)$; 3 ; г) $\frac{1}{6}(m + n)$; 1 . 5.6. а) $-10ab$; -50 ; б) $0,1ab$; $0,5$; в) ab ; 5 ; г) $-ab$; -5 . 5.7. а) a^2 ; $\frac{1}{4}$; б) a^{-4} ; 16 ; в) a^{-3} ; -8 ; г) a^5 ; $-\frac{1}{32}$. 5.8. Все. 5.9. б); в). 5.10. а) Да; б) да; в) да; г) нет. 5.12. а) $-a^7$; б) $-a^7$; в) a^7 ; г) $-a^7$. 5.13. г). 5.15*. а) $a^2 = (-a)^2$; б) $a^2 = |a|^2$. 5.16*. а) Да; б) нет; в) нет; г) да.

§ 6

6.1. а) Да; б) нет; в) да; г) нет; д) да; е) да. 6.2. a^3b ; x ; $7m(-2n^2)$; $0,2b^5$; a^6 ; bcd ; 3 ; $7a^2b$; $\frac{3}{7}ab^9$. 6.3. а) Нет; б) да; в) нет; г) нет; д) нет. 6.4. б). 6.5. а) $-0,7$; 3 ; б) $2,3$; 0 ; в) 1 ; 11 ; г) 1 ; 1 . 6.6. а) 3 ; б) $-1,3$; в) $\frac{4}{9}$; г) $-3\frac{1}{3}$; д) -1 ; е) 1 . 6.7. а) $14a^2b^9$; 14 ; б) $-9ab^2c^4$; -9 ; в) $-0,1xy^5$; $-0,1$; г) a^3b^5 ; 1 ; д) $-a^{20}$; -1 ; е) $6a^{13}b^4$; 6 ; ж) $0,32m^4n^3$; $0,32$; з) $-2,8x^3y^{12}$; $-2,8$; и) m^4n^7 ; 1 ; к) $-10b^6c$; -10 ; л) $-x^4y^6$; -1 ; м) $-c^8d^5$; -1 . 6.8. а) 11 ; б) 5 ; в) 9 ; г) 8 ; д) 1 ; е) 0 . 6.9. б); в); г). 6.10. а) $8x^2y$; б) $-7x^3y^2$; в) $10a^5y^7$; г) $-36a^2c^3x^4y^7$. 6.11. $-10a^6$; -10 . 6.12. а) $15x^9y$; 15 ; 10 ; б) $-6a^2b$; -6 ; 3 ; в) $0,6m^3n^5$; $0,6$; 8 ; г) $-c^4d^4$; -1 ; 8 ; д) x^2yz^4 ; 1 ; 7 ; е) $-a^3b^2c$; -1 ; 6 . 6.13*. а) $-27x^{11}y^7$; б) $-200x^{13}y^{13}$.

§ 7

- 7.1. а) a^5b^7 ; б) $3x^5y^2$; в) $7b^8c^6d$; г) $-24x^7y^7z$; д) $1,2x^3y^5z^7$; е) $-5a^5b^3c^6$; ж) $-1,5m^3n^8$; з) $-0,25a^7b^8$; и) a^3b ; к) $-c^3d$. 7.2. а) $12ab^8n^2$; б) $0,1x^6y^3$; в) $-5m^3n^6$; г) $-9,6b^2c^3d$; д) $-a^3b^8c$; е) $-2\frac{1}{5}axyz^2$. 7.3. а) $\frac{2}{45}$; б) $-1\frac{7}{8}$; в) 567; г) 24.
- 7.4. а) x^2y^3 ; б) $2abc$; в) $-x^2$; г) $-100ab$. 7.5. а) $15m^4n^4$; 15; 8; б) $-10a^4b^3$; -10 ; 7; в) $\frac{1}{4}b^3c^8$; $\frac{1}{4}$; 11; г) x^4y ; 1; 5. 7.6. а) $4x^3y^3$; б) $-2ab^4$; в) $3x^2$; г) $3mn^2$; д) $-2x^5y^4$; е) $3ab$; ж) $\frac{1}{4}b^7cd$; з) $-0,2a$; и) $-mk$; к) a^3b^2c . 7.7. а) $2x^2$; б) $5mn$; в) $-8b$; г) $-bc^3$.
- 7.8. а) $-90abc$; б) $60bc^2$. 7.9. а) x^2 ; б) $2a^3b^2$; в) $5x^4y^2z$; г) $-7m^{19}n^2$. 7.10. а) 288; б) -70 . 7.11. а) $16x^4$; б) $9a^6$; в) $-0,008a^6b^3$; г) $x^{40}y^{16}z^8$; д) $-32a^{10}b^{25}$; е) $-a^{21}b^{14}c^7$.
- 7.12. а) $4x^8y^2$; $4a^{16}b^2$; $x^2y^4z^{12}$; m^6n^{10} ; б) $8x^{12}y^3$; $-8a^{24}b^3$; $x^3y^6z^{18}$; $-m^9n^{15}$; в) $16x^{16}y^4$; $16a^{32}b^4$; $x^4y^8z^{24}$; $m^{12}n^{20}$; г) $32x^{20}y^5$; $-32a^{40}b^5$; $x^5y^{10}z^{30}$; $-m^{15}n^{25}$; д) $64x^{24}y^6$; $64a^{48}b^6$; $x^6y^{12}z^{36}$; $m^{18}n^{30}$. 7.13. а) $-0,00032x^5y^{20}$; б) $0,09a^4b^8$.
- 7.14. а) $(3a^4)^2$; б) $(6mn^5)^2$; в) $(0,5x^3y^9)^2$; г) $\left(\frac{2}{7}a^3b^5c^9\right)^2$. 7.15. а) $(8m^9n^{18})^2$; б) $(4m^6n^{12})^3$; в) $(2m^3n^6)^6$. 7.16. а) $(0,5b^5c^4d)^2$; б) $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^5$. 7.17. а) $-9a^{25}b^{22}$; -9 ; 47; б) $-125a^{36}b^{16}$; -125 ; 52; в) $-18a^{11}b^{10}$; -18 ; 21; г) $-8a^{27}b^{32}$; -8 ; 59.
- 7.18. $-7a^{13}b^{28}$. 7.19. а) $-27m^{24}n^{19}$; б) $1\ 000\ 000a^{30}b^{24}$; в) $-\frac{2}{7}x^8y^{11}$; г) $-\frac{3}{7}c^{12}d^{43}$.
- 7.20. 1) $3x^3y$; $4x^3y$; $\frac{2}{9}x^3y$; $-x^3y$; $0,7x^3y$; x^3y ; 2) $-7x^4$; $-3,5x^4$; $-x^4$; x^4 ; $0,2x^4$; $\frac{3}{11}x^4$; $23x^4$; 3) $5xy^3$; $-xy^3$; $1,3xy^3$; $-\frac{1}{7}xy^3$; $8xy^3$; $-17xy^3$; xy^3 . 7.21. а) $2a^7b^2$; б) $5a^7b^2$; в) $-3a^7b^2$; г) $\frac{2}{7}a^7b^2$; д) $-0,4a^7b^2$; е) $-1\frac{2}{3}a^7b^2$; ж) a^7b^2 ; з) $-a^7b^2$.
- 7.22. а) $8x$; б) $-x$; в) b ; г) $6a$; д) $4b^2$; е) $3c^3$. 7.23. а) $6a^2$; б) $6x^3$; в) $5a^6b$; г) $8xy^2$; д) $-3ab^2$; е) $-6x^4y^3$; ж) m^2n ; з) $-cd^4$; и) $-a^2b$. 7.24. а) $2x^6y^3$; б) $8a^9b^5c$; в) $9bcd^2$; г) $-2m^8n^3$. 7.25. а) $4xy$; б) $-2a^2b^3$; в) c^2d^5 ; г) $-x^2y$; д) 0; е) 0.
- 7.26*. а) $4ab^2$; б) $10xyz$. 7.27*. а) $16x^{22}z^{16}$; б) $144xy^8z^8$. 7.28*. а) $(243x^6y^4z^{13})^2$; б) $(32x^3yz^4)^2$. 7.29*. 1.

§ 8

- 8.1. а) $5x^4$; $3x^2$ и $-x$; б) $7x^7$; $-2x^6$; $-x^5$ и -1 ; в) $6x^3$; $4x^2$; $-x$ и 5; г) $-8x^4$; $-x$ и -3 ; д) $15x^4$; $-37x^3$; $14x$ и -5 ; е) $-8a^5$; $7a^4$; $13a^3$; $-6a^2$; $11a$ и -4 .
- 8.2. а) $-2a + 2b$; б) $7x + 4y$; в) $9b + 7c$; г) $9m + 7n$; д) $6a$; е) $-y$;

ж) $-m - n$; з) $-a - b$. **8.3.** Двучлены: а), в), д), ж); трехчлены: б), г), е), з). **8.4.** б); г). **8.5.** а) $7a^2 - 5b$; б) $a^3 - 6a^2$; в) $a^4 + 4b^4$; г) $a^3 - ab$. **8.6.** в). **8.7.** а) $10a - 10ab + 8b^2$; б) $7x^2 + 7x + 3$; в) $a + 3ab$; г) $-3x^4y^2 + 2y^4$. **8.8.** а) $-\frac{15}{16}$; б) 1,2. **8.9.** а) 6; б) 17; в) 8; г) 10. **8.10.** а) $6a^2b + 4ab^2$; 3; б) $-6mn^4$; 5; в) $-xy$; 2; г) $-3c^3d$; 4. **8.11.** а) $0,5a^4 - 0,3a^3 + 0,1a^2$; б) $2l^5 + 0,7l^4$; в) $b^3 + 0,25b^2 - b$; г) $-\frac{1}{4}c^6 + \frac{4}{5}c^5$; д) $\frac{1}{7}d^2 - \frac{6}{7}d$; е) $\frac{8}{9}x^4 - \frac{7}{9}x$. **8.12.** а) -2; б) 6,5; в) 2; г) $1\frac{3}{23}$. **8.13*.** а) $5a^5 - 12a^3$; б) $-5y^8 - 5x^3y$. **8.14*.** а) $31x^6 - 5x^5 + 1$; б) $-2y^8 - 5y^6 + y^2$.

§ 9

9.1. а) $-x - y$; б) $-x + y$; в) $x - y$; г) $x + y$; д) $x + y$; е) $x - y$; ж) $-x + y$; з) $-x - y$. **9.2.** б). **9.3.** а) $1 - x$; б) $3a + 3$; в) $3x - 4y$; г) $8a - 4b$; д) $3x + y$; е) $3c - 12d$; ж) $7n$; з) $3x + y$; и) $3b$; к) $4a + 2b$. **9.4.** а). **9.5.** а) $15a - 2$; б) $3x - 7$; в) $5n$; г) $-c + d$; д) $3x + 3y$; е) $-10n$. **9.6.** а) $-3a - 2b$; б) $x + y$; в) $12m + 2n$; г) $-4c - 5d$; д) $-x - 3y$; е) $2m - 10n$. **9.7.** а) 6; б) -2; в) 32; г) $1\frac{4}{5}$. **9.8.** а) $4x^2 - 3x$; б) $4a^2 - ab$; в) $ab - b$; г) $-3c^2 - 3d^2$; д) xy ; е) $8b^2c - 4bc^2$. **9.9.** а) $6a^2 - 4a$; $-4a^2 + 4$; б) $-4x^2 + x$; $2x^3 - 6x^2 + x$. **9.10.** а) $12a^2 - 3a$; $-3a + 2$; $3a - 2$; б) m ; $14m^3 - 2m^2 + m$; $-14m^3 + 2m^2 - m$. **9.11.** а) $4x^4 - x^3 - 4x^2 + 3x + 10$; б) $3x^3y + 6xy^2 - 5x^2y + 2y^2 - x^2 - 14x + 1$. **9.12.** а) $-2\frac{11}{27}$; б) 0,5. **9.13.** а) 0; б) 2. **9.14.** Нет корней. **9.16.** а) $y + 2x$; б) $a^2 + 6b^3$; в) $m^2 + m - 8$; г) $-7c^2 - d^2$. **9.17*.** $5x^3y - 3xy^2 - 2x^3 + 7x^2 + y^2 + 8xy - 2x - 2y + 5$. **9.19*.** а) -2; б) 12. **9.20*.** а) $-6x^2 - y^2 + xy$; б) $x^2 + 4y^2 + 9xy$. **9.21*.** а) $-b + 2$; б) $-6a + 1$; в) $8b + 7$; г) $-2c - 2$. **9.22*.** $-x^2$. **9.25*.** -3; 3. **9.26*.** $a = -2$, $b = -1$.

§ 10

10.1. а) $3a + 21$; б) $7x - 21$; в) $2m - 2n$; г) $5b + 5c$; д) $6y + 2$; е) $6b - 3$; ж) $8x - 20y$; з) $15m + 6n$; и) $3x + 9$; к) $7a - 14$; л) $6m - 3n$; м) $35x + 10y$. **10.2.** а) $x^2 + 5x$; б) $2a^2 - 2a$; в) $-3b^3 - 15b$; г) $10c^3 + 6c$; д) $3x^3 + 3x$; е) $-a^4 + 2a$; ж) $-6xy + 2xz$; з) $-ab^2 + 5ac$; и) $-3a^2c + 2bc$. **10.3.** а) 8a; б) $-4x$; в) $2m^2$; г) $-3d^3$. **10.4.** а) $5x^2 - 15x + 5$; б) $2a^3 - 14a^2 + 6a$;

в) $-2x^2 - 10xy - 2y^2$; г) $3c^2 + 3c^4 - 6c^6$; д) $-30b^4 + 6b^5 + 6b^7$;
 е) $-2y^8 + 6y^7 - 2y^5$. **10.5.** а) $4x - 6$; б) $-6a + 3$; в) $20m - 3$; г) $-b - 7$;
 д) $-c + 12$; е) $5y + 16$; ж) $-4n - 15$; з) $9d$; и) -7 . **10.6.** а) $7y - 1$; б) $17b - 4$;
 в) $13a - 25$; г) $36d + 22$; д) $2m - 13$; е) $-19x + 8$; ж) $c + 33$; з) $-19n + 8$;
 и) $-14d + 8$; к) $-10a - 11$. **10.7.** а) 1,2; б) -3,6. **10.8.** а) $7a - 2$; б) 8; в) $c - 17$;
 г) $-10d + 41$. **10.9.** -11,4. **10.10.** а) -17; б) 13,5; в) $18\frac{2}{3}$; г) -6,5.
10.11. а) 5; б) 0,08. **10.12.** а) $\frac{1}{3}$; б) 1. **10.13.** а) $3x^5 - 2x$; б) $-0,8c^3 + 1$;
 в) $2b - a$; г) $-7m^2n + 2mn$. **10.14.** а) $a + b + c + d$; б) $a - b - c - d$;
 в) $-a - b - c - d$; г) $-a + b + c + d$. **10.15.** а) -12; б) -20. **10.16.** а) $-2x + 1$;
 б) $-5a^2 + 3a - 5$; в) $2m^2 - 2$; г) $b^3 + 6b$. **10.17.** а) $7m^2 - 2m^3n + 1$;
 б) $3a^2 - 4a^3b + 1$. **10.18.** 735. **10.19.** а) $-15x^8y^7 - 6x^9y^5 + 9x^7y^5 + 3x^7y^2 -$
 $- 18x^5y^3$; б) $0,6x^7y^6 - 0,9x^6y^4 + 1,5x^5y^5 - 2,1x^5y^3 + 0,6x^4y^4$; в) $-8x^5y^4 +$
 $+ 20x^4y^6 - 12x^4y^3 + 8x^2y^4$; г) $6x^5y^4 - 14x^4y^3 - 8x^4y^2 + 2x^4y - 6x^3y^2$.
10.20. а) 1; б) 1. **10.21.** $a = 2, b = -2$.

§ 11

11.1. а) $b^2 + 5b + 4$; б) $a^2 - 5a + 6$; в) $a^2 + 4a - 12$; г) $b^2 + 6b - 7$;
 д) $a^2 + 8a + 15$; е) $m^2 - 5m + 4$; ж) $-n^2 + 3n + 10$; з) $-c^2 + 2c + 15$;
 и) $d^2 - 2d - 15$; к) $c^2 - 7c - 8$; л) $-m^2 + 2m + 3$; м) $-x^2 + 7x + 8$.
11.2. а) $2a^2 - 7a + 3$; б) $12b^2 + 7b - 10$; в) $-6x^2 + 9x - 3$; г) $-6c^2 - c + 12$;
 д) $-9m^2 + 14m - 5$; е) $20n^2 + 3n - 2$; ж) $-14b^2 + 17b + 6$; з) $-12a^2 - 8a + 15$.
11.3. а) $4m^2 + 4n^2 + 17mn$; б) $15a^2 - 4b^2 - 4ab$; в) $3x^2 - 3y^2 + 8xy$;
 г) $6a^2 + 14b^2 - 25ab$; д) $-6m^2 - n^2 - 5mn$; е) $-3a^2 - 5b^2 + 16ab$;
 ж) $7x^2 + 2y^2 - 9xy$; з) $8b^2 + 5c^2 + 14bc$. **11.4.** а) $-a^2 + a + 6$; б) $-5b^2 - 2b + 3$;
 в) $-x^2 + 25$; г) $3a^2 + 2a - 1$; д) $-x^2 + 5x - 4$; е) $3a^2 - 22a + 7$; ж) $2b^2 + 9b + 4$;
 з) $2c^2 + c - 15$. **11.5.** а) $3a^2 - 3a - 18$; б) $2x^2 - 8x - 10$; в) $-5a^2 + 25a + 180$;
 г) $21y^2 + 7y - 28$; д) $28m^2 - 2m - 6$; е) $48n^2 - 44n + 8$; ж) $15b^2 - 51b + 18$;
 з) $15y^2 + 25y - 10$. **11.6.** а) $a^3 - 3a^2 + 7a - 5$; б) $3b^3 - 17b^2 + 19b - 6$;
 в) $3c^3 + 10c^2 - 29c + 14$; г) $6x^3 + 13x^2 - 7x - 5$; д) $b^3 - 2b^2 - 5b + 6$;
 е) $y^3 - 2y^2 + 2y - 1$. **11.7.** а) $c^2 - c - 48$; б) $19a - 6$; в) $4x^2 + 15y^2$;
 г) $15m^2 - 29mn$; д) $3x^2 + 2y^2$; е) $ab + b^2$. **11.8.** а) $-3a^4 + 7a^2 + 4$; б) $-4x^4 - x^2 - 7$.
11.9. а) $17a - 1$; б) $28b - 9$; в) $m^2 + 3mn + 2n^2$; г) $4x^2 - 14xy - 2y^2$.

- 11.10. а) $55b^2 - 29b - 6$; б) $a^2 - 10a + 10$; в) $14m - 2mn$; г) $-4y^2 - 4xy$.
 11.12. а) 47; б) 35,75; в) 3,5. 11.13. а) $-3\frac{2}{3}$; б) -3. 11.14. 4. 11.15. а) -2;
 б) 2,5. 11.16. а) $a^3 - 6a^2 + 11a - 6$; б) $16a^4 - 1$. 11.17*. а) $6a + 12b$; б) $4y$.
 11.19*. а) $1,5y^2 - 7x + 8y + 3$; б) 0. 11.20*. 10 см. 11.21*. 3 м. 11.23*. $24x^2y^2$.
 11.24*. а) $30a^2 - 150a - 60$; б) $48b^2 - 336b - 24$.

§ 12

- 12.1. а) $(a+b)^2$; б) $a^2 + b^2$; в) $a^2 - b^2$; г) $2ab$. 12.2. а) Да; б) нет; в) да; г) да;
 д) да; е) нет. 12.3. а) $a^2 + 10a + 25$; б) $b^2 + 6b + 9$; в) $c^2 + 8c + 16$; г) $d^2 + 2d + 1$;
 д) $m^2 + 4m + 4$; е) $49 + 14n + n^2$; ж) $81 + 18x + x^2$; з) $100 + 20y + y^2$.
 12.4. а) $a^2 - 6a + 9$; б) $b^2 - 4b + 4$; в) $c^2 - 2c + 1$; г) $d^2 - 8d + 16$;
 д) $m^2 - 10m + 25$; е) $n^2 - 12n + 36$; ж) $x^2 - 20x + 100$; з) $y^2 - 18y + 81$.
 12.5. а) $x^2 - y^2$; б) $b^2 - c^2$; в) $a^2 - 25$; г) $d^2 - 4$; д) $a^2 - b^2$; е) $d^2 - c^2$; ж) $x^2 - 9$;
 з) $49 - y^2$; и) $n^2 - 1$. 12.6. а) a ; б) b ; в) 3; d^2 ; г) 5; m^2 ; д) 1; c^2 ; $2c$; е) 2; a^2 ; $4a$.
 12.7. а) $9a^2 + 6a + 1$; б) $4b^2 - 4b + 1$; в) $9c^2 + 12c + 4$; г) $4m^2 - 20m + 25$;
 д) $81d^2 + 18d + 1$; е) $25p^2 - 10p + 1$; ж) $25x^2 + 30x + 9$; з) $9y^2 - 60y + 100$;
 и) $16d^2 - 72d + 81$. 12.8. а) $4a^2 + 20ab + 25b^2$; б) $9c^2 - 12cd + 4d^2$;
 в) $49m^2 + 42mn + 9n^2$; г) $25x^2 - 60xy + 36y^2$; д) $16p^2 + 24pk + 9k^2$;
 е) $64a^2 - 48ab + 9b^2$; ж) $100b^2 + 140bc + 49c^2$; з) $16c^2 - 72cd + 81d^2$;
 и) $64k^2 + 80km + 25m^2$. 12.9. а) $9a^2 - 1$; б) $4a^2 - b^2$; в) $16x^2 - y^2$;
 г) $m^2 - 49n^2$; д) $b^2 - 25a^2$; е) $1 - 16d^2$; ж) $16n^2 - 25m^2$; з) $4x^2 - 81y^2$.
 12.10. а) $9a^2 + 2ab + \frac{1}{9}b^2$; б) $4b^2 - 2bc + \frac{1}{4}c^2$; в) $36m^2 + 2mn + \frac{1}{36}n^2$;
 г) $49x^2 - 2xy + \frac{1}{49}y^2$; д) $\frac{4}{25}a^2 + 2ab + 6,25b^2$; е) $1,96m^2 - 2mn + \frac{25}{49}n^2$.
 12.11. а) $a^2 - 0,49$; б) $b^2 - 0,09$; в) $c^2 - 0,01$; г) $1 - 0,16d^2$; д) $\frac{1}{49}x^2 - y^2$;
 е) $n^2 - \frac{9}{16}m^2$. 12.12. а) $4b^2 - 4ab + a^2$; б) $x^2 + 6xy + 9y^2$;
 в) $n^2 - 14mn + 49m^2$; г) $16c^2 + 8cd + d^2$; д) $16y^2 - 40xy + 25x^2$;
 е) $9b^2 + 30bc + 25c^2$; ж) $9d^2 - 42dc + 49c^2$; з) $64m^2 + 48mn + 9n^2$;
 и) $9p^2 - 12kp + 4k^2$. 12.13. б); г); д). 12.14. а) $a^2 + 2ab^2 + b^4$;

б) $c^4 - 2c^2d^2 + d^4$; в) $n^4 - 2n^2m + m^2$; г) $x^4 + 2x^2y + y^2$. **12.15.** а) $x^4 - 16$;

б) $a^4 - b^2$; в) $b^4 - 16$; г) $49 - y^{10}$; д) $m^2n^2 - 1$; е) $25 - x^4y^2$.

12.16. а) $a^6 + 6a^3b^2 + 9b^4$; б) $9m^2 + 12mn^5 + 4n^{10}$; в) $4x^8 + 12x^4y + 9y^2$;

г) $0,04a^2 + 2ab^3 + 25b^6$; д) $a^{14} + 4a^7 + 4$; е) $c^{18} - 18b^2c^9 + 81b^4$;

ж) $16m^{18} - 4m^9n^7 + \frac{1}{4}n^{14}$; з) $\frac{1}{9}x^6 + \frac{1}{3}x^3y^5 + \frac{1}{4}y^{10}$; и) $25b^6 - 2a^6b^3 + 0,04a^{12}$.

12.17. а) 4; 4; б) $5p$; $5p$; $4m^2$; в) 1; 1; $100x^4$. **12.18.** а) $a^2b^2 - 8ab + 16$;

б) $p^2 - m^2np + \frac{1}{4}m^4n^2$; в) $y^4 - 0,2xy^5 + 0,01x^2y^6$; г) $a^4b^2 - \frac{1}{2}a^2b^3c^3 + \frac{1}{16}b^4c^6$;

д) $a^2b^2c^2 + 10abcd^2 + 25d^4$; е) $\frac{4}{9}a^4b^2 + 4a^2bc^5 + 9c^{10}$. **12.19.** а) $y^2 - x^2$;

б) $x^2 - y^2$; в) $y^2 - x^2$; г) $x^2 - y^2$. **12.20.** а) $12a^2 + 60a + 75$; б) $-9c^2 + 6bc - b^2$;

в) $-\frac{1}{3}x^2 + 4xy - 12y^2$; г) $m^2 + mn + \frac{1}{4}n^2$; д) $\frac{1}{9}y^2 - 0,25x^2$; е) $\frac{8}{7}a^2 - \frac{224}{25}b^2$.

12.21. а) $-2b$; б) $4c$. **12.22.** а) $-64b^2$; б) $36m^2$; в) $-4y^2$; г) $4b^2$.

12.23. а) $9a^2 + 25b^2$; б) $4a^2 + 49b^2$. **12.24.** а) $-2a^2 + 10a - 50$; б) $6b^2 - 6$;

в) -9 ; г) $-27c + 101$; д) $-11b^2 - ab$; е) $-13n^2 - 33mn$. **12.25.** а) $256y^8 - 81x^4$;

б) $16y^4 - 625x^4$. **12.26.** а) $-\frac{4}{11}$; б) $\frac{4}{5}$; в) 4; г) 7. **12.27.** а) $-45x^2 + 45$; б) $60xy$;

в) 0; г) $-24xy + 17y^2$. **12.28.** а) 3; б) $1\frac{10}{13}$. **12.29.** а) $(a + 4)^2$; б) $(d - 5)^2$;

в) $(3c + 1)^2$; г) $(2b - 1)^2$; д) $(6 + x)^2$; е) $(m - 1)^2$; ж) $(4n + 5)^2$; з) $(2y - 3)^2$.

12.30. а) $(x - y)(x + y)$; б) $(b - c)(b + c)$; в) $(a - 2)(a + 2)$; г) $(c - 1)(c + 1)$;

д) $(7 - d)(7 + d)$; е) $(4 - y)(4 + y)$; ж) $(1 - n)(1 + n)$; з) $(k - 5)(k + 5)$. **12.31.** в);

г). **12.32.** а) $(2a - 3)(2a + 3)$; б) $(7b - 1)(7b + 1)$; в) $(5c - 3b)(5c + 3b)$;

г) $(9b - d)(9b + d)$; д) $(3m - 10d)(3m + 10d)$; е) $(6x - y)(6x + y)$;

ж) $(1 - 4m)(1 + 4m)$; з) $(k - 8m)(k + 8m)$; и) $(11 - 3a)(11 + 3a)$.

12.33. а) $(5n^2 - 1)(5n^2 + 1)$; б) $(4 - k^5p)(4 + k^5p)$. **12.34.** а) $16m^2$; $8m$; б) a ;

в) $36x^2$; $6x$; y . **12.35.** а) $\left(\frac{1}{3}a - 6b\right)\left(\frac{1}{3}a + 6b\right)$; б) $\left(0,5b - \frac{1}{3}c\right)\left(0,5b + \frac{1}{3}c\right)$;

в) $\left(6c^2 - \frac{2}{9}d\right)\left(6c^2 + \frac{2}{9}d\right)$; г) $(0,4mn - 1)(0,4mn + 1)$; д) $\left(\frac{5}{7}x^3 - 3y\right)\left(\frac{5}{7}x^3 + 3y\right)$;

е) $\left(0,1a^4 - \frac{1}{6}b^2\right)\left(0,1a^4 + \frac{1}{6}b^2\right)$; ж) $\left(1 - \frac{3}{5}a^6\right)\left(1 + \frac{3}{5}a^6\right)$;

з) $\left(0,3k^4 - \frac{4}{9}m^7\right)\left(0,3k^4 + \frac{4}{9}m^7\right)$; и) $(7a^5 - 0,8b^6)(7a^5 + 0,8b^6)$.

- 12.36. а) 999 975; б) 35,9999; в) 0,9964; г) $99\frac{48}{99}$. 12.37. а) $\frac{15}{64}$; б) $\frac{1}{2}$.
- 12.38. 3. 12.39. а) $(a+3)^2+2$; б) $(a+4)^2+4$; в) $(a-1)^2-8$; г) $(a+5)^2-26$.
- 12.40. а) y^4-x^4 ; б) $16x^{12}-y^{12}$. 12.42*. а) $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$;
 б) $a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$; в) $a^2+4b^2+c^2-4ab+2ac-4bc$;
 г) $9a^2+4b^2+c^2-12ab-6ac+4bc$; д) $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$;
 е) $a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$. 12.43*. а) $4x^2+9n^2-16m^2-25y^2+12nx+40my$;
 б) $x^2-10xy^3+25y^6-9y^2+12x^2y-4x^4$. 12.44*. а) $169x^4+104x^3+1082x^2+328x+1681$;
 б) $5476x^4+6944x^2y^2+1600y^4-4736x^2y-2560xy^3$;
 в) $289x^4+816x^3-104x^2-960x+400$; г) $49x^4-1148x^3y+6388x^2y^2+576y^4+3936xy^3$. 12.45*. а) 17; б) 18. 12.46*. а) $81a^4-18a^2b^2+b^4$;
 б) $16a^4-8a^2b^2+b^4$; в) x^8-2x^4+1 ; г) y^8-32y^4+256 . 12.47*. а) 0,64; б) 0,16. 12.49*. а) 49; б) 256. 12.51*. 10.

§ 13

- 13.1. а) $5(x+y)$; б) $4(a-b)$; в) $3(m+2n)$; г) $5(3c-d)$; д) $2(7a+5b)$;
 е) $6(5b-4c)$. 13.2. а) $d(a+b)$; б) $t(x-y)$; в) $b(5+c)$; г) $x(9-y)$; д) $n(m+2)$;
 е) $b(a-3)$. 13.3. а) $3(a+1)$; б) $b(a-1)$; в) $5(2c+1)$; г) $m(1-n)$; д) $y(4x+1)$;
 е) $c(1-5d)$. 13.4. а) $a(1+a^2)$; б) $b^4(b-1)$; в) $4m^2(m-2)$; г) $a(a-5b)$;
 д) $y(x+y)$; е) $4n(n-3)$; ж) $xy(x^2+y^2)$; з) $bc(bc-7)$; и) $m^2(3n-7k)$;
 к) $2x^2(1+xy)$; л) $6cd(c-2d)$; м) $6m^3n^2(4mn+3)$. 13.5. а) $-5a(a-b)$;
 б) $-5a(b-2c)$; в) $-5a(1+7ab)$; г) $-5a(3c-1)$. 13.6. а) $a(7a^3-3a+2a)$;
 б) $3a(a^2-4a+5)$; в) $b(ab-a+b)$; г) $ab(b+7a-1)$. 13.7. а) $7xy^5$; x^2 ;
 б) $3ab^4$; $5b$. 13.8. а) $x^3(4x^2y^2-1)$; б) $2x(9x^2-16y^2)$; в) $xy(9y^6-16x^2)$;
 г) $3xy^2(4-7x^2)$. 13.9. а) $(a-b)(c+d)$; б) $(m+n)(a-7)$; в) $(x-3y)(c+5b)$;
 г) $(c-b)(1+a)$; д) $(y+z)(5x-1)$; е) $(c-d)(7b-1)$. 13.10. а) $(a-b)(c+5)$;
 б) $(b-c)(5a-2)$; в) $(m-5n)(d+3c)$; г) $(x-y)(1-z)$; д) $(3n-m)(4p+1)$;
 е) $(2b-3d)(6a+1)$. 13.11. а) $(a-b)(a-b-1)$; б) $(3x-2y)(1+3x-2y)$;
 в) $(c-d)^2(c-d+2)$; г) $(m-n)(3m-3n+5)$; д) $(a-7b)^2(a-7b-1)$;
 е) $(b-c)^3(b-c-d)$. 13.12. а) $(a+b)(x+7)$; б) $(x-y)(5+z)$; в) $(m+n)(k-1)$;

- г) $(a+b)(m-n)$; д) $(b-c)(a+3)$; е) $(2x-1)(4y+1)$. **13.13.** а) $(a+b)(7+d)$; б) $(5+z)(x+y)$; в) $(d+2)(x+y)$; г) $(a-b)(c+8)$; д) $(m-n)(3-k)$; е) $(a-c)(b-d)$.
- 13.14.** а) $(x+y)(z+1)$; б) $(c+d)(3b-1)$; в) $(a-b)(3c+1)$; г) $(a-b)(p+1)$; д) $(m-n)(5a-1)$; е) $(b-d)(9x-1)$. **13.15.** а) $(a-b)(d+7)$; б) $(m-n)(a-5)$; в) $(b+c)(a+8)$; г) $(x-y)(2+z)$; д) $(a+1)(b-1)$; е) $(y-z)(x-1)$; ж) $(b-1)(c-6)$; з) $(a-c)(3-7b)$. **13.16.** а) $(x+z)(x+y)$; б) $(b+d)(a-b)$; в) $(m+n)(m+b)$; г) $(x+4)(5x^2-1)$; д) $(a-b)(a-5)$; е) $(3c^2+1)(c^3-5)$; ж) $(c-d)(7c-3)$; з) $(5b-1)(b^5-1)$; и) $(x-3)(x^2+1)$; к) $(8b-1)(b-c)$; л) $(a-5b)(a-2)$; м) $(2n-7)(m-n)$. **13.17.** а) $(a-5)(a+5)$; б) $(3x-1)(3x+1)$; в) $(7m-n)(7m+n)$; г) $(3b-4c)(3b+4c)$; д) $\left(\frac{1}{2}a-b\right)\left(\frac{1}{2}a+b\right)$; е) $\left(\frac{1}{3}-0,2d\right)\left(\frac{1}{3}+0,2d\right)$; ж) $(0,1k-2p)(0,1k+2p)$; з) $\left(10c-\frac{2}{5}b\right)\left(10c+\frac{2}{5}b\right)$; и) $\left(0,4x-\frac{3}{4}y\right)\left(0,4x+\frac{3}{4}y\right)$. **13.18.** а) $(a^2-b)(a^2+b)$; б) $(b^6-c^4)(b^6+c^4)$; в) $(8-d^4)(8+d^4)$; г) $(m^9-7)(m^9+7)$; д) $(5nk-1)(5nk+1)$; е) $(9-xy^3)(9+xy^3)$; ж) $(0,6-a^4b)(0,6+a^4b)$; з) $\left(c^3d^7-\frac{1}{4}\right)\left(c^3d^7+\frac{1}{4}\right)$; и) $(mn^2k^3-3)(mn^2k^3+3)$. **13.19.** а) $(a-5)(a+1)$; б) $(b+2)(b+4)$; в) $(7-x)(x+1)$; г) $(1-y)(y+5)$; д) $(2a-3)(8a-3)$; е) $5(c+5)(c+1)$; ж) $(3x+1)(9x-1)$; з) $(2y-7)(6y+7)$; и) $(1-2a)(8a-1)$.
- 13.20.** а) $(3a-b)(a-5b)$; б) $(4x^2+1)(-2x^2-3)$; в) $(17a-12b)(a+12b)$; г) $(17m-5n)(-7m+n)$. **13.21.** а) $(xy-3)(xy+3)(3x-4y)$; б) $(5x-3)(y-2x)(y+2x)$. **13.22.** а) $(a-3)^2$; б) $(2x-1)^2$; в) $(3b+1)^2$; г) $(8a-1)^2$; д) $(b+5c)^2$; е) $(m-7n)^2$. **13.23.** а) $(a+5)^2$; б) $(b-3)^2$; в) $(c+7)^2$; г) $(d-8)^2$. **13.24.** а) $(5a^2+1)^2$; б) $(b^3-6)^2$; в) $(2m^4+1)^2$; г) $(n^5-2)^2$.
- 13.25.** $(a^2-2b^3)^2$. **13.26.** а) $3(a-1)(a+1)$; б) $2(x-3)(x+3)$; в) $3(3c-5)(3c+5)$; г) $3(2d-3)(2d+3)$; д) $8a^2(b-3c)(b+3c)$; е) $5m^2(n-4y)(n+4y)$; ж) $c(5c-1)(5c+1)$; з) $a^2b(a-6)(a+6)$; и) $mn(m-n)(m+n)$. **13.27.** а) $(2a-b)(2a+b+1)$; б) $(a+3b)(a-3b+1)$; в) $(a-b)(1-3a-3b)$; г) $(x-y)(2x+2y-1)$. **13.28.** а) $(a-2+b)(a-2-b)$;

- б) $(2m + 5n)(4m - 5n)$; в) $(7m - n - k)(7m - n + k)$; г) $(a - b - c)(a + b + c)$;
 д) $(m - 2n)(m + 2n + 1)$; е) $(a - b)(1 - 7a - 7b)$; ж) $-(a - 4)(m - 1)^2$;
 з) $3x(5x - 6y)(x - 2y)^2$; и) $2x(x + y - 4)(2x + 3)$; к) $(a + b)(a + b - c)$.
13.29. а) $3(7x - 5)^2$; б) $x^2y(4y + 7)^2$; в) $24x(3x + 4)^2$; г) $18xy^2(x - 3y)^2$.
13.30*. а) $(2x - 3y + 7)(2x + 3y + 3)$; б) $(7x - 4y + 1)(7x + 4y - 5)$.
13.31*. а) $(b - a)(ab + b + a)$; б) $(b - a)(ab - b - a)$. **13.32*.** а) $(3x - a)(y + 2)^2$;
 б) $(2a - 3b)(x - 3)^2$; в) $xy(x - y)(x + y)$; г) $ab(a + b)(a - b)$;
 д) $2(a - 5b - 1)(a - 5b + 1)$; е) $3(n + 2m - 2)(n + 2m + 2)$;
 ж) $(5 - x + a)(5 + x - a)$; з) $(4 - y + b)(4 + y - b)$; и) $(bc - b - c - 1)(bc + b + c - 1)$;
 к) $(a + x - ax + 1)(a + x + ax - 1)$. **13.33*.** а) $(9n^2 - 6n + 2)(9n^2 + 6n + 2)$;
 б) $(n^2 + 18 - 6n)(n^2 + 18 + 6n)$.

§ 14

- 14.1.** а); в); г); д); ж); з); и). **14.2.** а) Нет; б) да; в) да; г) нет. **14.3.** а) 3; б) $\frac{1}{6}$;
 в) -4; г) -0,1; д) $\frac{1}{18}$; е) -6; ж) $\frac{2}{3}$; з) $-\frac{5}{9}$; и) 0; к) -0,3; л) $\frac{1}{3}$; м) 36.
14.4. а) 1; б) нет корней; в) 1; г) бесконечно много корней; д) 1; е) 1; ж) нет
 корней; з) 1. **14.5.** а) Да; б) нет; в) нет; г) нет. **14.6.** а) 13; б) 9; в) 38; г) 15;
 д) -20; е) -14; ж) -11; з) 0; и) -1. **14.7.** а) 6; б) 4,7; в) $-1\frac{3}{4}$; г) -9,5; д) 0,5;
 е) $\frac{3}{16}$; ж) $-\frac{1}{36}$; з) -15; и) $-\frac{2}{9}$; к) -27; л) $-\frac{1}{8}$; м) 0; н) $1\frac{6}{7}$; о) $-6\frac{2}{3}$; п) 1,4.
14.8. а) 3; б) -3; в) 10; г) 4; д) 3; е) -5; ж) -7; з) -7; и) 3. **14.9.** 44; 56.
14.10. 15. **14.11.** а) -3; б) 3; в) 2,3; г) 2,4. **14.12.** а) -13; б) 2; в) 8; г) 2; д) 6;
 е) 7; ж) -5; з) 2; и) -300; к) 0,7; л) -10; м) 0,5. **14.13.** 12; 36. **14.14.** 150.
14.15. а) 3; б) 14; в) 2,5; г) 6; д) нет корней; е) любое число. **14.16.** а) 2;
 б) 0; в) 0,3; г) $1\frac{4}{9}$. **14.17.** а) 7; б) -15; в) 8,5; г) 8,2; д) $5\frac{7}{8}$; е) нет корней;
 ж) нет корней; з) 55; и) 50; к) любое число. **14.18.** 6. **14.19.** 80; 160.
14.20. а) $5\frac{5}{7}$; б) $\frac{7}{12}$; в) 7; г) $-1\frac{4}{33}$; д) $1\frac{1}{6}$; е) $\frac{13}{23}$. **14.21.** а) $2\frac{1}{3}$; б) 7;
 в) 5; г) 8; д) -8; е) 7; ж) $-4\frac{2}{3}$; з) -1,5. **14.22.** а) $1\frac{8}{13}$; б) $-1\frac{3}{7}$. **14.23.** 600.
14.24. а) 5; б) $\frac{4}{7}$; в) -23; г) нет корней. **14.25.** 80 000; 104 000. **14.26.** 1.
14.27. 25. **14.28.** 60. **14.29.** $16\frac{2}{3}$. **14.30.** 30. **14.31.** а) $-7\frac{1}{7}$; б) 0; в) $-7\frac{2}{3}$;

г) 10; д) $-\frac{5}{12}$; е) $-1\frac{9}{13}$; ж) $\frac{1}{16}$. **14.32.** 3. **14.33.** 12,8; 19,2. **14.34.** 12,8.
14.35. 10,5. **14.36*.** а) -5 ; б) 2. **14.37*.** Если $m = 5$, то уравнение не имеет корней; если $m \neq 5$, то $x = -\frac{3}{m-5}$. **14.38*.** Если $a = 1$, то корнем уравнения является любое число; если $a = 0$, то уравнение не имеет корней; если $a \neq 1$ и $a \neq 0$, то $x = \frac{2}{a}$. **14.39*.** а) При $x = -\frac{1}{3}$ или $x = -2\frac{1}{3}$; б) при $-5 \leq x \leq 2$.

§ 15

15.1. а) $-7 < -2$; б) $7,9 + 3,2 > 11$; в) $18 - 5 > 0$; г) $-9 : 2 < 0$. **15.2.** а) $t \geq 8$; б) $v \leq 25$; в) $z > 1000$; г) $m < 15$. **15.3.** а) $m > n$; б) $m < n$; в) $m = n$.
15.4. а) $a > d$; б) $b < c$; в) $b > d$; г) $a > b$. **15.6.** $b - 4$; $b - 1$; b ; a ; $a + 3$; $a + 8$. **15.7.** а) $-2 < 8$; б) $-2 > -6$; в) $4 > -3$; г) $-11 < -2$. **15.8.** а) $6 < 10$; б) $8 > -28$; в) $80 > -10$; г) $21 > 0$. **15.9.** а) $c + 8 < d + 8$; б) $c - 1,2 < d - 1,2$; в) $-5c > -5d$; г) $6c < 6d$; д) $-c > -d$. **15.10.** а) $m + 7 \geq n + 7$; б) $m - 8,3 \geq n - 8,3$; в) $-10m \leq -10n$; г) $7m \geq 7n$; д) $-m \leq -n$.
15.11. а) $-11a > -11b$; б) $\frac{a}{7} < \frac{b}{7}$; в) $0,8a < 0,8b$; г) $-\frac{a}{11} > -\frac{b}{11}$.
15.12. г). **15.13.** а) $-4 < 14$; б) $13 > -4$; в) $7 > 2$; г) $-11 < -1$. **15.14.** а) $6 < 20$; б) $63 > 3$; в) $17 > 0,6$; г) $2 < 5$. **15.15.** а) $4 < 2a < 20$; б) $0,2 < 0,1a < 1$; в) $1 < \frac{a}{2} < 5$; г) $-10 < -a < -2$; д) $-50 < -5a < -10$; е) $-2,5 < -\frac{a}{4} < -\frac{1}{2}$.
15.16. а) $2 < b + 3 < 12$; б) $0,2 < b + 1,2 < 10,2$; в) $-2 < b - 1 < 8$; г) $-1\frac{1}{3} < b - \frac{1}{3} < 8\frac{2}{3}$. **15.17.** а) $3 < a + b < 15$; б) $2 < ab < 54$.
15.18. а) $7 \leq c + d < 16$; б) $10 \leq cd < 63$. **15.19.** Не превышает 15 р. 20 к.
15.20. Меньше 3,7 м. **15.21.** $10,9 < P < 11,2$. **15.22.** а) $6 < 2n \leq 10$; б) $-9 \leq -m < -2$; в) $0,6 < \frac{n}{5} \leq 1$; г) $\frac{8}{9} \leq \frac{8}{m} < 4$; д) $5 < n + m \leq 14$;
 е) $-3 < m - n < 6$; ж) $6 < nm \leq 45$; з) $0,4 < \frac{m}{n} < 3$; и) $-10 < 5m - 4n < 33$;
 к) $3 < 2m - \frac{3}{n} \leq 17,4$. **15.23*.** а) $a > b$; б) $a < b$; в) $a > b$.
15.24*. $-\frac{2}{3} < \frac{2}{x} - \frac{3}{y} < \frac{2}{3}$. **15.25*.** $2 < \frac{2x}{3y} < 5\frac{1}{3}$. **15.26*.** $50^\circ < \gamma < 56^\circ$.
15.27*. Нет.

§ 16

- 16.1.** а) -1 ; 0 ; 5 ; 7 ; $9,5$; 10 ; б) -10 ; $-8,5$; -5 ; -1 ; 0 ; 5 ; 7 . **16.2.** а) $x > 7$; б) $x \geq -5$; в) $x \geq -6$; г) $x > 7$; д) $x \geq -2,5$; е) $x > -7$; ж) $x < -30$; з) $x > 0$; и) $x < -\frac{1}{7}$; к) $x \leq 10$; л) $x \geq 0$; м) $x > -290$. **16.3.** а) Любое число; б) любое число; в) нет решений; г) нет решений; д) любое число; е) нет решений; ж) любое число; з) нет решений. **16.4.** а) $x < \frac{2}{21}$; б) $x \geq -\frac{1}{45}$; в) $x \geq -15$; г) $x \leq -\frac{3}{16}$; д) $x < -14$; е) $x < -0,8$; ж) $x \leq 0$; з) $x \leq 1,8$. **16.5.** а) $x < 5$; б) $x \geq -4$; в) $x < 11$; г) $x \geq 9$; д) $x > 3$; е) $x \geq 4$; ж) $x > -7$; з) $x \leq -7$; и) $x < 2$. **16.6.** $x > \frac{2}{3}$. **16.7.** а) $x < -3$; б) $x > 1$; в) $x \geq -0,4$; г) $x \leq -1$. **16.8.** а) $x \leq 5$; б) $x > 3$; в) $x \geq 7$; г) $x < 4$; д) $x > -2,5$; е) $x \geq 6$; ж) $x > 1$; з) $x \geq 2$. **16.9.** а) $x < 11,5$; б) $x < -4$; в) $x \leq 0$; г) $x \leq 1\frac{1}{3}$. **16.10.** а) $x > 6$; б) $x \leq 13$; в) $x > 4$; г) $x \leq 16$; д) любое число; е) нет решений. **16.11.** а) $x > 10$; б) $x \geq -38$; в) $x < 6$; г) $x \geq 6$; д) $x < 0$; е) нет решений; ж) $x > \frac{7}{9}$; з) $x \leq -1$; и) любое число; к) $x \leq -1\frac{1}{9}$. **16.12.** $x \leq 2$. **16.13.** 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 . **16.14.** а) $x \geq 9$; б) $x \leq 1$; в) $x > 42$; г) $x > 3$; д) $x \geq -5,5$; е) $x > 2\frac{1}{7}$. **16.15.** $x \leq 8$. **16.16.** -2 . **16.17.** а) $x > -1\frac{2}{9}$; б) $x \geq -6,5$; в) $x \geq \frac{2}{25}$; г) $x \leq 48$; д) $x \geq 1$; е) $x \geq -\frac{7}{29}$. **16.18.** $x > 8$. **16.19.** а) $x \leq 11$; б) $x \geq -2,6$; в) $x \leq 4,1$; г) $x > 6$; д) $x \leq 1$; е) $x > -153$; ж) $x \leq -\frac{1}{20}$; з) $x > -2\frac{2}{3}$. **16.20.** а) $x \geq \frac{1}{8}$; б) $x < \frac{2}{3}$; в) $x > 0,5$; г) $x \geq \frac{1}{12}$. **16.21.** а) Любое число; б) $x > 3,8$; в) $x \leq \frac{3}{7}$; г) $x \geq -2$; д) $x > 10$; е) $x > 2$. **16.22.** 5 . **16.23*.** $a < -5$. **16.24*.** а) $x \geq -2$; б) $x \geq \frac{2}{7}$. **16.25*.** а) $x \geq 1$; б) $x \leq -1$; в) нет решений. **16.26*.** а) $a > 0$; б) $a < 0$; в) $a > 0$. **16.27*.** Нет решений при $m = 0$; $x > \frac{5}{m}$ при $m > 0$; $x < \frac{5}{m}$ при $m < 0$. **16.28*.** Любое число при $a = 2$; $x \geq a + 2$ при $a > 2$; $x \leq a + 2$ при $a < 2$.

§ 17

17.1. а) Да; б) да; в) да; г) да; д) да; е) нет. **17.2.** а) $y = 5 - x$; $x = 5 - y$; б) $y = 3$; в) $x = 0$. **17.3.** а) Нет; б) да; в) да; г) да; д) да. **17.4.** а) $f(-5) = 3$ — да; $f(0) = 5$ — да; $f(8) = 1$ — нет; б) $f(-7) = -2$; $f(0) = 5$; $f(12) = 10$; в) $D(f) = \{-7; -5; 0; 1; 8; 12; 15\}$, $E(f) = \{-2; 3; 5; 8; 9; 10; 19\}$. **17.5.** а) $f(-4) = -3$; $f(0) = 1,5$; $f(4) = 3$; $f(9) = 0$; б) -2 ; 6 ; 8 ; в) $D(f): -6 \leq x \leq 10$, $E(f): -4 \leq y \leq 4$. **17.6.** 8 ; -16 ; -1 ; 2 ; 1 . **17.7.** а) 1 ; б) 2 . **17.8.** а) -6 ; -2 ; 2 ; б) 10 ; б) $-6 < x < -2$; $2 < x < 6$; $10 < x \leq 11$; в) $-7 \leq x < 6$; $-2 < x < 2$; $6 < x < 10$. **17.9.** $y = 13x$; да. **17.10.** б). **17.11.** в). **17.12.** а) $k = 2$, $b = 1$; б) $k = -5$, $b = 7$; в) $k = 2$, $b = 0$; г) $k = 0$, $b = -4$; д) $k = \frac{1}{4}$, $b = -5$; е) $k = \frac{5}{3}$, $b = -\frac{8}{3}$. **17.13.** а) -14 ; б) $-6\frac{2}{3}$; в) -12 . **17.14.** а) -11 ; -5 ; -2 ; 4 ; 19 ; б) 36 ; 8 ; 1 ; -20 ; -69 . **17.15.** а) 4 ; 2 ; б) $0,1$; $0,6$; в) 10 ; 50 . **17.16.** а) 2 ; б) 1 ; в) 16 ; г) 12 . **17.17.** а) Да; б) да; в) нет; г) да. **17.22.** в). **17.23.** 27 . **17.24.** -5 . **17.25.** а) 3 ; б) 2 ; в) нет. **17.26.** а) $(0; 4)$; $(1\frac{1}{3}; 0)$; б) $10,9$; в) $2,5$. **17.27.** а) -8 ; б) 7 ; в) $3,5$; г) $\frac{5}{6}$. **17.28.** а) $k = 8$; б) $k = -5$; в) $k = 1$; г) $k = \frac{1}{7}$; д) $k = -0,3$; е) $k = 0$. **17.29.** а) -1 ; б) 1 ; в) 0 ; г) -1 ; д) 3 ; е) -4 . **17.30.** а) Пересекаются; б) параллельны; в) параллельны; г) пересекаются; д) совпадают; е) параллельны. **17.32.** $y = 1 + 0,5x$; $y = \frac{1}{2}x$. **17.33.** $(-0,8; -4,6)$. **17.34.** а) $\frac{2}{11}$; б) $-0,25$; в) $\frac{8}{11}$; г) $\frac{4}{15}$. **17.36.** $k > 0$, $b < 0$. **17.37.** а) $(0; -1)$; $(-\frac{1}{6}; 0)$; б) $(0; 5)$; $(-\frac{5}{6}; 0)$. **17.38.** а) 2 ; б) 3 ; в) 1 . **17.39.** а) $-0,5$; б) -3 . **17.40.** -5 . **17.41.** $y = 3x - 5$. **17.43.** $y = -0,5x$. **17.44.** а) 0 ; б) 9 ; в) 5 ; г) -13 . **17.45.** в). **17.46*.** 2 . **17.47*.** 9 . **17.50*.** а) Да; б) нет; в) да; г) нет.

§ 18

18.1. а); б); г). **18.3.** а) Нет; б) да; в) да. **18.4.** в). **18.5.** в). **18.6.** а) Да; б) да; в) нет; г) да. **18.7.** а) $(0; 1)$; $(-\frac{1}{3}; 0)$; б) $(-2; 0)$; в) $(0; -3)$; г) $(0; -7)$; $(-7; 0)$; д) $(0; -1)$; $(5; 0)$. **18.8.** а) $x = \frac{9y+18}{4}$; $y = \frac{4x-18}{9}$; б) $x = 0,56y + 2,8$; $y = \frac{25}{14}x - 5$. **18.9.** а) $(5; 5)$; б) $(5; 5)$; в) $(-3; 0,2)$; г) $(16\frac{2}{3}; -8)$; д) $(0; 2)$; е) $(-3\frac{1}{3}; 0)$. **18.10.** а) Да; б) нет; в) нет. **18.11.** $-6,5$. **18.12.** а) $(-2; -2)$; б) $(5; 3)$.

18.14. 6. **18.15.** -6. **18.16*.** а) $a = \frac{20-b}{2}$; б) $a = -\frac{3b+20}{2}$. **18.17*.** а) (1; -3); б) (-2; 3). **18.18*.** 19; 14; 9; 4. **18.19*.** (3; 7). **18.20*.** (4; 1); (1; 2). **18.21*.** Можно, если 40 человек поедут на автобусе, а 10 на электричке. **18.22*.** а) $-1,5x + 5y = 0,5$; б) $0,3x - y = -0,1$; в) $-3x + 10y = 1$; г) не существует.

§ 19

19.1. а) Нет; б) да; в) нет. **19.2.** а) Нет; б) нет; в) да. **19.3.** а) (-5; 2); б) (-1; 7). **19.4.** а) Да; б) нет. **19.5.** в). **19.6.** д). **19.7.** Да. **19.8.** Да. **19.9.** а) Нет решений; б) одно решение; в) бесконечно много решений. **19.11.** а) Нет решений; б) одно решение; в) бесконечно много решений. **19.12*.** $a = 16$; $b = -2,25$. **19.13*.** $a \neq 3$. **19.14*.** $a = 5$; $b = 3$. **19.15*.** $m = -2$; $b = 2$. **19.16*.** $a = -10$; $b = -7$.

§ 20

20.1. а) (2; -4); б) (5; 4); в) (2; 3); г) (-2; 7). **20.2.** а) (-5; -2); б) (2; -1); в) (-3; -2); г) (2,5; 5,5); д) (4; 3); е) (1; -0,5); ж) (5; 0); з) (2; 1). **20.3.** а) (6; -23); б) (5; -1); в) (10; 8); г) (10; -17,5). **20.4.** а) (2; 3); б) (-1; 4); в) (-3; 4); г) $\left(6\frac{5}{7}; -3\frac{3}{7}\right)$. **20.5.** а) (1; 1); б) (-6; 5); в) (-3; -2); г) (15; 11). **20.6.** а) (-4; 1); б) (-2; 3); в) (1; 1); г) $\left(2\frac{4}{13}; -2\frac{3}{13}\right)$. **20.7.** 495 мужчин и 780 женщин. **20.8.** 420. **20.9.** а) $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$; б) (-5; -2); в) (13; 11); г) (0; 0); д) (5; 4); е) (6; 6). **20.10.** 18 и 6. **20.11.** 438 и 102. **20.12.** Одна перевезла 11 т 250 кг, другая — 4 т 500 кг. **20.13.** (5; 4). **20.14.** 100 пирогов и 30 тортов. **20.15.** 560 КБ и 600 КБ. **20.16*.** а) (-1,1; 1,1); б) (0; 1). **20.17*.** $72\frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$; $90\frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **20.18*.** а) (3; 1); б) (51; 24,5); в) $\left(2\frac{1}{3}; -3\right)$. **20.19*.** $y = -\frac{2}{3}x + 3\frac{2}{3}$. **20.20*.** Первый может купить любую из пицц, второй — «Детскую». **20.21*.** (11; 1). **20.22*.** $4\frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **20.23*.** За 18 ч. **20.24*.** За 10 дней. **20.25*.** а) (3; -3,5); (3; -2,5); б) (3; 1); $\left(1\frac{2}{3}; 3\frac{2}{3}\right)$; в) (1,5; 5,5); (0,5; 5,5).

§ 21

21.1. а), б), г). **21.3.** а) 24; 29; б) 24; 0; -101; 29; в) -2,3; 24; $\frac{2}{9}$; 0; -5,18; -101; $-\frac{7}{13}$; 29; -8,9; г) $\sqrt{7}$; π ; $\sqrt{3}$; д) все. **21.4.** а) 4; б) 25; в) 1; г) 0; д) $\frac{4}{9}$; е) 0,01. **21.5.** а) 5; б) 9; в) 20; г) 11; д) 0; е) 600; ж) 200; з) 0,3; и) 0,6; к) 1,4; л) 2,5; м) 0,001; н) 0,07; о) $\frac{1}{3}$; п) $\frac{2}{9}$; р) $\frac{5}{4}$; с) $\frac{11}{5}$; т) 2,5; у) 1,75; ф) 2,6; х) $3\frac{1}{3}$. **21.6.** а) Верно; б) верно; в) верно; г) верно; д) неверно; е) верно. **21.7.** а) 5; 42; 66; б) -1; 0; 0; в) 49; 2550; 4950; г) 0; 2; 1; д) -0,9; 0,11; -0,08; е) 0,2; 2,64; 1,68; ж) $-\frac{1}{4}$; $\frac{21}{16}$; $\frac{3}{8}$; з) $\frac{4}{9}$; $3\frac{43}{81}$; $2\frac{59}{81}$. **21.8.** а) 11; б) -1; в) 0,8; г) 0,2; д) 7,5; е) $-9\frac{1}{3}$; ж) $1\frac{17}{28}$; з) $\frac{17}{45}$; и) 7; к) 2; л) $-\frac{1}{20}$; м) 1400. **21.9.** б), в), д). **21.10.** а) 62; 620; 0,62; б) 87; 870; 0,87. **21.11.** а) 42; б) 4; в) -2,5; г) $\frac{19}{30}$; д) $-1\frac{3}{8}$; е) $1\frac{1}{12}$; ж) $\frac{1}{7}$; з) -4,5; и) $2\frac{8}{11}$. **21.12.** а); б); в); г). **21.13.** а) 1; б) 2; в) 8; г) 0,1; д) 0,2; е) 3; ж) $\frac{1}{5}$; з) $\frac{3}{5}$; и) $\frac{10}{11}$. Нет. **21.14.** а) 2; б) 80; в) 12; г) 4; д) 0,5; е) -20. **21.15.** а) 0,7; б) -1,7; в) -0,31; г) 16,5; д) -2,5; е) 63,5; ж) -3,4; з) 0,24. **21.16.** $\sqrt{7}$; $\sqrt{31}$. **21.17.** а) 3; б) 8; в) 1,1; г) 1,4. **21.18.** а) 6; б) 5; в) 5; г) 7; д) 5; е) 8. **21.19.** а) 28; б) 11,2; в) 10; г) 2,75. **21.20.** а) 2,25; б) 1,25. **21.21.** 2 и 3; 3 и 4; 4 и 5. **21.22.** а) $4\frac{12}{13}$; б) 27; в) -199,7; г) $438\frac{4}{27}$. **21.23.** а) 5; б) 4. **21.24*.** а) 3; б) 5; в) 1,5; г) $3\frac{1}{3}$; д) 7; е) 1; ж) 5; з) 5; и) 5. **21.25*.** а) При $a > 3$; б) при $a = 3$; в) при $a < 3$.

§ 22

22.1. а) 25; б) 2,3; в) 7; г) $\frac{2}{3}$; д) 20; е) $\frac{3}{7}$; ж) 10,8; з) 0,12. **22.2.** а) 6; б) 26; в) 24; г) $\frac{4}{13}$; д) 0,6; е) 12; ж) 1,5; з) $1\frac{1}{9}$. **22.3.** а) 56; б) 30; в) 43; г) 0,03. **22.4.** а) 30; б) 84; в) 3,6; г) 7,5; д) 13,2; е) 6; ж) 0,15; з) 4,29; и) 0,216; к) 5,95. **22.5.** а) 0,9; б) $\frac{4}{15}$; в) 2,8; г) $7\frac{9}{13}$; д) $2\frac{1}{3}$; е) $2\frac{1}{5}$. **22.6.** а) $78\frac{6}{13}$;

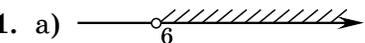
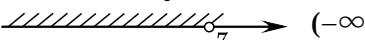
- б) $-54\frac{6}{11}$. 22.7. а) $\sqrt{81 \cdot 25} > \sqrt{\frac{81}{25}}$; б) $\sqrt{49 \cdot 0,09} < \sqrt{\frac{49}{0,09}}$; в) $\sqrt{\frac{9}{16} \cdot 1 \frac{9}{16}} > \sqrt{\frac{9}{1 \frac{9}{16}}}$.
- 22.8. а) $\frac{49}{60}$; б) $1\frac{11}{13}$; в) $2\frac{2}{15}$; г) 3,96. 22.9. а) 15; б) 8; в) 13; г) 0,6; д) 0,4; е) 6; ж) $3\frac{1}{3}$; з) 5; и) $\frac{2}{3}$; к) $\frac{2}{3}$; л) $\frac{1}{13}$; м) 9. 22.10. а) 70; б) 130; в) 360; г) 100; д) 30; е) 2,7; ж) 2,4; з) 18; и) 3,25. 22.11. а) $\frac{1}{3}$; б) 2; в) 2; г) 2; д) $1\frac{1}{3}$; е) 2; ж) 1,25; з) $1\frac{1}{3}$; и) $1\frac{9}{16}$. 22.12. а) В 7 раз; б) в 10 раз.
- 22.13. а) 16; б) -44,9; в) -0,05; г) $1\frac{17}{30}$. 22.14. а) 15; б) 70; в) -15; г) 24. 22.15. а) 10; б) -21; в) -40; г) 60. 22.16. а) 45; б) 500; в) 1; г) -1. 22.17. а) Да; б) да; в) да; г) нет. 22.18. а) 21; б) 35; в) 6; г) 1,35. 22.19. а) 54; б) 9; в) 0,84; г) $-3\frac{3}{7}$. 22.20. а) 6; б) $\frac{4}{13}$; в) $1\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{3}$. 22.21. $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{9000}$; $\sqrt{9000} : \sqrt{0,4}$; $(0,4 \cdot \sqrt{9000})^2$. 22.22. а) Рациональное, иррациональное, рациональное; б) рациональное, иррациональное, рациональное; в) рациональное, иррациональное, рациональное; г) рациональное, иррациональное, рациональное. 22.23. а) 0; б) $40\frac{7}{9}$; в) $19\frac{3}{7}$; г) $60\frac{1}{4}$. 22.24. а) 1; б) $\frac{1}{13}$; в) $3\frac{1}{2}$; г) 126; д) $\frac{1}{3}$; е) $1\frac{1}{3}$; ж) 1; з) $1\frac{1}{3}$; и) $\frac{5}{7}$. 22.25. а) 87; б) $2\frac{1}{2}$; в) 17; г) 0,31. 22.26. а) $|m|$; б) $5|b|$; в) $7|x|$; г) $1\frac{1}{4}|a|$. 22.27. а) a ; б) $-m$; в) $-4b$; г) $\frac{x}{7}$; д) $-5d$; е) $1,8c$; ж) $\frac{n}{8}$; з) $-2\frac{1}{4}x$. 22.28. а) x^5 ; б) $-3a^3$; в) c^4 ; г) $\frac{x^3}{7}$; д) $-6a^2$; е) $40a^4$; ж) $0,7a^2$; з) $-0,3a^5$; и) $-4,5d^3$; к) $20b^8$; л) $\frac{-m^9}{5}$; м) $\frac{-3n^8}{7}$.
- 22.29. а) 125; б) 81; в) 49 000; г) $73\frac{23}{49}$. 22.30. а) 5000; б) 1100; в) 0,04; г) 0,0007. 22.31. а) $-7a^5b^3$; б) $-0,5a^6b^9$; в) $-\frac{10a^7}{9b^4}$; г) $\frac{6a^{12}}{11b^{11}}$. 22.32. а) $a - 1$; б) $-a - 6$; в) 3; г) -8. 22.33*. а) $-4m + 21,6$; б) $-6n$; в) $-0,4a + 0,9$; г) $-20b + 2$. 22.34*. а) 13; б) 12. 22.35*. а) $17\frac{1}{2}$; б) 0,4; в) 0,5. 22.36*. а) $6b - a$; б) $n - 5m$.

§ 23

- 23.1.** а) Верно; б) верно; в) верно. **23.2.** а) $2\sqrt{3}$; б) $5\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{6}$; г) $3\sqrt{11}$; д) $8\sqrt{2}$; е) $5\sqrt{5}$; ж) $10\sqrt{5}$; з) $3\sqrt{30}$. **23.3.** а) $b\sqrt{3}$; б) $-b\sqrt{3}$. **23.4.** а) $-a\sqrt{3}$; б) $b\sqrt{7}$; в) $-2a^3b^2\sqrt{2}$; г) $\frac{4}{5}a^2b^3\sqrt{2}$; д) $-1,1a^5b^6\sqrt{2}$; е) $0,3a^6b^9\sqrt{2}$.
- 23.5.** а) $-5ab^2\sqrt{2}$; б) $x^2\sqrt{xy}$; в) $-7m\sqrt{n}$; г) $-6x^5y^2\sqrt{2y}$; д) $-10a^6b^3\sqrt{3}$; е) $-0,9c^2d^3\sqrt{cd}$. **23.6.** а) $c\sqrt{c}$; б) $-x\sqrt{-x}$; в) $-k^3\sqrt{-3k}$; г) $-m\sqrt{-13m}$.
- 23.7.** а) Верно; б) верно. **23.8.** а) $\sqrt{48}$; б) $\sqrt{20}$; в) $\sqrt{0,13}$; г) $\sqrt{7}$; д) $\sqrt{\frac{64}{3}}$; е) $-\sqrt{\frac{1}{8}}$. **23.9.** Верно. а) $\sqrt{6}$; б) $-\sqrt{21}$. **23.10.** а) $\sqrt{4c}$; б) $\sqrt{45d}$; в) $\sqrt{\frac{2}{7}m}$; г) $-\sqrt{9x}$; д) $-\sqrt{25m^5}$; е) $-\sqrt{3b}$. **23.11.** а) $\sqrt{10a^2}$; б) $-\sqrt{10a^2}$. **23.12.** а) $\sqrt{2(x-3)^2}$; б) $-\sqrt{3(a+5)^2}$; в) $\sqrt{a^3}$; г) $-\sqrt{-b^3}$; д) $\sqrt{(n-3)^3}$; е) $-\sqrt{(7-m)^3}$. **23.13.** а) $9\sqrt{5}$; б) $-5\sqrt{3}$; в) $5\sqrt{2}$; г) $6\sqrt{6}$; д) $\sqrt{3}$; е) 0. **23.14.** а) $8\sqrt{5}$; $-4\sqrt{5}$; 60; $\frac{1}{3}$; б) $-5\sqrt{7}$; $-7\sqrt{7}$; -42 ; -6 ; в) 0; $-10\sqrt{3}$; -75 ; -1 . **23.15.** а) $2\sqrt{3}$; б) $4\sqrt{5}$; в) 0; г) $\sqrt{2}$; д) $6\sqrt{7}$; е) $9\sqrt{5}$; ж) $-2\sqrt{2}$; з) 0. **23.16.** а) Рациональным; б) рациональным; в) рациональным; г) рациональным. **23.17.** а) 63; б) 50; в) 3. **23.18.** а) Рациональным; б) рациональным; в) рациональным; г) рациональным; д) рациональным; е) рациональным. **23.19.** а) -5 ; б) 4; в) $-2\sqrt{5}$; г) $1,25\sqrt{3}$. **23.20.** а) $1 + \sqrt{3}$; б) $9 - 4\sqrt{2}$; в) $9\sqrt{5} - 19$; г) $11\sqrt{7} - 25$; д) $\sqrt{10} - 1$; е) $50 - 29\sqrt{6}$. **23.21.** а) -2 ; б) -47 ; в) -5 ; г) 12; д) 13; е) -49 ; ж) 21; з) -7 . **23.22.** а) $8 + 2\sqrt{7}$; б) $13 - 4\sqrt{3}$; в) $17 + 2\sqrt{70}$; г) $23 - 4\sqrt{15}$. **23.23.** а) $-2\sqrt{3}$; б) $30\sqrt{2}$; в) $6\sqrt{2}$; г) $-4\sqrt{3}$. **23.24.** а) 3; б) -1 ; в) $14 - 8\sqrt{3}$. **23.25.** а) 7; б) 8; в) 9; г) 7; д) -11 ; е) -39 ; ж) -8 ; з) -3 ; и) 4; к) 1; л) -4 ; м) 2; н) 0; о) 0. **23.26.** а) $6\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2}\sqrt{14}$; в) $-\frac{1}{7}\sqrt{7}$; г) $\frac{4}{5}\sqrt{2}$. **23.27.** а) $3\sqrt{3}$; б) $-5\sqrt{6}$; в) 21; г) 14; д) $\frac{\sqrt{6}}{3}$; е) 0. **23.28.** а) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$; б) $6 - 2\sqrt{3}$; в) $2\sqrt{13} + 2\sqrt{11}$; г) $6\sqrt{7} - 4\sqrt{5}$. **23.29.** а) $\frac{3\sqrt{6}}{2} + 1$; б) $1 + \sqrt{3}$. **23.30.** 1. **23.31.** а) $-\sqrt{7} + \sqrt{2}$; б) $-\sqrt{2} - \sqrt{5}$; в) 6; г) -1 . **23.32.** а) 6; б) 4; в) 10; г) -2 . **23.33.** а) 33; б) 8. **23.34.** а) $\sqrt{7}(\sqrt{7} + 1)$; б) $\sqrt{5}(1 - \sqrt{5})$; в) $\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})$; г) $\sqrt{2}(1 - \sqrt{7})$; д) $\sqrt{5}(\sqrt{3} + 1)$; е) $\sqrt{7}(\sqrt{3} - 4)$.

- 23.35. а) $1 + \sqrt{13}$; б) $\frac{3\sqrt{5} + 3}{4}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 23.36. а) $\frac{1}{2}$; б) 2; в) 5; г) 2. 23.37. а) $\sqrt{10} - 3$; б) $\sqrt{6} - 2$; в) $2\sqrt{2} - 10$; г) -5 ; д) $5 - 2\sqrt{3}$; е) 1. 23.38. а) 1; б) 1. 23.39. а) $-\sqrt{5} - 2$; б) $-\sqrt{11} - 3$. 23.40. а) 2; б) 20. 23.41*. а) $\sqrt{5} - 2$; б) $3 + \sqrt{11}$; в) $2\sqrt{2} - 1$; г) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$; д) $\sqrt{6} - \sqrt{5}$; е) $4\sqrt{3} - 1$; ж) $\sqrt{6} - 1$; з) $\sqrt{7} + \sqrt{3}$; и) $2\sqrt{2} - \sqrt{5}$. 23.42*. Равны. 23.43*. а) -3 ; б) $\sqrt{3} - 2$; в) $4\sqrt{3}$; г) 1. 23.44*. а) Равны; б) меньше. 23.45*. а) Нет; б) нет. 23.46*. -3 . 23.47*. а) 2; б) 4. 23.48*. а) 59; б) 39. 23.49*. а) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{10}}{5}$; в) $-\frac{1}{4}$; г) $-\frac{2}{3}$. 23.50*. а) $1 + \sqrt{2}$; б) $1 + \sqrt{3}$. 23.51*. а) $3 + \sqrt{2}$; б) $3\sqrt{2} + 3$. 23.52*. 1. 23.53*. а) 9; б) 8.

§ 24

- 24.1. а)  (6; $+\infty$); б)  ($-\infty$; 5];
в)  ($-\infty$; -7]; г)  [-2 ; $+\infty$);
д)  (0; $+\infty$); е)  ($-\infty$; $-\frac{2}{7}$];
ж)  (3,7; $+\infty$); з)  ($-\infty$; $1\frac{4}{9}$].

- 24.2. а) $x \geq 7$; [7; $+\infty$); б) $x \leq 0$; ($-\infty$; 0]; в) $x \leq -5$; ($-\infty$; -5]; г) $x > 1,9$; (1,9; $+\infty$); д) $x > \frac{3}{8}$; ($\frac{3}{8}$; $+\infty$); е) $x < -7\frac{1}{9}$; ($-\infty$; $-7\frac{1}{9}$). 24.3. а) -8 ; б) 0; в) 6; г) -8 ; д) 6; е) -6 . 24.4. а) Нет; б) да; в) да; г) да; д) да; е) да; ж) да; з) нет. 24.5. а) [7; $+\infty$); б) (5; 7]; в) нет решений; г) ($-\infty$; 5). 24.6. а) [-1 ; $+\infty$); б) (-2 ; 2]; в) ($-\infty$; 2]; г) ($-\infty$; 7]; д) (-10 ; 3); е) нет решений. 24.7. Да. 24.8. а) ($-\infty$; 7); б) [3; $+\infty$); в) нет решений; г) 14; д) (-20 ; 20); е) ($-\infty$; -21). 24.9. а) 4 и 0; б) 1 и -1 ; в) -3 и -5 ; г) 2 и -8 ; д) 2 и -6 ; е) 9 и -5 . 24.10. а) ($\frac{3}{2}$; $+\infty$); б) ($-\infty$; 3); в) [2; $+\infty$); г) (1; 5]; д) (-6 ; 3]; е) ($\frac{1}{2}$; $+\infty$). 24.11. а) [3; 7]; б) [0; $+\infty$); в) [-4 ; $2\frac{2}{3}$]; г) ($-\infty$; -5). 24.12. а) ($\frac{1}{7}$; 1,3]; б) ($-\infty$; -2); в) нет решений; г) [0; $\frac{1}{2}$]; д) ($-\infty$; -3); е) [-2 ; 4). 24.13. ($\frac{4}{5}$; $2\frac{1}{3}$). 24.14. а) ($\frac{3}{2}$; 7]; б) ($-\frac{1}{4}$; 15]; в) [$\frac{4}{5}$; $\frac{33}{14}$]; г) ($4\frac{1}{8}$; 10); д) нет решений;

е) $\left(-18; 3\frac{1}{4}\right]$; ж) $\left(-\frac{5}{7}; 9\right]$; з) $\left(-\frac{4}{13}; 3\frac{2}{5}\right)$. **24.15.** а) $\left[-5; 4\frac{1}{2}\right]$; б) $\left[-2\frac{1}{3}; 35\right]$.

24.16. а) 10; б) 0. **24.17.** а) Нет решений; б) $[8; +\infty)$; в) $[-3; -1]$; г) нет решений; д) $(-2; 3)$; е) нет решений. **24.18.** $\left(-\infty; 15\frac{13}{15}\right]$. **24.19.** 14. **24.20.** $\{7;$

$13\}$; $\{8; 12\}$; $\{9; 11\}$; $\{10; 10\}$. **24.21.** От 40 до 60 км. **24.22.** а) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 0)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $(-\infty; 4] \cup [8; +\infty)$; д) $(-\infty; -5] \cup (6; +\infty)$; е) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. **24.23.** а) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; б) $(-\infty; 5)$; в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; 1)$. **24.24.** а) $(-\infty; +\infty)$; б) $(-\infty; -1)$; в) $(-\infty; -7) \cup \left[-1\frac{2}{9}; +\infty\right)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) $\left(-\infty; -1\frac{1}{3}\right) \cup \left[1\frac{3}{4}; +\infty\right)$; е) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$; ж) $(-\infty; -6] \cup (-2; +\infty)$; з) $[-12; +\infty)$.

24.25. а) $\left(-3; 3\frac{1}{2}\right]$; б) $[-6; 7)$; в) $[-9; -4]$; г) $\left(-1\frac{1}{2}; 6\frac{1}{2}\right)$; д) $(-5; 15]$;

е) $(-27; 0)$. **24.26.** а) $(-2; 3]$; б) $\left[2\frac{2}{3}; 7\frac{2}{3}\right]$. **24.27.** а) $(-18; 8)$; б) $(-24; -12]$.

24.28. а) $[-10; 3]$; б) $(-23,8; 3,3]$; в) $(7,7; 81]$; г) $\left(2,6; 4\frac{2}{3}\right)$. **24.29.** а) $\left[-3; \frac{1}{3}\right]$;

б) $\left(-\frac{4}{5}; 4\right]$; в) $\left[-\frac{17}{4}; \frac{3}{4}\right]$; г) $\left(-\frac{18}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. **24.30.** -29. **24.31.** а) $\left(-\frac{7}{15}; -\frac{1}{15}\right)$;

б) $\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right]$. **24.32.** $\left[-5\frac{5}{9}; 1\frac{4}{9}\right)$. **24.33.** а) $\left(-\frac{3}{4}; 1\frac{1}{2}\right]$; б) $\left(\frac{1}{5}; 1\frac{2}{3}\right)$; в) $\left(1\frac{1}{4}; 5\right]$;

г) $(-\infty; -3]$. **24.34.** $\left(-\infty; -5\frac{15}{17}\right]$. **24.35*.** а) Если $a \geq 2$, то $x \in (-\infty; 2)$; если

$a < 2$, то $x \in (-\infty; a]$; б) если $a > 2$, то $x \in [2; a)$; если $a \leq 2$, то $x \in \emptyset$; в) если $a \leq 2$, то $x \in (-\infty; a]$; если $a > 2$, то $x \in (-\infty; 2]$. **24.36*.** При $a \leq 2$.

§ 25

25.1. а) Да; б) да; в) да; г) да. **25.2.** в). **25.3.** в), ж), и), к) — неполные квадратные уравнения. **25.5.** а) 0; 7; б) 0; $-\frac{2}{3}$; в) 0; 5; г) 0; 19; д) 0;

$\sqrt{5}$; е) 0; -7; ж) 0; $\frac{5}{7}$; з) -7; 0; и) 0; $-\frac{1}{3}$. **25.6.** а) Два; б) ни одного.

25.7. а) -3; 3; б) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; в) нет корней; г) $-\frac{5}{3}$; $\frac{5}{3}$; д) -7; 7; е) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$;

ж) -3; 3; з) 0; и) 0; 12. **25.8.** а) Два корня; б) нет корней; в) один корень; г) два корня. **25.9.** а) $\frac{1}{3}$; 2; б) $\frac{2}{7}$; 1; в) $\frac{2}{3}$; -3; г) $-\frac{1}{4}$; 3; д) -8; -1; е) нет

- корней; ж) $-\frac{1}{7}$; 1; з) $\frac{1}{6}$. **25.10.** а) $x^2 - 25 = 0$; б) $x^2 + 8x = 0$; в) $x^2 - 7 = 0$; г) $x^2 - 3,4x = 0$. **25.11.** а) -6 ; б) 0 ; в) -4 ; г) $\frac{1}{10}$; д) 9 ; е) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$. **25.12.** $\frac{1}{25}$. **25.13.** а) $\frac{1}{4}$; -1 ; б) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; -3 ; г) 13 ; -2 ; д) 5 ; е) нет корней. **25.14.** а) $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; 1 ; в) 1 ; 9 ; г) $\frac{-4 - \sqrt{31}}{3}$; $\frac{-4 + \sqrt{31}}{3}$; д) $-\frac{1}{2}$; 2 ; е) $\frac{1}{3}$; ж) $\frac{1}{3}$; 3 ; з) $\frac{3}{2}$; 1 . **25.15.** а) -4 ; 1 ; б) $0,5$; -2 . **25.16.** а) $\frac{-5 - \sqrt{33}}{2}$; $\frac{-5 + \sqrt{33}}{2}$; б) $\frac{2 - \sqrt{7}}{3}$; $\frac{2 + \sqrt{7}}{3}$; в) $\frac{5 - \sqrt{29}}{2}$; $\frac{5 + \sqrt{29}}{2}$; г) $\frac{1 - \sqrt{41}}{4}$; $\frac{1 + \sqrt{41}}{4}$. **25.17.** а) $-\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; б) $-\frac{1}{3}$; $\frac{5}{3}$; в) -2 ; 4 ; г) $\frac{1}{4}$. **25.18.** 26 рядов. **25.19.** а) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; б) -2 ; 2 ; в) $-2\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; г) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; д) 0 ; 7 ; е) $\frac{1}{11}$; 0 ; ж) -5 ; 5 ; з) 0 ; и) $-\frac{1}{4}$; 0 ; к) $\frac{1}{2}$; 0 ; л) 5 ; 0 ; м) $\frac{21}{5}$; 0 . **25.20.** 6 см и 4 см. **25.21.** а) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; б) 0 ; 7 . **25.22.** а) -3 ; 0 ; б) 0 ; 1 ; в) -1 ; 1 . **25.23.** а) $-\frac{7}{2}$; 4 ; б) $-\frac{9}{2}$; 3 ; в) $\frac{1}{2}$; -4 ; г) $\frac{3}{4}$; -1 ; д) $\frac{-7 - \sqrt{21}}{4}$; $\frac{-7 + \sqrt{21}}{4}$; е) $\frac{4}{3}$; 2 ; ж) 2 ; -1 ; з) $\frac{20}{3}$; 2 . **25.24.** 0 ; $6,8$. **25.25.** 10 и 11. **25.26.** 2 м. **25.27.** а) $\frac{17}{2}$; 0 ; б) $-\frac{13}{5}$; 3 ; в) $\frac{1}{2}$; 2 ; г) $-\frac{3}{4}$; 3 ; д) $-\sqrt{33}$; $\sqrt{33}$; е) $\frac{5}{4}$; 3 ; ж) $\frac{13}{4}$; -1 ; з) нет корней. **25.28.** 7. **25.29.** а) $-\frac{5}{2}$; $\frac{3}{2}$; б) $\frac{10}{3}$; 2 ; в) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$; $\frac{\sqrt{6}}{3}$; г) $\frac{23}{3}$; 1 ; д) $-\frac{34}{71}$; 1 ; е) нет корней. **25.30*.** 10. **25.31*.** а) $\frac{6 - \sqrt{10}}{2}$; $\frac{6 + \sqrt{10}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{5}}{5}$; $\sqrt{5}$; в) $\sqrt{7}$; 1 ; г) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{10}$. **25.32*.** а) Два корня; б) нет корней. **25.33*.** При $a = 50$ или $a = 0$ имеет один корень; при $a > 50$ не имеет корней; при $a < 50$ и $a \neq 0$ имеет два корня. **25.34*.** а) $a = 0$; б) $a = 0$; в) $a \neq 0$; г) ни при каком; д) $a = 0$; е) $a = 8$. **25.35*.** а) $6a$; a ; б) $\frac{2a}{5}$; $\frac{3a}{5}$; в) $-5a$; 2 ; г) если $a \neq 0$, то $x_1 = \frac{3}{a}$; $x_2 = 1$; если $a = 0$, то $x = 1$. **25.36*.** а) $\frac{\sqrt{5} - 3}{8}$; $6 - 2\sqrt{5}$; б) $\frac{-3 - \sqrt{7}}{2}$; $\frac{5 - \sqrt{7}}{2}$. **25.37*.** $\frac{7 - 2\sqrt{10}}{3}$ или $\frac{7 + 2\sqrt{10}}{3}$.

§ 26

- 26.1.** а) Да; б) нет; в) да; г) да. **26.2.** а) 8; 3; б) -10; -7; в) -2; 9; г) -4; $-\sqrt{5}$; д) 4; 1,5; е) 0,2; -0,7. **26.4.** а) $p = -13$, $q = 40$; б) $p = -6$, $q = -7$; в) $p = 7$, $q = 12$. **26.5.** а) $x^2 + 3x - 10 = 0$; б) $3x^2 - 4x - 4 = 0$. **26.6.** а) 8; 1; б) 3; -6; в) 7; -6; г) -2; -9; д) -3; -7; е) 7; 2; ж) 8; 6; з) 16; -1; и) 12; 1; к) 1; -9; л) 3; 2; м) 2; -16. **26.7.** а) -5; б) $2\frac{2}{3}$; в) 13; г) $57\sqrt{7}$. **26.8.** а) 81; б) 9; в) 83. **26.9.** а) $-\frac{4}{7}$; б) 49; в) 84; г) 73. **26.10.** в). **26.11*.** $2\frac{2}{17}$. **26.12*.** а) $\sqrt{5}$; 1; б) $-\sqrt{3}$; $-\sqrt{7}$; в) $-\sqrt{3}$; 2. **26.13*.** $x^2 - 5x + 4 = 0$. **26.14*.** 1. **26.15*.** 8. **26.16*.** 16. **26.17*.** 10. **26.18*.** 3. **26.19*.** а) $\frac{p}{2}$; б) $4 + p^2$; в) $-\frac{p^2 + 4}{2}$. **26.20*.** $x^2 - 38x + 1 = 0$. **26.21*.** а) $5a$; a ; б) $-\frac{b}{2}$; $-2b$; в) $-3b$; 2. **26.22*.** k ; $k + 1$.

§ 27

- 27.1.** а) Можно; б) можно; в) нельзя; г) можно. **27.2.** а) $(x - 5)(x + 3)$; б) $(x - 6)(x - 1)$; в) $(3x - 4)(x - 1)$; г) $(3x - 1)(x + 3)$; д) $(x - 1)(9x + 1)$; е) $(4 - x)(x + 5)$; ж) $(1 - x)(3x + 2)$; з) $(3x + 1)^2$; и) $(x - 3)(2x + 1)$; к) невозможно; л) $(2x - 1)(1 - 3x)$; м) $(1 - 2x)(3x + 5)$. **27.3.** а) $(2x - 1)(4x + 1)$; б) $(3x - 1)(4x + 1)$; в) $(3 - 2x)(3x + 4)$; г) $(1 - 3x)(5x + 1)$. **27.4.** а) $\left(x - \frac{3 - \sqrt{13}}{2}\right)\left(x - \frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right)$; б) $\left(x - \frac{-5 + \sqrt{33}}{2}\right)\left(x - \frac{-5 - \sqrt{33}}{2}\right)$; в) $3\left(x - \frac{5 + \sqrt{37}}{6}\right)\left(x - \frac{5 - \sqrt{37}}{6}\right)$. **27.5.** а) $(x - 4)(x + 5)$; б) $(5 - x)(x + 7)$; в) $(x - 1)(1 - 4x)$; г) $-(2x - 3)^2$. **27.6.** а) $0,5(x - 2)(x - 1)$; б) $\frac{1}{2}(x + 8)(x - 1)$; в) $-\frac{1}{9}(3x + 2)(x - 3)$. **27.7*.** а) $x(x - 5)(x + 1)$; б) $x(2x - 1)(3x - 1)$; в) $-x(x - 5)^2$; г) $-x(x - 6)(2x - 1)$. **27.8*.** а) $(x^2 + 4)(x^2 - 5)$; б) $(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$; в) $(2x + 1)(2x - 1)(3x + 1)(3x - 1)$; г) $(x - 1)(x + 1)(6x^2 + 1)$. **27.9*.** а) $t \leq \frac{2}{3}$; б) $t > 4\frac{1}{2}$. **27.10*.** а) $(3x + y)(2x + y)$; б) $(x - y)(5x + 3y)$. **27.11*.** а) $(x^2 + 6x + 4)(x + 2)^2$; б) $(x + 4)(x + 2)(x^2 + 5x + 8)$.

§ 28

- 28.1. а) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; б) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; -1; 1; в) -3; 3; г) -1; 1; д) -1; 1; $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$;
 е) нет корней. 28.2. а) 7; 0; б) 0. 28.3. а) 1; 3; $-\sqrt{7}+2$; $\sqrt{7}+2$;
 б) $\frac{-2\sqrt{2}+1}{3}$; $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$. 28.4. а) -1; 2; 5; б) -2; 1; в) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$; г) 1; 2.
 28.5*. а) $1-2\sqrt{2}$; $1-\sqrt{2}$; $1+2\sqrt{2}$; $1+\sqrt{2}$; б) -1; 1; 4; 6; в) -2; $1-\sqrt{5}$; $1+\sqrt{5}$;
 4; г) -3; 8. 28.6*. а) -2; -1; 2; 3; б) 3; 4; в) -1; 7; г) 2; 3. 28.7*. а) $4+\sqrt{5}$;
 $4-\sqrt{5}$; б) $\frac{-5-\sqrt{85}}{2}$; $\frac{-5-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{-5+\sqrt{85}}{2}$; $\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$. 28.8*. а) -2; 4; б) -3;
 -1; в) -4; 2. 28.9*. а) -4; 4; б) -1; 1; в) -1; 5; г) 0; 1; 2. 28.10*. а) -12; 6;
 б) $\frac{5+5\sqrt{5}}{4}$; $\frac{5-5\sqrt{5}}{4}$. 28.11*. $-\sqrt{3}-1$; $\sqrt{3}-1$; -2; 0. 28.12*. $\frac{11-\sqrt{29}}{2}$;
 $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$.

§ 29

- 29.1. а) $3x^2+3x-6$; б) $-5x^2-20x-15$; в) $x^2-14x+46$; г) $-4x^2-24x-31$.
 29.2. Верно. 29.3. а); б); в); д). 29.4. а) В виде многочлена; б) в виде
 разложения на множители; в) в виде выделенного полного квадрата;
 г) в виде многочлена; д) в виде разложения на множители; е) в виде
 выделенного полного квадрата. 29.5. б); в); г); д). 29.6. в). 29.7. а) 8; б) -4;
 в) -2; г) -4,25. 29.8. а) -14; б) 24; в) 0. 29.9. а) 0 и -6; б) -3; в) 1 и -7;
 г) невозможно. 29.10. а) -5; б) 1 и $-\frac{5}{3}$. 29.11. а) $\frac{1}{2}$ и -2; б) не проходит.
 29.12. а) Вверх; (-3; 5); б) вверх; (7; 1); в) вниз; (-1; -7); г) вниз; (6; 0);
 д) вверх; (0; 8); е) вниз; (0; 0). 29.13. а) (3; -7); $x=3$; б) (-2; -12); $x=-2$;
 в) (10; 25); $x=10$; г) (4; 7); $x=4$. 29.14. $a=2$; $m=3$; $n=-1$;
 $y=2x^2-12x+17$. 29.15. $y=x^2-4x-32$; -36. 29.16. а) 5; б) -7;
 в) -11; г) 4; д) -9; е) 36. 29.17. а) $D=\mathbf{R}$; $E=[-3; +\infty)$; б) $D=\mathbf{R}$;
 $E=(-\infty; 9]$; в) $D=\mathbf{R}$; $E=[-11; +\infty)$; г) $D=\mathbf{R}$; $E=(-\infty; 3]$; д) $D=\mathbf{R}$;
 $E=(-\infty; 49]$; е) $D=\mathbf{R}$; $E=[-48; +\infty)$. 29.18. а) (7; 0); (-1; 0); (0; -7);
 б) (1; 0); $(\frac{4}{3}; 0)$; (0; -4); в) (2; 0); (8; 0); (0; 16); г) $(\sqrt{7}; 0)$;
 $(-\sqrt{7}; 0)$; (0; 7). 29.19. а) -2; 7; б) нет нулей; в) -6; 0; г) 0; $\frac{5}{3}$.
 29.20. 1; $\frac{7}{2}$. 29.21. г). 29.22. в). 29.24. а) $E=[-16; +\infty)$; б) $E=(-\infty; 4]$;
 в) $E=[2,5; +\infty)$; г) $E=(-\infty; 0]$. 29.26. Проходит. 29.27. а) 2); б) 1); в) 3).

29.28. б). **29.29.** а) Возрастает на промежутке $[5; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 5]$; б) возрастает на промежутке $(-\infty; 3]$ и убывает на промежутке $[3; +\infty)$; в) возрастает на промежутке $[-3; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; -3]$; г) возрастает на промежутке $(-\infty; -1]$ и убывает на промежутке $[-1; +\infty)$; д) возрастает на промежутке $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$ и убывает на промежутке $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$; е) возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$. **29.32.** б). **29.34.** $x = 7$. **29.35.** Возрастает на промежутке $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ и убывает на промежутке $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **29.36.** а) $f(-6,8) < f(-5,9)$; б) $f(-2,7) < f(-3,2)$. **29.37.** а) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$, $y < 0$ при $x \in (1; 3)$; б) $y > 0$ при $x \in \left(1; \frac{4}{3}\right)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$; в) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; г) $y < 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$; д) $y < 0$ при $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$; е) $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$. **29.38.** а) $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$; б) $y > 0$ при $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup (7; +\infty)$; в) $y > 0$ при $x \in (-5; 5)$; г) $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. **29.39.** в). **29.40.** $(-7; -33)$. **29.41*.** а) $(7; 39)$ и $(-3; -1)$; б) $(6; 21)$ и $(-4; 1)$. **29.42*.** 11. **29.44*.** 22. **29.45*.** 0. **29.46*.** $(-1; 0,5)$. **29.47*.** $p = 0$; $q = -3$. **29.48*.** $y = -\frac{4}{3}x^2 + 4$. **29.49*.** 20×20 м. **29.50*.** 70 и 70. **29.51*.** $a > 0$; $b < 0$; $c > 0$. **29.52*.** b ; c ; m ; k ; a . **29.53*.** 2. **29.54*.** 4. **29.55*.** $a < 0$; $b < 0$; $c = 0$. **29.56*.** -1. **29.57*.** $E = [8; +\infty)$. **29.58*.** 41. **29.59*.** $b = -9$; $c = 14$. **29.60*.** а) $(0,5; -60,75)$; б) $x = 0,5$; в) $-60,75$; г) убывает на промежутке $(-\infty; 0,5]$. **29.61*.** а) $D = R$; б) $E = (-\infty; 4]$; в) 4; г) $x = -2$; д) -4 ; 0; е) $y > 0$ при $x \in (-4; 0)$, $y < 0$ при $x \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$; ж) возрастает на промежутке $(-\infty; -2]$, убывает на промежутке $[-2; +\infty)$. **29.62*.** а) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; б) убывает на промежутке $[0; +\infty)$. **29.63*.** а) $y > 0$ при $x \in (0; 8)$; б) возрастает на промежутке $(-\infty; 4]$; в) $E = (-\infty; 48]$; г) $f(x) \leq 0$ при $x \in (-\infty; 0] \cup [8; +\infty)$. **29.64*.** $y = -x^2 + 4x + 1$. **29.65*.** а) $y < 0$ при $x \in (-\infty; 6) \cup (14; +\infty)$, $y > 0$ при $x \in (6; 14)$; б) возрастает на промежутке $(-\infty; 10]$, убывает на промежутке $[10; +\infty)$. **29.66*.** $a = 9$. **29.67*.** $p \in (0; 4)$. **29.68*.** $a \in (-6; -1)$. **29.69.** $m = -5$.

§ 30

- 30.1.** а) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; б) $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$; в) $(-2; 4)$; г) $[-2; 4]$.
- 30.2.** а) $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$; в) $(0; 5)$; г) $[0; 5]$.
- 30.3.** в). **30.4.** а). **30.5.** а) $(2; 4)$; б) $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (3; +\infty)$; в) $[-1; -\frac{1}{2}]$;
г) $(-\infty; -1] \cup [\frac{2}{3}; +\infty)$; д) $(-\infty; 0) \cup (7; +\infty)$; е) $(-\frac{7}{2}; 0)$; ж) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$;
з) $[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}]$; и) \emptyset ; к) $(-\infty; +\infty)$; л) $\{5\}$; м) $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$.
- 30.6.** а) $(-\infty; \frac{3}{5}] \cup [1; +\infty)$; б) $(-1; 4)$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $\{6\}$. **30.7.** а) $(1; 8)$;
б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. **30.8.** а) $(0; 1] \cup [4; +\infty)$; б) $(-0,25; 1)$; в) $(-\infty; 1]$; г) $(-2; 4,5]$.
- 30.9.** а) $(-4; 4)$; б) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; в) $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$; г) \emptyset ; д) $(-\infty; +\infty)$;
е) $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$; ж) $(-\infty; +\infty)$; з) \emptyset ; и) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **30.10.** а) $-4; -3; -2; -1$;
 $0; 1; 2; 3; 4$; б) $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$; в) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$; г) $-2; -1$;
 $0; 1; 2$. **30.11.** а) $(-\infty; 0] \cup [7; +\infty)$; б) $(-1; 0)$; в) $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$; г) $(0; 1)$;
д) $(0; 1\frac{2}{3})$; е) $(-\infty; -\frac{1}{10}) \cup (0; +\infty)$; ж) $[0; \frac{7}{9}]$; з) $(-\infty; 0) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$; и) $(0; \frac{3}{5})$.
- 30.12.** а) $(-\infty; 0] \cup (10; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$; в) $(-\infty; 10)$; г) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
- 30.13.** а) 0 ; б) -4 ; в) 0 ; г) 1 . **30.14.** а) $(-\infty; -\frac{5}{4}) \cup (1; +\infty)$; б) $[\frac{1}{12}; 1]$; в) $[\frac{3}{5}; 1]$;
г) $[-5; \frac{1}{2}]$; д) $[-\frac{4}{5}; 1]$; е) $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$; ж) $(1; 7)$; з) $(\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$; и) $(-\infty; -6] \cup (6; +\infty)$;
к) $(-\sqrt{7}; \sqrt{7})$; л) $(-\infty; -\frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{4}; +\infty)$; м) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **30.15.** а) $[-5; 4]$;
б) $(-1; 2)$. **30.16.** а) $(-\infty; \frac{-3-\sqrt{13}}{2}) \cup (\frac{-3+\sqrt{13}}{2}; +\infty)$; б) $[\frac{1-\sqrt{21}}{5}; \frac{1+\sqrt{21}}{5}]$;
в) $(-\infty; 3-2\sqrt{3}) \cup (3+2\sqrt{3}; +\infty)$; г) $[\frac{1-\sqrt{161}}{10}; \frac{1+\sqrt{161}}{10}]$. **30.17.** а) $[-2; 3]$;
б) $(-\infty; 0] \cup [\frac{1}{7}; +\infty)$; в) $[-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$; г) $[1; \frac{4}{3}]$. **30.18.** а) $(-1; 2] \cup [4; 6)$;
б) $\{-3\} \cup [2; 8]$; в) $(-1; 0) \cup (6; 10)$; г) $(-4; -0,5]$; д) $[-8; -4] \cup [4; 9]$;
е) $\{-2\} \cup [2; 7]$. **30.19.** -7 . **30.20.** а) $(-\infty; 4) \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; -\frac{3}{5}) \cup [1; +\infty)$;
в) $(-\infty; -1,75] \cup [0; +\infty)$; г) $(-\sqrt{14}; \sqrt{14})$; д) $(-5; 8)$; е) $[-7; -1]$; ж) $[-9; 0]$;

- з) $(0; 1)$; и) $(-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$; к) \emptyset ; л) $(-\infty; -4) \cup (5; +\infty)$; м) $\left[2; 6\frac{2}{3}\right]$.
- 30.21.** $(-\infty; 1) \cup (14; +\infty)$. **30.22.** а) $\left[2 - \sqrt{7}; 3\right) \cup \left(3; 2 + \sqrt{7}\right]$; б) $[1; 4)$.
- 30.23.** 6. **30.24.** а) $(-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$; б) $\{-1\}$; в) $\left(-\infty; -\frac{5}{7}\right) \cup (3; +\infty)$;
- г) $(-\infty; +\infty)$; д) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; е) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$; ж) $[1; 4,75]$;
- з) $(-\infty; -1 - 3\sqrt{2}) \cup (-1 + 3\sqrt{2}; +\infty)$; и) $(-\infty; -7 - 4\sqrt{3}] \cup [-7 + 4\sqrt{3}; +\infty)$;
- к) $(0; 1)$; л) $(0; 1,5)$; м) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. **30.25.** а) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$;
- б) $\left(-\infty; \frac{1}{7}\right] \cup [7; +\infty)$. **30.26.** а) $(-\infty; 1) \cup [5; +\infty)$; б) $(-\infty; -3] \cup (-1; +\infty)$;
- в) $(-\infty; 4) \cup [5; +\infty)$; г) $(-\infty; -6) \cup [1; +\infty)$. **30.27.** а) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$;
- б) $[-4; 4]$; в) $(-\infty; 0] \cup [0,5; +\infty)$; г) $(-\infty; +\infty)$; д) $(-\infty; +\infty)$; е) $(-\infty; +\infty)$.
- 30.28.** -5. **30.29.** а) $\left(0; 1\frac{1}{3}\right)$; б) $[2; 9]$. **30.30.** а) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$; б) $[0; 14]$;
- в) $(-\infty; -2] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$; г) $(-4; 4)$; д) $\left[-\frac{1}{2}; 3\right]$; е) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup (6; +\infty)$;
- ж) $(-\infty; -15) \cup (15; +\infty)$; з) $[-2; 2]$; и) $(-4; 3)$; к) $(-\infty; -1] \cup \left[1\frac{9}{22}; +\infty\right)$;
- л) $(-\infty; -9] \cup [9; +\infty)$; м) $(-\infty; -\sqrt{6}] \cup [\sqrt{6}; +\infty)$; н) $\left(\frac{1}{6}; 6\right)$; о) $\left(1; 7\frac{2}{3}\right)$.
- 30.31.** а) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; б) $(0; 3)$. **30.32.** а) \emptyset ; б) $\{6\}$; в) $[3; 4]$;
- г) $[-9; -5]$. **30.33*.** 12. **30.34*.** $(-6; 6)$. **30.35*.** $(-\infty; -2\sqrt{10}) \cup (2\sqrt{10}; +\infty)$.
- 30.36*.** $(1; 2) \cup (5; 6)$.

§ 31

- 31.1.** $f(1) = 1$; $f(-1) = -1$; $f(2) = 8$; $f(-0,1) = -0,001$; $f(100) = 1\,000\,000$;
- $f(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$; $f(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3}$. **31.2.** а) 2; б) 9; в) 0,43; г) 2,6; д) $\sqrt{3}$; е) $5\sqrt{2}$.
- 31.3.** $\frac{1}{3}$; 0,2; -0,5; $\sqrt{7}$. **31.4.** а) -7; 7; б) $-\frac{4}{9}$; $\frac{4}{9}$; в) $-\sqrt{7}$; $\sqrt{7}$. **31.5.** а); д).
- 31.6.** а) -3; б) -1; в) 11; г) 4,2; д) $\frac{2}{3}$. **31.8.** Да. **31.9.** $(-1; 5)$; $(1; -5)$. **31.10.** а) Да;
- б) нет; в) нет; г) нет. **31.11.** а) Нет; б) да. **31.12.** а). **31.13.** а) Нет; б) да; в) да;
- г) да; д) нет. **31.14.** Нет. **31.15.** б); в). **31.16.** а) Да; б) нет. **31.17.** а) Да; б) нет.
- 31.18.** Да. **31.19.** а); б); в). **31.20.** Возрастает. **31.21.** 5,6. **31.22.** а) 7;
- б) 0,1; в) невозможно. **31.23.** а) Да; б) да. **31.24.** Убывает. **31.25.** а) 1; 3;

- б) 1; 3; в) 2; 4. **31.26.** $y = -\frac{88}{x}$. **31.27.** а) Да; б) нет; в) да. **31.28.** а) $\sqrt{3} < 2,1$;
 б) $\sqrt{3} > 1,5$; в) $\sqrt{3} > \sqrt{2,9}$. **31.29.** а) $f(5,3) < f(5,7)$; б) $f(2\sqrt{6}) < f(2\sqrt{7})$.
31.30. $g(-1,8)$; $g(-\sqrt{3})$; $g(-1,7)$. **31.31.** а) $f(-2) = -2$; $f(8) = \frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) $x > 0$;
 г) $(-\infty; 0)$ и $(0; +\infty)$. **31.33*.** а) 2; 4; б) 3; 4; в) 2; 4. **31.34*.** $k = -4,48$.
31.35*. а) $k = 10$, $b = -15$; б) $k = -1,47$, $b = -1,071$; в) $k = 0,155$,
 $b = 0,4305$. **31.36*.** $n = -1$, $n = 1$; $k = -3$; $k = 3$. **31.37*.** Да.
31.38*. $f\left(\frac{5}{\sqrt{11}-1}\right) < f(\sqrt{44}+2)$. **31.39*.** При $k > -1$ три точки; при $k \leq -1$
 одна точка.

§ 32

- 32.1.** а) Верно; б) неверно; в) верно. **32.2.** а) Верно; б) верно; в) неверно.
32.3. а) Верно; б) верно. **32.4.** а) Верно; б) верно. **32.5.** 1) б); г); д); 2) а);
 в); е). **32.6.** При $x = -1,5$; $x \in (-\infty; -1,5) \cup (-1,5; +\infty)$. **32.7.** При $x = 4,5$;
 при $x = 4,5$; $x \in (-\infty; 4,5) \cup (4,5; +\infty)$. **32.8.** а) $x \in (-\infty; -0,4) \cup (-0,4; +\infty)$;
 б) $x \in (-\infty; -0,4) \cup (-0,4; +\infty)$. **32.9.** $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$ и
 $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **32.10.** $x = -2$; $x = 0$. **32.11.** а) $x \in \left(-\infty; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$;
 б) $x \in (-\infty; +\infty)$; в) $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$; г) $m \in (-\infty; +\infty)$.
32.12. а) $a \in (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$; б) $a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$; в) при
 $x \neq -y$. **32.13.** а) $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; б) $x \in (-\infty; -6) \cup (-6; 6) \cup (6; +\infty)$;
 в) $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(-\frac{1}{4}; 0\right) \cup (0; +\infty)$. **32.15.** а) Верно; б) верно; в) верно;
 г) верно. **32.16.** в). **32.17.** а) Нет; б) нет. **32.18.** а) Верно; б) верно; в) верно;
 г) верно. **32.19.** б). **32.20.** а) $\frac{a}{2b}$; б) $\frac{1}{3a^2}$; в) $\frac{3a^2}{b}$; г) $\frac{15c}{4a}$; д) $\frac{2}{x^3y^3}$; е) $4x^2y$;
 ж) $\frac{y}{5x}$; з) $\frac{5}{12yz^2}$. **32.21.** а) 0,005; б) 5. **32.22.** а) $\frac{5ab}{2c}$; б) $\frac{a^2}{4c^2}$; в) $\frac{1}{2mn}$;
 г) $\frac{3mn^2}{2}$. **32.23.** Верно. **32.24.** б); в). **32.25.** $\frac{2x+1}{1-4x^2}$. **32.26.** а) $\frac{a+4}{x}$;
 б) $\frac{9-a}{b^2}$; в) $\frac{x-y}{3x+3y}$; г) $\frac{2a+2b}{7a-7b}$; д) $\frac{a^2}{3a-b}$; е) x^2-4y^2 . **32.27.** а) 3; б) 2.
32.28. а) $\frac{1+x}{5}$; б) $\frac{1+3x}{5}$; в) $\frac{a-3b}{a+3b}$; г) $\frac{2a-3b}{2a+3b}$. **32.29.** $\frac{a+7b}{2a-14b}$.

32.30. а) $2 - x$; б) $-a - 1$; в) $-(x - 2)^2$; г) $-(a + 1)^2$. 32.31. 31.

32.32. а) $\frac{x - y}{x + y}$; б) $\frac{3x + 4y}{3x - 4y}$; в) $x^3 - x^2$; г) $a^6 + b^2$. 32.33. а) $\frac{3x - 1}{2x + 1}$; б) $\frac{2x - 1}{4x + 1}$.

32.34. а) $\frac{y - 1}{x + y}$; б) $\frac{c - 3a}{2c + 3a}$. 32.35. а) $\frac{x - 2}{x + 12}$; б) $\frac{y + 7}{y - 1}$. 32.36. $\frac{1}{25}$.

32.37. а) 4; б) 2. 32.38. 1. 32.39. 0,346. 32.41*. $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

32.42*. $m \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. 32.44*. а) $\frac{1}{3ab^3}$; б) $\frac{x^{m+1}y^3}{3z^2}$. 32.45*. а) $\frac{x^m - 1}{x^m + 1}$;

б) $\frac{x^m - y^{2m}}{x^m + y^{2m}}$. 32.46*. а) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$; б) $\frac{x^2 - 3}{x + 2}$; в) $x - y$; г) $\frac{-3a - 2b}{4b - 3a}$. 32.47*. 1.

32.48*. а) $x \in (-\infty; -5) \cup (-5; 5) \cup (5; +\infty)$; б) $x \in (-\infty; +\infty)$.

32.49*. а) $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$; б) $x \in (-\infty; +\infty)$. 32.50*. а) Если $x \geq -4$, то $\frac{1}{x - 9}$; если $x < -4$, то $\frac{1}{-x - 1}$; б) если $x < -4$, то $\frac{1}{x + 9}$; если $-4 \leq x < 0$,

то $\frac{1}{1 - x}$, если $x \geq 0$, то $\frac{x + 9}{(x - 9)(x - 1)}$. 32.51*. 17; 13; 14; 12.

§ 33

33.1. Верно. 33.2. $6ab$. 33.3. а) $\frac{5ab}{3b^2}$ и $\frac{33}{3b^2}$; б) $\frac{xb}{3ab^2}$ и $\frac{3ay}{3ab^2}$; в) $\frac{c^2}{b^3c^3}$

и $\frac{b^2}{b^3c^3}$; г) $\frac{5c(5a + c)}{5ac^2}$ и $\frac{a(5c + a)}{5ac^2}$. 33.4. а) $36x^3y^3$; б) $75a^3b^2$.

33.5. а) Верно; б) неверно. 33.6. а) $\frac{3y}{96x^4y^4}$ и $\frac{4x^3}{96x^4y^4}$; б) $\frac{5z^2}{z(z - 3y)}$ и

$\frac{z}{z(z - 3y)}$. 33.7. а) Верно; б) неверно. 33.8. $a^{n+3}c^n$. 33.9. $\frac{b^n}{(a^{2n} + 2b^m)^2}$ и

$\frac{a^n(a^{2n} + 2b^m)}{(a^{2n} + 2b^m)^2}$. 33.10. а) $\frac{3a + 2}{8}$; б) $\frac{5y + 7x}{xy}$; в) $\frac{7ab - 24a + 12b}{24ab}$; г) $\frac{12 + 4cd}{c^3d^2}$.

33.11. а) $\frac{a + 6}{8}$; б) $\frac{5y - 7x}{xy}$; в) $\frac{ab - 24a - 12b}{24ab}$; г) $\frac{4(3 - cd)}{c^3d^2}$. 33.12. а) Верно;

б) неверно. 33.13. а) Неверно; б) верно. 33.14. а) $\frac{b(b - 5) + a(a - 5)}{5a^3b^3}$;

б) $\frac{6a}{a^2 - 4b^2}$. 33.15. а) $\frac{4b(b + 2) - 3a(a - 3)}{12a^2b^2}$; б) $\frac{-4b}{a^2 - b^2}$. 33.16. $\frac{4}{b^2}$; a^2 .

- 33.17. а) $\frac{3b+x}{x^2}$; б) $\frac{4}{a+b}$. 33.18. а) Сумма: $\frac{10m}{(m-n)(m+n)^2}$; разность: $\frac{10n}{(m-n)(m+n)^2}$; б) сумма: $\frac{2a}{a^2b-16b^3}$; разность: $\frac{8}{a^2-16b^2}$. 33.19. а) $\frac{x^2+a^2}{ax}$; б) $\frac{25x^2-4y^2}{10xy}$; в) $\frac{4xy}{x^2-y^2}$; г) $\frac{-2(a+b)}{1-a^2}$. 33.20. а) $\frac{1}{4xy}$; б) $\frac{3}{2ab}$; в) $\frac{7}{y(x+y)}$; г) $\frac{3}{b(2a+b)}$. 33.21. а) $\frac{c+3}{c-1}$; б) $\frac{a+3}{2a-1}$. 33.22. а) $\frac{2b^2}{3a}$; б) x^2-y^2 ; в) $\frac{7x^2y^2}{a}$; г) $a+x$. 33.23. а) $\frac{x+7}{(x-3)^2}$; б) $-\frac{2(x+1)}{25x^2-16}$; в) $\frac{-5x+3}{(5x-1)^2}$; г) $\frac{2}{7x-2}$. 33.24. а) $\frac{a}{a-2b}$; б) $\frac{3a+b}{a}$; в) $\frac{b}{3a-b}$; г) $-\frac{a+2b}{a}$. 33.25. а) $\frac{(x-y)^3}{x+y}$; б) $\frac{x-y}{(x+y)^3}$; в) $\frac{(2x+y)^3}{2x-y}$; г) $\frac{2x+y}{(2x-y)^3}$. 33.26. а) $-\frac{x+2a}{ax}$; б) $\frac{6-y}{6y}$; в) $-\frac{b+3a}{ab}$; г) $\frac{11-x}{11x}$. 33.27. а) $\frac{81x^8y^{16}}{m^{12}}$; б) $\frac{64x^{18}y^{12}}{a^{24}}$. 33.28. $-\frac{1}{3}$. 33.29. а) $\frac{3x^3y}{z}$; б) $\frac{3}{2abc}$; в) $\frac{xz}{2y}$; г) $\frac{3abc}{2}$. 33.30. $\frac{5a^7}{8b}$. 33.31. а) $\frac{x+3}{x}$; б) $\frac{2}{3x}$. 33.32. а) $y(x-y)$; б) $\frac{1}{axy}$; в) $n(m+3n)$; г) $-b$. 33.33. а) $\frac{(x+2)^3}{2}$; б) $\frac{x+2}{2(x-2)^2}$; в) $-\frac{2(x+2)^3}{3}$; г) $\frac{2(x+2)}{(x-2)^2}$. 33.34. а) $\frac{9ay^2+15xy-4c}{36xy^2}$; б) $\frac{4bx+7a-3-3y}{6ab}$. 33.35. а) $-\frac{2x^4}{9a}$; б) $-\frac{40p}{63}$. 33.36. а) 1; б) 1. 33.37. а) $\frac{x^2+y^2}{y}$; б) $\frac{a^2+x^2}{2a}$. 33.38. а) $2x-1$; б) 7. 33.39. 3. 33.40. а) $\frac{x-1}{x+1}$; б) $\frac{x-1}{2x-1}$; в) $\frac{x+1}{2x+5}$; г) 1. 33.41. а) $-\frac{2x}{(x+2)(3a-1)}$; б) $\frac{2y-x}{y}$; в) $\frac{8x}{(x+2)(5a-1)}$; г) $-\frac{x^2}{y(x-3y)}$. 33.42. а) 10; б) 0,35. 33.43. а) $\frac{c}{b}$; б) $\frac{(3a+c)(3a+b)}{2(3a-c)}$; в) $\frac{c}{2b+c}$. 33.44. а) $\frac{a^2}{12d^2}$; б) $\frac{1}{c(7a-6b)}$; в) $\frac{(2a+y)^3}{4a(2a-y)}$. 33.45. а) $1\frac{1}{8}$; б) $-6\frac{8}{9}$. 33.46. а) 1; б) $\frac{1}{81}$. 33.47. $\frac{2y(x-y)}{x^2}$.

33.48. а) $\frac{1}{2(x-2)}$; б) $\frac{1}{3a-2}$. 33.49. а) $\frac{2ab}{(a-b)(a^2+b^2)}$; б) $\frac{7x^2}{(2y+3)(2x-1)}$;
 в) $\frac{2xy}{x^4-y^4}$; г) $\frac{9x^2-10x}{(2y+5)(2x-1)}$. 33.50*. $\frac{4x^{-3m+4}z^{-(n+2)}}{3t^2y^3}$. 33.51*. $\frac{36x^2y^5z}{5}$.
 33.52*. $\frac{16}{81}$. 33.53*. $\frac{2x-1}{2x^2-1}$. 33.54*. а) Сумма: $\frac{2a^n}{(a^n+b^n)(a^n-b^n)^2}$; разность:
 $-\frac{2b^n}{(a^n+b^n)(a^n-b^n)^2}$; б) сумма: $\frac{2a^{2n}}{(a^{2n}-b^{2n})(a^{2n}+b^{2n})^2}$; разность:
 $\frac{2b^{2n}}{(a^{4n}-b^{4n})(a^{2n}+b^{2n})}$. 33.56*. а) $\frac{4}{a(a+8)}$; б) $\frac{4}{b(b+12)}$.

§ 34

34.1. а) $\frac{3a}{2b}$; б) $-\frac{3a}{2b}$. 34.2. а) x^2-y^2 ; б) $\frac{(x^2+y^2)xy}{2}$; в) $5b-a$; г) $\frac{3x}{2y}$.
 34.3. а) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$; б) $\frac{a-b}{b}$. 34.4. $\frac{a+6}{a}$. 34.5. а) $-\frac{x}{y}$; б) 1. 34.6. а) $\frac{1}{b}$; б) $\frac{x-y}{y}$.
 34.7. а) $4a+12b$; б) $\frac{4}{b(b-a)}$. 34.8. $\frac{4}{5}$. 34.9. а) $\frac{xy-x^2}{y}$; б) $4b-2a$.
 34.10. а) $\frac{1+x}{1-2x}$; б) $2(a+1)$; в) $x-2$; г) $2-b$. 34.11. $\frac{a-2b}{a+6b}$. 34.12. $\frac{3b-14}{5+b}$.
 34.13. а) 10; б) 5. 34.14. $\frac{3a^2-a-4}{3a}$. 34.15. $\frac{1}{16}$. 34.16. а) $y-2$; б) $\frac{x-4}{x+4}$.
 34.17. $\frac{a^2+ab-b^2}{ab^2(a-b)}$. 34.18. а) $\frac{2-10x}{3x-1}$; б) $\frac{11-10x}{2x+3}$. 34.19. $\frac{a(1-2b)}{3a-2b}$.
 34.20. а) $-\frac{1}{1-x}$; б) $\frac{1}{x+5}$. 34.21. а) $\frac{a^2+b^2}{ab(a^2-b^2)}$; б) $\frac{16}{(a-b)(a+b)^2}$.
 34.22. а) $\frac{x+2}{x-2}$; б) $-\frac{1}{a}$. 34.23. а) $\frac{1}{3}$; б) 1. 34.24. а) $a-1$; б) $-4-b$.
 34.25. а) $\frac{4(a-b)(a-1)}{b}$; б) 2. 34.26. а) $-2\frac{2}{7}$; б) $\frac{2}{x}$. 34.27. а) $\frac{3}{2x-2}$;
 б) $\frac{a^2-3a-12}{a^2+3a+2}$; в) $\frac{1}{a^2}$; г) 2. 34.29. $\frac{a-1}{4}$. 34.30. $\frac{m-n}{m^2n^2}$. 34.31. а) $\sqrt{7n}$;
 б) $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$; в) $\frac{\sqrt{11-m}}{\sqrt{11+m}}$. 34.32. а) $\sqrt{p}-2\sqrt{k}$; б) -1 ; в) $\frac{x}{x+\sqrt{3}}$; г) $\frac{\sqrt{ab}+b}{ab}$.

34.33. а) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 + \sqrt{x} - \sqrt{y}}$; б) $\frac{1 + \sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$. 34.34. а) $-\sqrt{b}$; б) $-\sqrt{a}$; в) $\frac{a}{a - \sqrt{2}}$;
 г) $\frac{a}{a + \sqrt{3}}$; д) \sqrt{m} ; е) $\sqrt{m} + 1$. 34.35*. а) $\frac{a^m + b^n}{b^n}$; б) $-\frac{x + 1}{x^2 + 8x + 28}$.
 34.36*. а) $\sqrt{a-1}$; б) $\frac{1}{\sqrt{a}}$; в) $\sqrt{b} - \sqrt{a}$. 34.37*. $\frac{(3x-2)^2}{(x-2)(2x-1)}$. 34.38*. $\sqrt{x} - \sqrt{y} + 1$.
 34.39*. $\frac{a-1}{4}$. 34.40*. 5. 34.41*. 0. 34.42*. $-\frac{(a-b+c)^2}{2bc}$. 34.43*. $\frac{16}{1-65536x^{32}}$.

§ 35

35.1. а). 35.2. а) $f(1) = -1$; б) $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{16}$; в) $f(1,2) = -0,96$; г) $f(-0,8) = 2,24$.
 35.3. а) $f(-2) < 0$; б) $f(-2) = 0$; в) $f(-2) < 0$; г) $f(-2) < 0$. 35.4. а) $3f(-2) = 0$;
 б) $0,5f(0) = 0,2$; в) $\frac{2}{3}f(1) = \frac{1}{3}$; г) $2,5f(-5,3) = 27,5$. 35.5. а) Да; б) нет;
 в) да; г) нет. 35.6. б); в); г). 35.7. а) $x = \frac{1}{3}$; б) $x = -2$; в) $x = 0,7$;
 г) $x = \frac{2}{3}$. 35.8. а) $-1; 10$; б) $2; 5$; в) $-10; 10$; г) 101 . 35.9. а) $0; 2,5$; б) $2; \frac{1}{2}$;
 в) $\frac{5}{4}(1 - \sqrt{2})$; $\frac{5}{4}(1 + \sqrt{2})$; г) невозможно. 35.10. Рис. 26, а. а) $D(f) = [-9; 9]$;
 б) $E(f) = [-6; 5]$; в) $x = -7, x = -1, x = 4$; г) $y > 0$ при $x \in (-7; -1) \cup (4; 9]$;
 $y < 0$ при $x \in [-9; -7) \cup (-1; 4)$; д) возрастает на каждом из промежутков
 $[-9; 5]$ и $[2; 9]$; убывает на промежутке $[-5; 2]$. Рис. 26, б. а) $D(f) = [-9; 9]$;
 б) $E(f) = [-5; 6]$; в) $x = -7, x = -3, x = 3$; г) $y > 0$ при $x \in [-9; -7) \cup (3; 9]$;
 $y < 0$ при $x \in (-7; -3) \cup (-3; 3)$; д) возрастает на каждом из промежутков
 $[-5; -3]$ и $[0; 5]$; убывает на каждом из промежутков $[-9; -5]$ и $[-3; 0]$ и
 $[5; 9]$. 35.11. а) $f(-8) = -2, f(-7) = 0, f(-3) = 2, f(2) = -2, f(6) = 2, f(9) = 3$;
 б) $-6; -3; 6$. 35.12. а) $x \in (-\infty; -7) \cup (-7; +\infty)$; б) $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; +\infty)$;
 в) $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$; г) $x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$;
 д) $x \in \left(-\infty; -\frac{2}{7}\right) \cup \left(-\frac{2}{7}; 1\right) \cup (1; +\infty)$;
 е) $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}; 0) \cup (0; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.
 35.13. а) $D(f) = (-\infty; 2) \cup (2; 4) \cup (4; +\infty)$;

$$\text{б) } D(f) = \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty);$$

$$\text{в) } D(f) = (-\infty; -\sqrt{6}) \cup (-\sqrt{6}; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; \sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty).$$

$$\mathbf{35.14.} \text{ а) } D(y) = [7; +\infty); \text{ б) } D(y) = [-4, 5; +\infty); \text{ в) } D(y) = (5; +\infty);$$

$$\text{г) } D(y) = (-\infty; -3] \cup [5; +\infty); \text{ д) } D(y) = [-7; 7]; \text{ е) } D(y) = (-1; 4).$$

$$\mathbf{35.15.} \text{ а) } D(y) = [-4; 2]; \text{ б) } D(y) = \left(\frac{7}{3}; +\infty\right); \text{ в) } D(y) = \left[-\frac{1}{6}; 4\right];$$

$$\text{г) } D(y) = [3; 5]; \text{ д) } D(y) = [-3; -2] \cup \{3\}; \text{ е) } D(y) = [1; 4]. \mathbf{35.16.} \text{ а) } E(f) = [-7; +\infty); \text{ б) } E(f) = [9; +\infty); \text{ в) } E(f) = [-8; +\infty); \text{ г) } E(f) = (-\infty; 32].$$

$$\mathbf{35.17.} \text{ а) } -6; -2; 3; \text{ б) } x \in (-\infty; -6) \cup (-2; 3); \text{ в) } x \in [-6; -2] \cup [3; +\infty).$$

$$\mathbf{35.18.} \text{ а) } \frac{7}{3}; \text{ б) } 3; -3; \text{ в) } -8; 1; \text{ г) } 2; -2; 3; -3. \mathbf{35.19.} \text{ а) } y > 0, x \in (-\infty; 5);$$

$$y < 0, x \in (5; +\infty); \text{ б) } y > 0, x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right); y < 0, x \in \left(0; \frac{1}{2}\right);$$

$$\text{в) } y > 0, x \in (-2; 2); y < 0, x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty); \text{ г) } y > 0, x \in (1; 4); y < 0, x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty). \mathbf{35.20.} p(5, 5), p(1), p(0), p(-3). \mathbf{35.21.} \text{ а) } f(6) = 5;$$

$$\text{б) } f(6) = -5. \mathbf{35.22.} -27. \mathbf{35.23.} -76. \mathbf{35.27.} \text{ а) } E(f) = [-5; 5]; \text{ б) } -8; -4; 0; 4;$$

$$8; \text{ в) } y > 0, x \in [-9; 8) \cup (-4; 0) \cup (4; 8); y < 0, x \in (-8; -4) \cup (0; 4) \cup (8; 9];$$

$$\text{г) } \text{возрастает на промежутках } [-6; -2] \text{ и } [2; 6]; \text{ убывает на промежутках } [-9; 6] \text{ и } [-2; 2] \text{ и } [6; 9]. \mathbf{35.28.} \text{ б). } \mathbf{35.29.} \text{ а) } y = \sqrt{x-5}; \text{ б) } y = \sqrt{x} + 3;$$

$$\text{в) } y = \sqrt{x} - 7; \text{ г) } y = \sqrt{x+1}; \text{ д) } y = \sqrt{x-4} + 7; \text{ е) } y = \sqrt{x+3} - 1.$$

$$\mathbf{35.30.} \text{ а) } y = -7,1(x+8)^2 + 3; \text{ б) } y = -7,1(x-9)^2 - 4; \text{ в) } y = -7,1(x+1)^2;$$

$$\text{г) } y = -7,1x^2 + 12. \mathbf{35.32.} 36. \mathbf{35.34.} 8; 4. \mathbf{35.35.} \text{ а) } E(y) = [-5; 9];$$

$$\text{б) } E(y) = [0; 14]; \text{ в) } E(y) = [-12; 2]; \text{ г) } E(y) = [-9; 5]. \mathbf{35.36.} \text{ а) } (-\infty; 6];$$

$$\text{б) } (-\infty; 9]; \text{ в) } (-\infty; 14]; \text{ г) } (-\infty; 6]. \mathbf{35.37.} \text{ а) } E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty);$$

$$\text{б) } E(y) = [4; +\infty); \text{ в) } E(y) = \{5\}. \mathbf{35.38.} \text{ а) } -48; \text{ б) } 48. \mathbf{35.39.} 147.$$

§ 36

$$\mathbf{36.1.} \text{ а) } \text{Верно}; \text{ б) } \text{неверно}. \mathbf{36.2.} \text{ а) } -4,5; \text{ б) } \text{нет корней}; \text{ в) } -4; \text{ г) } 6.$$

$$\mathbf{36.3.} \text{ Неверно}. \mathbf{36.4.} \text{ а) } 2\frac{1}{3}; \text{ б) } -3; \text{ в) } 2,4; \text{ г) } \text{нет корней}; \text{ д) } -\sqrt{5}; \text{ е) } \sqrt{3};$$

$$\text{ж) } 0; \text{ з) } 0; \text{ и) } \frac{1}{7}. \mathbf{36.5.} \text{ а) } 1; \text{ б) } 3; \text{ в) } \text{нет корней}; \text{ г) } 1; \text{ д) } 1; \text{ е) } -4;$$

- ж) $-0,5$; з) -1 ; и) 3 ; к) 2 ; л) $\frac{3}{2}$; м) нет корней. **36.6.** а) 0 ; б) 0 ; в) 1 ; г) 7 .
36.7. а) 0 ; б) нет корней; в) нет корней; г) $1,2$. **36.8.** $\frac{11}{16}$. **36.9.** 35 тет-
радей. **36.10.** а) Существует, при $x = -2$; б) существует, при $x = \frac{-5 + \sqrt{57}}{8}$
и при $x = \frac{-5 - \sqrt{57}}{8}$. **36.11.** а) При $a = -1,5$; б) при $a = -\frac{1}{3}$. **36.12.** а) -6 ;
б) 0 ; в) 14 ; г) 5 ; д) -6 ; е) $-3 + 3\sqrt{3}$; $-3 - 3\sqrt{3}$. **36.13.** а) $-\frac{2}{3}$; б) $-\frac{1}{2}$; $\frac{4}{7}$.
36.14. а) 2 ; б) $\frac{13 + \sqrt{145}}{2}$; $\frac{13 - \sqrt{145}}{2}$. **36.15.** а) Не существует; б) не
существует. **36.16.** а) $2\sqrt{3}$; $-2\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{5}$; $-2\sqrt{5}$; в) 2 ; г) 5 ; д) нет корней;
е) 1 ; 2 . **36.17.** 4 . **36.18.** $\frac{2}{3}$; -3 . **36.19.** $6 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$; $5 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **36.20.** $120 \frac{\text{Ц}}{\text{га}}$ и $130 \frac{\text{Ц}}{\text{га}}$.
36.21. а) -3 ; б) -3 . **36.22.** $\frac{1}{2}$. **36.23.** $-\frac{2}{3}$. **36.24.** а) 4 ; б) -13 . **36.25.** а) 4 ;
б) $1,8$; в) 6 . **36.26.** -3 . **36.27.** $500 \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$, $2100 \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$. **36.28.** $40 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$.
36.29. $3 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$; $6 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **36.30.** а) $-4\frac{1}{3}$; б) нет корней. **36.31.** а) 7 ; б) -14 .
36.32. а) $-\frac{1}{2}$; б) $\frac{5}{2}$. **36.33.** 7 . **36.34.** а) -4 ; б) $-\frac{7}{3}$. **36.35.** $5 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **36.36.** 2 ч,
 3 ч. **36.37.** 1 . **36.38.** $45 \frac{\text{КМ}}{\text{ч}}$. **36.39*.** $7,5$ ч, 6 ч. **36.40*.** а) $2 - \sqrt{3}$;
б) $\frac{-2 + \sqrt{2}}{2}$; в) 3 ; -3 ; г) нет корней; д) нет корней; е) нет корней.
36.41*. а) 6 ; б) 4 . **36.42*.** а) $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$; $\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$; $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$; $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$;
б) $-\frac{1}{3}$; 1 . **36.43*.** -2 . **36.44*.** 2 ; 3 . **36.45*.** 13 . **36.46*.** При $a = -\frac{1}{5}$.
36.47*. а) -7 ; -5 ; б) 16 ; -4 . **36.48*.** -1 . **36.49*.** -1 .

§ 37

- 37.1.** Верно. **37.2.** а); б). **37.3.** а) $(4; 3)$; б) $(-4; -1)$, $(4; 1)$; в) $(5; 2)$; г) $(0; -0,25)$,
 $(0,2; -0,2)$. **37.4.** а) $(-1; -6)$, $(1; 6)$; б) $(2; -2)$, $(3; -1)$; в) $(-1; -\sqrt{6})$,
 $(1; -\sqrt{6})$, $(-1; \sqrt{6})$, $(1; \sqrt{6})$; г) $(-2; 1)$, $(2; -1)$. **37.5.** а) $(2; -10)$, $(-10; 2)$;
б) $(-6; -7)$, $(7; 6)$. **37.6.** в). **37.7.** а), в). **37.8.** а). **37.9.** б). **37.10.** г).

- 37.11.** а). **37.12.** а). **37.13.** а) (2; 0,6); б) (-2; -1), (-1; -2), (1; 2), (2; 1).
37.14. **32.** **37.15.** а) (12; 6), (6; 12); б) $\left(\frac{4}{9}; 4\right)$. **37.16.** а) (-4; -4), (-6; -2);
 б) $\left(-\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$, (2; 3); в) нет решений. **37.17.** 21 ряд или 5 рядов.
37.18. 46 деталей и 40 деталей. **37.19.** а) (3; 3); б) $\left(-\frac{7}{4}; -3\right)$, $\left(-\frac{7}{6}; -2\right)$;
 в) (0,25; 0,5), (0,5; 0,25); г) (3; 2), (2; 3). **37.20.** (3; 4). **37.21.** (6; 6), (-1; -1).
37.22. Не имеют общих точек. **37.23.** 3 точки. **37.24.** а) (-2; -4), (2; 4),
 (-4; -2), (4; 2); б) $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. **37.25.** а) $(x + 2)^2 + (y - 7)^2 = 64$;
 б) $(x + 2)^2 + (y + 7)^2 = 16$; в) $(x - 2)^2 + (y - 7)^2 = 256$. **37.26.** а) 2; б) 2;
 в) 2. **37.27.** а) (0; 0), (1; 1); б) (-2; -2), (2; 2); в) (-1; -1), (1; 1).
37.28. $x^2 + (y - 4)^2 = 25$. **37.29.** $x^2 + (y - 5)^2 = 25$; (0; 0); (5; 5). **37.30*.** (4; 1),
 (4; -1), (-4; 1), (-4; -1). **37.31*.** (3; 5), (5; 3). **37.32*.** (1; 2), (1; -2),
 (-1; 2), (-1; -2), (2; 1), (-2; 1), (2; -1), (-2; -1). **37.33*.** $10 \frac{M}{c}$ и $15 \frac{M}{c}$.
37.34*. а) (1; 1); б) $\left(1; \frac{1}{3}\right)$, (3; 1); в) (4; -3), (4; 3). **37.35*.** (2; 0,5), $\left(-3; -\frac{1}{3}\right)$,
 $\left(\frac{1 - \sqrt{21}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{21}}{10}\right)$, $\left(\frac{1 + \sqrt{21}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{21}}{10}\right)$. **37.36*.** 24. **37.37*.** За 10 ч, за
 8 ч. **37.38*.** Нет решений. **37.39*.** $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$. **37.40*.** а) -2; 2;
 б) -1. **37.41*.** (0; 0).

§ 38

- 38.1.** а) $(-\infty; 3) \cup (5; 8)$; б) $(-4; -1) \cup (7; +\infty)$; в) $(-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{3}; 3\right]$;
 г) $\left[-\frac{2}{7}; 0\right] \cup \left[\frac{1}{5}; +\infty\right)$. **38.2.** а) (3; 7); б) $(-\infty; -5) \cup (8; +\infty)$; в) $[-9; 7)$;
 г) $(-\infty; -4) \cup [-1; +\infty)$; д) $(-\infty; \frac{1}{3}) \cup (5; +\infty)$; е) $\left[-2; \frac{7}{2}\right]$; ж) $\left(0; \frac{1}{5}\right]$;
 з) $(-\infty; 0] \cup \left(\frac{7}{10}; +\infty\right)$. **38.3.** а) $(-\infty; -5] \cup [3; 9]$; б) $\left[\frac{2}{3}; 5\right] \cup [7; +\infty)$;
 в) $\left(\frac{2}{5}; 1\right) \cup (9; +\infty)$; г) $(-\infty; \frac{4}{5}) \cup (3; 7)$. **38.4.** а) $(-7; -5) \cup (3; +\infty)$;
 б) $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{7}; 8\right)$; в) $[0; 0,25) \cup [2; +\infty)$; г) $(-4; 0] \cup \left(\frac{1}{5}; 3\right]$;
 д) $(-9; -6) \cup [7; +\infty)$; е) $(-\infty; -7) \cup \left(1; \frac{6}{5}\right)$; ж) $(-3; 0] \cup \left[\frac{4}{9}; 5\right)$;

- з) $(-2; 1] \cup \left(\frac{8}{3}; 6\right]$. **38.5.** а) $(-\infty; 2] \cup (5; 7)$; б) \emptyset ; в) $[-7; 3) \cup \{-10\}$. **38.6.** 5. **38.7.** $(-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$. **38.8.** а) $(-\infty; -7] \cup \{5\}$; б) $(-\infty; 0) \cup (0; 9)$; в) $(-\infty; 4) \cup \{7\}$; г) $[1; 5) \cup (5; +\infty)$; д) $(-\infty; -6] \cup \{7\} \cup [9; +\infty)$; е) $\left[-\frac{7}{2}; 3\right]$; ж) $(-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (7; +\infty)$; з) $\left(-9; \frac{1}{5}\right)$. **38.9.** а) $[-7; -3] \cup [5; 7]$; б) $[-9; -5] \cup \{1\} \cup (3; +\infty)$. **38.10.** 6. **38.11.** а) $(-7; +\infty)$; б) $(-\infty; -3) \cup (-3; 0] \cup (3; +\infty)$. **38.12.** $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (3; 6) \cup (6; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (1; 3)$. **38.13.** а) $[3; 4)$; б) $\left[-\frac{7}{2}; -2\right) \cup (2; +\infty)$; в) $(-\infty; 2) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$; г) $\left(-\frac{7}{3}; 0\right)$; д) $\left(0; \frac{1}{2}\right]$; е) $(1; 5) \cup (7; +\infty)$; ж) $\left[\frac{3}{4}; 1\right] \cup (2; +\infty)$; з) $(-\infty; -5) \cup (1; 2)$; и) $(2; 5) \cup (8; +\infty)$; к) $(-\infty; -5] \cup (-3; -1]$. **38.14.** 5. **38.15.** а) $[4; +\infty) \cup \{1\}$; б) $[-2; 4]$; в) $(-\infty; -3) \cup [1; 3] \cup (3; +\infty)$; г) $(-\infty; 1] \cup (2; 6) \cup (6; +\infty)$. **38.16.** а) $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup (4; 5)$; б) $(-\infty; -2] \cup [0; 0,5]$; в) $[0; 2] \cup [3; +\infty)$; г) $(-3; -1) \cup (1; 3)$. **38.17.** а) $[-1,25; 1]$; б) $(-\infty; -3] \cup \{3\} \cup [4; +\infty)$; в) $(-\infty; 2) \cup (2; 7)$; г) $(3; 5)$. **38.18.** -1. **38.19.** а) $(-\infty; -4) \cup \{-3\} \cup (0; +\infty)$; б) $\left(-\frac{6}{5}; -\frac{10}{9}\right)$. **38.20*.** а) $(-8; 0) \cup (0; 6)$; б) $(-\infty; -4) \cup (-4; -1] \cup [1; 4]$; в) $[-1; 0]$; г) $(-1; 1)$. **38.21*.** $(-\infty; -7) \cup [-4; 4] \cup (6; +\infty)$. **38.22*.** а) $[-2; 0] \cup [1; +\infty)$; б) $(-\infty; 1] \cup [2; 4)$.

§ 39

- 39.1.** а) $a_1 = 3, a_6 = 13$; б) $a_1 = 1, a_6 = 71$; в) $a_1 = \frac{1}{4}, a_6 = \frac{6}{109}$; г) $a_1 = 3, a_6 = 69$. **39.2.** $a_2 > a_7$. **39.3.** $a_5 = -9\frac{19}{25}$. **39.4.** $a_{k+1} = k^2 + 4k + 3$. **39.5.** в). **39.6.** а), г). **39.7.** $a_4 = 69$. **39.8.** а) $a_6 = -28$; б) $a_6 = -0,8$; в) $a_6 = 7\frac{4}{7}$; г) $a_6 = \frac{7\sqrt{3}}{2}$. **39.9.** $a_3 = 8$. **39.10.** $a_1 = 0$. **39.11.** $b_{14} = -31$. **39.12.** $a_{14} = 31$. **39.13.** $S_4 = 58$. **39.14.** $S_{10} = 60$. **39.15.** $S_{15} = 210$. **39.16.** $S_{20} = 550$. **39.17.** $a_1 = -7$. **39.18.** а) $a_1 = 18$; б) $S_{11} = 33$. **39.19.** $S_{28} = 672$. **39.20.** а) Нет; б) нет; в) да; г) да. **39.21.** а) 2430; б) 247 500. **39.22.** 24. **39.23.** а) 7; б) $-\frac{2}{3}$; 1. **39.24.** $a_1 = -21, d = 4$. **39.25.** $a_1 = 1$. **39.26.** $S_6 = 1,25$.

39.27. $a_1 = -7$. **39.28.** $a_4 = 14$ или $a_4 = 20$. **39.29.** 10. **39.30.** $d = -5$.
39.31. 9; 31. **39.32.** $a_4 = 16$. **39.33.** $d = 1,5$. **39.34.** $n = 30$. **39.35.** 21.
39.36. 4. **39.37.** $S_{20} = 50$. **39.38.** а) Да; б) нет; в) нет; г) да. **39.39.** -16.
39.40. $a_1 = 3$. **39.41.** За 500 с. **39.42.** На 6. **39.43.** 1210. **39.44.** 1780.
39.45. а) Да; б) да; в) да; г) нет. **39.46*.** $a_3 = -5$. **39.47*.** $c_4 = 2$. **39.48*.** г).
39.49*. $a_{20} = 119$. **39.50*.** 14.

§ 40

40.1. в). **40.2.** $q = 0,5$. **40.3.** а) $b_4 = 270$; б) $b_4 = -6,4$. **40.4.** $b_1 = 2$.
40.5. а) $S_4 = 150$; б) $S_4 = 60$. **40.6.** а) $S = 100$; б) $S = -20$. **40.7.** -12; 12.
40.8. -15; 15. **40.9.** $S_5 = 5 \frac{31}{216}$. **40.10.** $S = 40$. **40.11.** а) 2,5; б) 2.
40.12. $b_1 = 9$. **40.13.** $S_5 = 186$. **40.14.** $b_4 = -48$. **40.15.** а) $\frac{135}{999}$; б) $\frac{31}{132}$.
40.16. 10. **40.17.** $n = 11$. **40.18.** $S_5 = 124$. **40.19.** -1; 1. **40.20.** 57.
40.21. а) Да; б) нет; в) нет; г) да. **40.22.** $n = 6$. **40.23.** $q = 2$, $q = 3$.
40.24*. $b_5 = 1 \frac{1}{3}$. **40.25*.** $n = 35$. **40.26*.** $S = 2 \frac{2}{3}$. **40.27*.** $S_{100} = 0$.
40.28*. $b_1 = 3$. **40.29*.** $q = 0,6$. **40.30*.** $b_4 = 2 \frac{2}{3}$. **40.31*.** 8. **40.32*.** 54.
40.33*. 6,25. **40.34*.** 2, 4, 8, 16.

ИТОГОВЫЕ ТЕСТЫ

7 класс. 1. д). 2. б). 3. г). 4. а). 5. д). 6. в). 7. б). 8. а). 9. а). 10. д). 11. в).
 12. г). 13. -23. 14. 1. 15. 400. 16. 45. 17. 57. 18. 49. 19. 5. 20. -1.

8 класс. 1. г). 2. б). 3. а). 4. а). 5. б). 6. б). 7. б). 8. г). 9. г) 10. в). 11. г) 12. в).
 13. 9. 14. 1. 15. -35. 16. -3. 17. -24. 18. -16. 19. 1. 20. -6.

9 класс. 1. а). 2. б). 3. г). 4. а). 5. б). 6. а). 7. в). 8. б). 9. б). 10. г). 11. в).
 12. в). 13. 13. 14. 10. 15. 1. 16. 160. 17. 1. 18. 12. 19. 8. 20. 120.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Увеличится. 2. $\frac{3}{4}$. 3. 105 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 4. а) Да; б) Иванов и Емельянов; в) у Ива-
 нова. 5. Третьего. 6. 26 %. 7. 55. 8. 3 ч 54 мин. 9. Да. 10. Нет. 11. 2 ч 40 мин.
 12. а) $S(x) = 6x^2$; б) 3,375 м³; в) да. 13. А — 4; В — 3; С — 1; D — 2;
 3 ч 12 мин; 4 ч 50 мин; 4 ч 23 мин. 14. а) 180; 164; б) нет; в) 110.
 15. в) 1) Второе; 2) первое. 16. а) $\frac{17}{81}$; б) да; в) $\frac{217}{729}$; $\frac{2465}{6561}$.

СОДЕРЖАНИЕ

От авторов	3
----------------------	---

7 класс

§ 1. Степень с натуральным показателем и ее свойства	6
§ 2. Степень с целым показателем и ее свойства	16
§ 3. Стандартный вид числа	21
§ 4. Числовые выражения и выражения с переменными	24
§ 5. Тождество	27
§ 6. Одночлен	29
§ 7. Действия с одночленами	31
§ 8. Многочлен	35
§ 9. Сложение и вычитание многочленов	37
§ 10. Умножение и деление многочлена на одночлен	40
§ 11. Умножение многочленов	44
§ 12. Формулы сокращенного умножения	48
§ 13. Разложение многочлена на множители	55
§ 14. Линейные уравнения с одной переменной. Решение текстовых задач с помощью линейных уравнений	60
§ 15. Числовые неравенства	66
§ 16. Линейное неравенство с одной переменной	70
§ 17. Функция. Линейная функция	74
§ 18. Линейные уравнения с двумя переменными. График линейного уравнения $ax + by = c$ с двумя переменными	82
§ 19. Система линейных уравнений с двумя переменными	85
§ 20. Способы решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение текстовых задач с помощью системы линейных уравнений	88

8 класс

§ 21. Арифметический квадратный корень. Множество действительных чисел	94
§ 22. Свойства квадратных корней	98
§ 23. Применение свойств квадратных корней	104
§ 24. Системы и совокупности линейных неравенств с одной переменной. Решение двойных неравенств. Числовые промежутки	112
§ 25. Квадратные уравнения. Решение неполных квадратных уравнений. Формулы корней квадратного уравнения. Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений	119

§ 26. Теорема Виета	124
§ 27. Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на множители	127
§ 28. Решение целых рациональных уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям	129
§ 29. Квадратичная функция и ее свойства	130
§ 30. Квадратные неравенства. Системы и совокупности квадратных неравенств	141
§ 31. Функции $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), $y = x^3$, $y = x $, $y = \sqrt{x}$	147

9 класс

§ 32. Рациональная дробь. Сокращение рациональных дробей	152
§ 33. Действия с рациональными дробями	158
§ 34. Преобразования рациональных выражений	165
§ 35. Функции	170
§ 36. Дробно-рациональные уравнения	177
§ 37. Системы нелинейных уравнений	184
§ 38. Дробно-рациональные неравенства. Метод интервалов для решения рациональных неравенств	190
§ 39. Арифметическая прогрессия	194
§ 40. Геометрическая прогрессия	199
Итоговые тесты	203
Практико-ориентированные задачи	211
Ответы	216

(Название учреждения образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащегося за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Арефьева Ирина Глебовна
Пирютко Ольга Николаевна

Сборник задач по алгебре

Учебное пособие для 7—9 классов
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

Зав. редакцией *Г. А. Бабаева*. Редактор *Н. М. Алганова*.

Художественный редактор *Е. А. Проволович*.

Техническое редактирование и компьютерная верстка *Г. А. Дудко*.

Корректоры *О. С. Козицкая, А. В. Алешко*.

Подписано в печать 01.09.2020. Формат 70 × 90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура школьная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 18,72. Уч.-изд. л. 9,4. Тираж 113 000 экз. Заказ .

Издательское республиканское унитарное предприятие
«Народная асвета» Министерства информации Республики Беларусь.

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/2 от 08.07.2013.
Пр. Победителей, 11, 220004, Минск, Республика Беларусь.

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат им. Я. Коласа».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 2/3 от 10.09.2018.
Ул. Корженевского, 20, 220024, Минск, Республика Беларусь.

Правообладатель Народная асвета